



**Forschungsprojekt des  
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur  
bm:bwk**

**Neue Medien und Methodik im  
Mathematikunterricht  
(Projekt CA IV)**

**Projektgruppe 2**

**Technologiegruppe  
Unterrichtsmaterialien im Lichte neuer Technologie**

**Dr. Thomas Himmelbauer**

**Mag. Walter Wegscheider**

**Hollabrunn, Dezember 2002**

# 1. Vorwort

Die Verwendung neuer Technologien fordert vom Mathematiklehrer

- Grundkenntnisse der Informations- und Kommunikationstechnologien
- die Nutzung mathematischer Inhalte im Internet
- die Kenntnis mathematischer Soft- und Hardware (Handling, didaktisch-methodisch sinnvoller Einsatz)

und ermöglicht

- offenere Fragestellungen zu klassischen Beispielen
- die Stärkung der Bereiche: Eigenverantwortliches Lernen, Problemlösen, Interpretieren, Argumentieren
- Beispiele mit realitätsnäheren Aufgabenstellungen

Zusammengefasst könnte man sagen – die Verwendung neuer Technologien ermöglicht einen „zeitgemäßen Mathematikunterricht“.

Dazu werden im Rahmen der Projekte der vergangenen Jahre folgende Angebote auf- und ausgebaut (die Resultate liegen dabei in HTML- und PDF-Form vor und können auf der Homepage von ACDCA – <http://www.acdca.ac.at> - nachgelesen und auf den eigenen Rechner geladen werden):

- eine Linksammlung
- themenzentrierte Unterrichtsmaterialien
- Aufgabensammlungen
- Materialien zu neuer Lernkultur (Stationenbetriebe)
- Literaturhinweise
- Vorstellung von Neuigkeiten im Technologiebereich
- Ergebnisse der österreichischen CA-Projekte
- Hinweise zu Fortbildungsveranstaltungen

Der Projektschwerpunkt 2001/02 der „Technologiegruppe“ war die Erstellung einer ergänzenden Aufgabensammlung für den CA-unterstützten Mathematikunterricht.

## 2. Überlegungen

Am Anfang der Arbeit stand eine oft geäußerte Forderung vieler Kollegen:

„Wir wollen adäquate Beispiele, bei denen die speziellen Stärken des CAS-Einsatzes zu Tage treten!“

Die reine Überprüfung der formalen Rechengänge und händischen Visualisierung ist im klassischen Zeitbudget überproportional stark vertreten. Viele Beispiele in den gängigen Lehrbüchern können dadurch mit dem CAS durch Eingabe von einfachen Tastenfolgen (Befehlen) sehr schnell gelöst werden und verlieren damit in der vorhandenen Zahl ihre Sinnhaftigkeit. Auf der anderen Seite sucht man häufig vergebens nach Fragestellungen, die besondere Schwerpunkte des CAS-Unterrichts (Argumentieren, Interpretieren, Formalisieren usw.) in ausreichendem Maß unterstützen und dabei auf die technischen Möglichkeiten von CA-Systemen Rücksicht nehmen.

Die Verlage – man sollte vielleicht noch ergänzen, dass auch die Vorgaben der Approbationskommissionen in diese Richtung gehen! – bemühen sich zwar, CAS-Einsatz in den neueren Büchern zu erwähnen, sind dabei aber meist inkonsequent, was den Tiefgang dieser Add-On's betrifft. Sehr häufig bleibt die Erwähnung und Behandlung von CAS im durchschnittlichen Mathematik-Schulbuch im Stadium des „Knöpferl-Drückens“ stecken.

Ein weiterer Grund, warum man in den gängigen Lehrbüchern kaum probate Beispiele findet, die auf die Fähigkeiten und Besonderheiten von CAS eingehen, sind die schnellen Veränderungen bei Hard- und Software. Die Verlage sehen hier auch das Problem der geringen Zahl an möglichen Nutzern bei einer zu starken Konzentration auf ein bestimmtes CAS.

Daher war es für die Projektgruppe eine grundlegende Verpflichtung, die Beispielangaben möglichst unabhängig von Hard- und Software zu formulieren. Die Ausarbeitungen wurden auf verschiedenen CAS-Plattformen (bzw. Softwareprodukten zur dynamischen Geometrie) durchgeführt. Dies wurde unter dem Gesichtspunkt einer größtmöglichen Akzeptanz durch die Benutzer der verschiedenen Systeme durchgeführt.

Das Skriptum soll Neueinsteigern die Breite des Spektrums sowohl in technologischer als auch anwendungsspezifischer Hinsicht zeigen. Dabei wurde das Augenmerk auf die meistverbreiteten Systeme in Österreich gelegt. Die Gruppe der CAS-Rechner von Texas Instruments (TI-89, TI-92, TI-92+, Voyage200) und das den TI-Rechnern zugrundeliegende CA-System DERIVE (für das eine Generallizenz für österreichische AHS vorliegt) sind genauso vertreten wie Mathematica, Mupad, Cinderella, Cabri, Excel und TI-Interactive. Die Projektarbeit möchte damit auch zeigen, dass nicht das verwendete System im Vordergrund stehen sollte, sondern der didaktische und methodische Ansatz das Zentrum der veränderten Aufgabenstellung darstellen muss.

Neben den algebraischen Fähigkeiten der Systeme wird das mögliche und für einen erfolgreichen Einsatz so hilfreiche Zusammenspiel mit einer schnellen und einfachen Visualisierung – der Nutzung der graphischen Möglichkeiten des Rechners – betont.

Die Projektgruppe hat sich daher bemüht, zu einer möglichst großen Breite von Themenstellungen jeweils Beispielgruppen zu erstellen, die den Unterricht mit CA-Systemen unterstützen und sinnvolle Übungsmöglichkeiten anbieten.

## 3. Ideen und Richtlinien

### 3.1. Grundideen

Bei der Ausarbeitung solcher Beispielgruppen finden sich mehrere Grundideen:

- Klassische Beispiele mit neuer – mathematisch tiefergehender – Fragestellung
- Neue Beispiele zur Vertiefung mathematischer Inhalte unter Ausnutzung der Fähigkeiten von CA-Systemen
- Beispiele mit höherer Realitätstreue
- Überprüfung von Grundkompetenzen
- Visualisierung durch dynamische Konstruktionen

### 3.2. Herkunft

Die Fragestellungen unterscheiden sich auch nach ihrer Herkunft:

- Manche wurden eigenständig „erfunden“.
- Andere wurden aus klassischen Beispielen abgeleitet.
- Einige besonders gelungene Beispiele wurden aus anderen Veröffentlichungen übernommen.

### 3.3. Zitate

- Bei Beispielangaben, die aus anderen Veröffentlichungen stammen oder bei denen die Beispielidee übernommen wurde, finden sich Zitate, wo das Original zu finden ist.

#### **Einschränkung:**

Wir haben uns bemüht, nachzuerfolgen, woher – von wem – die Idee zum Beispiel ursprünglich stammt. Irrtümer sind durch die oftmalige Erwähnung mancher Beispielideen leider nicht ganz auszuschließen.

### 3.4. Beispielautoren

- Mag. Markus Binder, BG/BRG Waidhofen/Thaya
- Mag. Josef Böhm, BHAK St. Pölten
- Dr. Alfred Eisler, BG/BRG Tulln
- Mag. Franz Hauser, BG/BRG u. BORG Oberpullendorf
- Dr. Thomas Himmelbauer, Gymn. Neulandschulen, Wien 19.
- Mag. Sonja Reitner, BG/BRG Linz, Ramsauerstr.
- Mag. Günter Schödl, BG Wr. Neustadt, Babenbergerring
- Mag. Friedrich Tinhof, BHAK Eisenstadt
- Mag. Walter Wegscheider, BG/BRG Klosterneuburg
- Mag. Karl Weinstich, Theresianum Wien

Die Projektleitung übernahmen Dr. Thomas Himmelbauer und Mag. Walter Wegscheider.

## 4. Zeitlicher Ablauf

### 4.1. Übersicht

- März 2001, Überlegungen zum neuen Projekt – Zielsetzung:
  - Was kann die „Technologiegruppe“ zu weiteren Untersuchungen beitragen?
  - Welche Wünsche und Anliegen kommen von den Seminarteilnehmern und Kollegen an den Schulen, die mit CAS im Mathematik-Unterricht arbeiten?
  - Welche Endprodukte könnten von der Gruppe geliefert werden?
  
- April 2001, Formulierung der Ziele:
  - Die rasche Weiterentwicklung der Hard- und Software und die wachsende Bedeutung elektronischer Lernmedien erfordern eine ständige Beobachtung und Bewertung der Entwicklung und eine Betreuung der Lehrerinnen und Lehrer.
  - Eine wesentliche Aufgabe dieser Gruppe ist die ständige Betreuung und Wartung der Homepage.
  - Zusammenarbeit mit dem RISC-Institut (Research Institute for Symbolic Computation, Universität Linz) unter der Leitung von Prof. Buchberger wird gewünscht.
  - Testen von neuer Software (CAS-Programme, Elektronische Lernumgebungen, Unterrichtssoftware, Internet-Applets). Entwicklung eigener Lernmodule für CAS
  - Systematisierung der Literatur und Suchhilfen für Lernmedien und Literatur im Internet
  - Erarbeitung einer Beispielsammlung zu den Kapiteln des Lehrplans mit didaktischen Kommentaren
  - Entwicklung von Unterrichtsplanungen und –unterlagen unabhängig vom verwendeten CA-System
  
- Mai 2001, Ausschreibung – zentrales Planungstreffen:
  - Ausschreibung des CA4-Projektes mit den oben genannten Schwerpunktsetzungen
  - Als Endprodukt wird eine Aufgabensammlung angedacht, die die besonderen Schwerpunkte und Stärken des technologiegestützten Mathematikunterrichts unterstützen soll.
  - Zentrales Planungstreffen in St. Pölten mit einer Fixierung der Aufgabenbereich und Schwerpunkte. Zuteilung einzelner Themenkomplexe an die Mitglieder der Projektgruppe aus dem Kreis der Mitglieder der zentralen Planungsgruppe.
  
- Juni 2001, Rundbrief 1:
  - Beginn des Entwurfs von Beispielen
  
- Sommer 2001, Erstellung von Beispielen
  
- Oktober 2001, Seminar Hagenberg:
  - Kontakt zu universitärer Forschung – Prof. Buchberger, RISC Linz.
  - Entwicklung von Werkzeugen im Bereiche der Prädikatenlogik.
  - Elektronische „Beweiser“.

- Oktober 2001, zentrales Planungstreffen:
  - Layout wird festgelegt.
  - Weitere dazugekommene Projektteilnehmer werden in die Überlegungen eingebunden, Feedback auf die im Sommer erstellten Beispiele wird eingeholt.
  
- März 2002, Bundesseminar in Hollabrunn:
  - Weiterentwicklung der Beispielsammlung.
  - Feedback durch die Seminarteilnehmer.
  
- Mai 2002, zentrales Planungstreffen in St. Pölten:
  - Abschluss der Kapiteleinteilungen.
  - Klärung letzter Layoutfragen. Vereinbarungen für Abschluss im Herbst.
  
- Sommer 2002, Abschlussarbeiten
  
- Oktober 2002, zentrales Planungstreffen in St. Pölten:
  - Inhalte, Layout und Themeneinteilung werden fixiert.
  - Abschluss der Erfassung neuer Beispiele.
  - Überarbeitung und Kontrolle der Sammlung.
  - Überlegungen zur Rolle möglicher Wege der Veröffentlichung.
  
- November – Dezember 2002, Endredaktion und Layout
  
- Jänner 2003, Veröffentlichung in der Homepage von ACDCA

## 4.2. Rundbriefe – Mails

Überlegungen beim zentralen Planungstreffen im Mai 2001 in St. Pölten – Brainstorming:

### PG 2A:

<p><b>Inhalte – was passiert</b></p>	<p>a) Erstellen einer <b>Sammlung von Unterrichts- und Maturabeispielen</b>, bei denen der Einsatz von neuer Technologie notwendig oder sehr empfehlenswert erscheint.</p> <p><b>Offene Fragen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelle: themenbezogen pro Klasse 1 Bsp.</li> <li>• wichtig sind Beispielserien! (Schule, Übung, Prüfung – mehrere ähnliche Bsp. nötig)</li> <li>• Kommentare der Lehrer – Beispiele, wie sollen die aussehen!</li> <li>• Vorspann: was müssen die Schüler können (Rechner, Math.)</li> <li>• Bsp. mit offenen Möglichkeiten – je nach Vorwissen entwickelbar</li> </ul> <p><b>Aufgaben für die Gruppe:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fertigstellung der Vorlagenbeispiele, Kommentarbeispiele und Vorspanne</li> <li>• Vorspann kann auch schulabhängig sein (RG, G, AHS, BHS)</li> <li>• Ideal wäre bei den Beispielen: Fortführung in mehrere Varianten aufgliedern ( c) für Gymn., d) für RG, e) für BHS )</li> <li>• Bsp. technologieunabhängig entwickeln!!</li> <li>• Seminarplanung! - noch offen, Treffen wären ideal</li> </ul>	<p>Aussehen der Beispiele:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Vorwissen muss genau definiert sein</li> <li>- Ziele (didaktisch, methodisch)</li> <li>- Beispielangabe</li> <li>- Umsetzung mit einem CAS (oder mehreren) dazu wieder didaktisch/methodische Hilfen</li> </ul> <p>Es muss eine Möglichkeit geben, im Web Beispiele zu diskutieren bzw. eigene Vorschläge einzugeben (werden nicht 1 : 1 übernommen, können aber von der Gruppe entsprechend beurteilt und aufgenommen werden).</p> <p>Trennung: Grundkompetenzen / Problemlösungsbsp.</p>
<p><b>Leitung, Koordination, Subkoordination</b></p>	<p>Himmelbauer, Schödl, Weinstich, Aspetsberger, Urban, Eisler, Lechner, Wegscheider</p>	
<p><b>Terminplanung – Seminartätigkeit</b></p>		
<p><b>Endprodukt</b></p>	<p>Sammlung, ISBN-Nummer, Internet</p>	
<p><b>Budgetplanung</b></p>		

## PG 2B:

<p><b>Inhalte – was passiert</b></p>	<p>b) <b>Sammlung und Wartung von Internetadressen und elektronischen Lernumgebungen</b> für den Mathematikunterricht</p> <p><b>Offene Fragen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wichtig: <b>Abstimmung mit dem M-Bildungsserver</b></li> <li>• Welche Lernumgebungen sollen betrachtet werden?</li> <li>• Welche Bereiche des Lehrstoffs können betreut werden – wer kommt in Frage?</li> </ul> <p><b>Aufgaben für die Gruppe:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kommentare zu Internetadressen</li> <li>• Interaktives Modell für Lernumgebungen einbauen (PHP, MySQL)</li> <li>• Ankauf neuer Software (etc.) klären</li> </ul>	<p>Neue Adressen: von Günter Schödl: - Bayrischer Bildungsserver - ZUM</p> <p>Kritiken möglich – schwarzes Brett!</p>
<p><b>Leitung, Koordination, Subkoordination</b></p>	<p>Gruppenmitglieder sind automatisch Subkoordinatoren?</p>	
<p><b>Terminplanung – Seminartätigkeit</b></p>		
<p><b>Endprodukt</b></p>		
<p><b>Budgetplanung</b></p>		



Juni 2001: Mail an die Projektteilnehmer, Dr. Thomas Himmelbauer

## **Sehr geehrte ProjektlehrerInnen der Projektgruppe 2 des CAS-Projekts IV**

Mit diesem Schreiben wollen wir die Rahmenbedingungen für das Erstellen von Beispielen für den Mathematikunterricht mit CAS-Systemen genauer abstecken. Mitte November wird es für die Projektgruppe 2 ein Seminar geben (die genaue Ausschreibung erfolgt noch). Für dieses Seminar sollen die Teilnehmer bereits erstellte Beispiele (elektronisch auf Diskette oder CD und auf Papier) mitbringen.

Folgende Punkte sollen bei der Erstellung berücksichtigt werden:

### **Allgemeine Hinweise:**

1. Folgende Gründe könnten z. B. für die Auswahl einer Aufgabe maßgebend sein:
  - a) Die Aufgabe lässt sich ohne CAS-System nicht oder nicht sinnvoll bewältigen, weil der Rechenaufwand zu groß ist.
  - b) Die Bearbeitung einer „herkömmlichen Aufgabe“ mit dem CAS-System bringt verbesserte Darstellungsmöglichkeiten, neue Lösungswege oder eine Konzentration auf das Verständnis.
  - c) Die Aufgabe durchleuchtet die Arbeitsweise des CAS-Systems: Genauigkeit der graphischen Darstellung, Genauigkeit der Numerik, Verfahren zur Berechnung von Nullstellen, Extremwerten, numerischen Integralen ...
  - d) Die Aufgabe untersucht die Grenzen des CAS-Systems: Wo treten Fehler auf?
  - e) Die Aufgabe benötigt kein CAS-System und beschränkt sich auch nicht auf das Erlernen von Rechenfertigkeiten.
2. Es ist das Erstellen einer Serie sehr ähnlicher Beispiele anzustreben. Damit es genug Aufgaben für Hausübungen, Prüfungen, Schularbeiten etc. gibt.
3. Also nicht nur „extrem tolle Aufgaben“, die dann auf Grund von Zeit, Fähigkeiten der Schüler etc. erst nur selten verwendet werden können. Bleiben wir auf dem Boden der Realität und des Alltages.
4. Wird das Beispiel einem Buch oder einer Internetseite entnommen, so ist eine genaue Literaturangabe notwendig.

### **Beschreibung der Aufgabe:**

1. Angabe von **Schulstufe** und **Schultyp**
2. Angabe des **Stoffgebietes** aus dem Lehrplan, aus dem das Beispiel stammt
3. Angabe der **Vorkenntnisse**, die die SchülerInnen bezüglich des **Lehrstoffes** besitzen müssen
4. Angabe der **Fähigkeiten**, die das **CAS-System** besitzen muss, sofern diese Fähigkeiten von allgemein übliche Fähigkeiten abweichen
5. Angabe der **Vorkenntnisse**, die die SchülerInnen bezüglich des **Handlings** des CAS besitzen müssen, sofern es sich nicht um häufig auftretende Grundkenntnisse handelt.

**Angabe der Aufgabe:**

1. Die Angabe des Beispiel soll **unabhängig** vom verwendet **CAS-System** sein.
2. Allzu lange Texte sind wenn möglich zu vermeiden.

**Ausarbeitung der Aufgabe:**

1. Es soll zumindest **eine Ausarbeitung** in einem CAS-System beiliegen. Diese kann meistens nicht ausführlich genug sein.
2. Fallweise wäre eine Ausarbeitung in **mehreren verschiedenen** CAS-Systemen wünschenswert.

**Formatierungshinweise:**

1. Dokument möglichst Microsoft Word
2. Formeln und Variable mit dem Formeleditor
3. Schriftgröße 11pt
4. Möglichst wenig spezielle Formatierungen
5. Etwa folgender Aufbau:
  - a) Beschreibung der Aufgabe:
    - Titel
    - Schulstufe und Schultype
    - Lehrplanbezug
    - Stoffliche Vorkenntnisse
    - notwendige Fähigkeiten des CAS-Systems
    - Vorkenntnisse im Handling
  - b) Angabe:
  - c) Ausarbeitung:
  - d) Literaturangabe

## Rundbrief 1 der Projektgruppe 2

### Unterrichtsmaterialien im Lichte neuer Technologien

Leitung: Mag. Walter Wegscheider, BG/BRG Klosterneuburg  
Dr. Thomas Himmelbauer, Gymn. Neulandschule Wien

#### Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen!

Bevor es in die Sommerpause geht, wollen wir Ihnen die Grundideen und Rahmenbedingungen der Projektgruppe näher bringen.

In der Gruppe unterscheiden wir 2 Bereiche:

- Erstellen einer Sammlung von Unterrichts- und Maturabeispielen, bei denen der Einsatz von neuer Technologie notwendig oder sehr empfehlenswert erscheint
- Sammlung und Wartung von Internetadressen und elektronischen Lernumgebungen für den Mathematikunterricht

Der zweite Aspekt der Projektarbeit kann in enger Zusammenarbeit mit dem ab Herbst entstehenden „Mathematischen Bildungsserver“ erfolgen. Hier erscheint es sinnvoll, erst abzuwarten, wie der Grundaufbau dieser Suchmaschine aussehen wird.

Daher wurde beim zentralen Planungsgruppentreffen im Mai in St. Pölten beschlossen, vorerst die Beispielsammlung in das Zentrum der Projektarbeit zu stellen.

Mit diesem Schreiben wollen wir nun die Rahmenbedingungen für das Erstellen von Beispielen für den Mathematikunterricht mit CAS-Systemen genauer abstecken.

Von **12. – 14. November** wird es ein Projektgruppenseminar in St. Pölten (Bildungshaus St. Hippolyt) geben:

Beginn: Montag, 12. November, 18:00

Ende: Mittwoch, 14. November, 17:00

Die eigentliche Ausschreibung erfolgt im Herbst. Für dieses Seminar sollen die Teilnehmer bereits erstellte Beispiele (elektronisch auf Diskette, ZIP oder CD **und** auf Papier) mitbringen. Ein eigenes Notebook wäre sehr hilfreich (da kein EDV-Saal zur Verfügung steht).

Folgende Punkte sollen bei der Erstellung berücksichtigt werden:

#### Allgemeine Hinweise:

1. Folgende Gründe könnten z. B. für die Auswahl einer Aufgabe maßgebend sein:
  - a) Die Aufgabe lässt sich ohne CAS-System nicht oder nicht sinnvoll bewältigen, weil der Rechenaufwand zu groß ist.
  - b) Die Bearbeitung einer „herkömmlichen Aufgabe“ mit dem CAS-System bringt verbesserte Darstellungsmöglichkeiten, neue Lösungswege oder eine Konzentration auf das Verständnis
  - c) Die Aufgabe durchleuchtet die Arbeitsweise des CAS-Systems: Genauigkeit der graphischen Darstellung, Genauigkeit der Numerik, Verfahren zur Berechnung von Nullstellen, Extremwerten, numerischen Integralen ...
  - d) Die Aufgabe untersucht die Grenzen des CAS-Systems: Wo treten Fehler auf?
  - e) Die Aufgabe benötigt kein CAS-System und beschränkt sich auch nicht auf das Erlernen von Rechenfertigkeiten.

2. Es ist das Erstellen einer Serie sehr ähnlicher Beispiele anzustreben. Damit es genug Aufgaben für Hausübungen, Prüfungen, Schularbeiten etc. gibt.
3. Also nicht nur „extrem tolle Aufgaben“, die dann auf Grund von Zeit, Fähigkeiten der Schüler etc. erst nur selten verwendet werden können. Bleiben wir auf dem Boden der Realität und des Alltages.
4. Wird das Beispiel einem Buch oder einer Internetseite entnommen, so ist eine genaue Literaturangabe notwendig.

### **Beschreibung der Aufgabe:**

1. Angabe von **Schulstufe** und **Schultyp**
2. Angabe des **Stoffgebietes** aus dem Lehrplan, aus dem das Beispiel stammt
3. Angabe der **Vorkenntnisse**, die die SchülerInnen bezüglich des **Lehrstoffes** besitzen müssen
4. Angabe besonderer **Fähigkeiten** des **CAS-Systems** (sofern die geforderten von allgemein üblichen abweichen)
5. Angabe der **Vorkenntnisse**, die die SchülerInnen bezüglich des **Handlings** des CAS besitzen müssen, sofern es sich nicht um häufig auftretende Grundkenntnisse handelt.
6. Angabe der **Lernziele**, die mit diesem Beispiel verfolgt werden.

### **Angabe der Aufgabe:**

1. Die Angabe des Beispiel soll **unabhängig** vom verwendet **CAS-System** sein.
2. Allzu lange Texte sind wenn möglich zu vermeiden.

### **Didaktische Anmerkungen:**

zu Hintergrund, Methodik usw.

### **Ausarbeitung der Aufgabe:**

1. Es soll zumindest **eine Ausarbeitung** in einem CAS-System beiliegen. Diese kann meistens nicht ausführlich genug sein.
2. Fallweise wäre eine Ausarbeitung in **mehreren verschiedenen** CAS-Systemen wünschenswert (zB. Excel, DERIVE, TI-92, ...)

### **Diverses:**

#### **Formatierungshinweise (ersparen eventuell im Nachhinein unnötige Arbeit):**

- Dokument wenn möglich im Format Microsoft Word (RTF)
- Formeln und Variable mit dem Formeleditor
- Standardschriftgröße 11pt, Schriftart TIMES
- Möglichst wenig spezielle / ausgefallene Formatierungen

#### **Bereits betreute Stoffgebiete (Verdopplungen sind allerdings durchaus möglich):**

- Differentialgleichungen – Günter Schödel
- Wachstumsprozesse – Alfred Eisler
- Trigonometrie – Walter Wegscheider
- Funktionen, Parameterdarstellung – Hildegard Urban-Woldron
- Integrale – Klaus Aspetsberger
- Differentialrechnung – Karl Weinstich

Herzliche Grüße und erholsame Ferien wünschen Ihnen  
Thomas Himmelbauer und Walter Wegscheider

Hollabrunn, 26. Jun. 2001

September 2001, Ausschreibung für Seminar in Hagenberg  
Flyer von Prof. Buchberger

**Theorema:**  
Ein Rahmen für Mathematik, Algorithmik und Didaktik

## **Prädikatenlogik als Arbeitssprache**

Intensivschulung für Mathematik- und Informatik-Lehrer  
an höheren Schulen

9.-12. Oktober 2001  
(Di bis Fr, 9 -17 h)

Vorbereitungstag: Mo, 8.10.2001, ab 14 h

RISC  
Research Institute for Symbolic Computation  
Johannes Kepler Universität  
Schloss Hagenberg, A4232 Hagenberg  
Seminarraum („Rittersaal“, 1. Stock)

Leitung und Vortragender:  
O.Univ.Prof. Dr. DDr.h.c. Bruno Buchberger  
Vortragender:  
DI. Dr. Wolfgang Windsteiger

## **Motivation:**

„Nur was klar ist, kann erklärt werden.“

Gute Didaktik in der Mathematik kann nur auf klarem Verständnis der Inhalte und Methode der Mathematik aufgebaut werden. Viele Konfusionen und Probleme mit der Mathematik auf Seiten der Schüler kommen aus einem unklaren Verständnis der Mathematik auf Seiten der Lehrer. Das formallogische Training kommt in der üblichen Mathematik-Ausbildung an den Universitäten zu kurz. Das ist ein weltweites Problem.

Eine gründliche formallogische Schulung der Lehrer ist deshalb der Punkt, an dem angesetzt werden muss, um die Qualität der Mathematik- und Informatikausbildung an den Schulen grundlegend zu verbessern. Insbesondere eröffnet die Befassung mit der Methode der Mathematik auch eine umfassende Sicht der Mathematik *und* Informatik als eine kohärente und untrennbare Disziplin, die als universelle Denktechnologie des technologischen Zeitalters die zentrale Rolle spielt.

## **Ziel:**

***Nach der Schulung sollen die Teilnehmer in der Lage sein, alle Phasen des Explorationsprozesses in beliebigen Gebieten der Mathematik im Rahmen der Prädikatenlogik formal einwandfrei durchzuführen bzw. wenigstens die Grundlage haben, um diese Fähigkeit durch intensives Training an Beispielen in der Zukunft selbständig weiterzuentwickeln.***

Darauf aufbauend sollen die Teilnehmer in der Lage sein zu beurteilen, welche Teile und welche Ebenen des Explorationsprozesses den Schülern in der jeweiligen Altersstufe auf welche Weise erklärt werden können.

## **Inhalt:**

Die Phasen des mathematischen Explorationsprozesses

Die Sprachkonstrukte der Prädikatenlogik (Syntax in verschiedenen Notationen und Beweisregeln)

Theorema als Implementierung der Prädikatenlogik

Die spezielle Rolle der Mengenlehre als Bindeglied zwischen Prädikatenlogik und inhaltlichen Gebieten der Mathematik

Die spezielle Rolle der Gleichheitslogik als Rahmen für die algorithmische Mathematik

## **Methode:**

An Fallbeispielen von steigender Komplexität aus verschiedenen Teilen der Mathematik wird die Formulierung aller Phasen des Explorationsprozesses mit den Sprachmitteln der Prädikatenlogik unter Benutzung des Software-Systems Theorema eingeübt:

Insbesondere Einübung des Findens und Formulierens von mathematischen Beweisen.

Insbesondere Einübung der Verbindung des Formulierens und Beweisens von mathematischen Sätzen und des Formulierens und Exekutierens von Algorithmen im einheitlichen Rahmen der Prädikatenlogik (Theorema).

Insbesondere Einübung des Aufbaus mathematischer Wissensbasen.

Für jeden Teilnehmer steht ein Laptop oder PC mit Theorema zur Verfügung. Eigene Laptops mögen tunlichst mitgenommen werden. Auf ihnen wird zu Beginn des Kurses Theorema installiert.

Vorbereitungstag: Am Mo, 8.10.2001 mögen sich alle Teilnehmer um 14 h im Seminarraum einfinden. Es wird dann auf allen Laptops Theorema installiert und eine Einschulung in die Benutzung von Theorema gegeben, sodass wir damit dann an den eigentlichen Kurstagen keine Zeit verlieren.

30. Oktober 2001, Ausschreibung für das zentrale Planungstreffen

## **Projektgruppe 2:**

Erstellen einer Sammlung von Beispielen mit besonderer Eignung für den Einsatz in technologieunterstütztem Mathematikunterricht.

Diese besondere Eignung kann sich in mehreren Möglichkeiten äußern. Einige Varianten wären

- größere Realitätsnähe
- stärkere inhaltlich-mathematische Vertiefung
- stärkere methodische Vertiefung
- ...

Wichtig ist hier vor allem bei realitätsnahen Beispielen eine größere Linie. Damit sind keine Rezepte gemeint, doch sollten die hier vorgestellten Aufgaben nicht völlige „Solitäre“ sein – also lösbar nur mit speziellen Vorkenntnissen und Hilfen, ohne dass es vergleichbare ähnliche Aufgabenstellungen geben kann. Wir haben uns bei der Vorbesprechung im Mai auf das Ideal von Gruppen zu ca. 5 thematisch verwandten Beispielen geeinigt, in denen ähnliche Ideen, Lösungsansätze etc. umgesetzt werden.

**Endprodukt** = Veröffentlichung der Sammlung als Heft + elektronisch

**Gliederung der Beispiele** (jeweils) nach

- Eingangsvoraussetzungen (des Schülers)
- Lernzielen
- Beispieltext
- Lösungsvarianten (auf einer oder mehreren konkreten Plattformen) mit didaktischen Anmerkungen

## **Programm**

Punkt 1)

- anhand vorhandener Beispielserien eine „ideale“ Gliederung und sinnvolles Layout für eine Veröffentlichung festlegen
- Kriterien für den Begriff der „besonderen Eignung für den Einsatz in technologieunterstütztem Mathematikunterricht“ finden

Punkt 2)

- Diskussion vorhandener Beispiele und Beispielserien

Punkt 3)

- erzeugen von Beispielserien in Kleingruppen
- umsetzen in elektronische Form



17. Mai 2002, Rundbrief 2

Liebe Kolleginnen, liebe Kollegen!

Die Arbeit der Projektgruppe neigt sich schön langsam dem Abschluss zu. Im Zentrum des Geschehens liegt die Erstellung einer **Sammlung von Beispielen** für den technologiegestützten Mathematik-Unterricht. Dabei haben wir drei Zielrichtungen, die durch die Verwendung von Technologie ermöglicht werden, in den Vordergrund gestellt (aufbauend auf langjährigen Wünschen der Kollegen):

- a) Beispiele mit stärkerem Praxisbezug
- b) Beispiele mit größerer mathematischer Tiefe
- c) Klassische Beispiele mit neuen - qualitativ hochwertigeren?? - Fragestellungen, Zielrichtungen ("give it a spin" - wie Josef Böhm sagen würde)

Derzeitiger Stand sind ca. 150 Beispiele - jeweils mit kompletter Ausarbeitung in mindestens einem geeigneten System (TI-83, TI-92, TI-Interactive, Derive, Mathematica, Mupad, Cabri, Cinderella - um die wichtigsten zu nennen). Um einen kleinen Vorgeschmack zu erhalten, wie die Beispielsammlung schließlich aussehen soll, sind auf der ACDCA-Homepage einige Angaben bereits anzusehen

(Link: <http://www.acdca.ac.at/projekt4/pg2> ).

Ich hoffe, ich kann in den nächsten Tagen die Liste verlängern. Die Sammlung wird auf der ACDCA-Seite zum Download freigegeben werden. Außerdem wird es eine gedruckte Version (ein Heft) mit den Angaben geben.

Unsere **Themenliste** ist schon recht umfangreich:

- \* Analytische Geometrie
- \* Kegelschnitte
- \* Trigonometrie
- \* Lineare Funktionen, quadratische Funktionen, Polynomfunktionen, Potenzfunktionen
- \* Extremwertaufgaben
- \* Krümmung, Stetigkeit und Differenzierbarkeit, Einführung in die Differentialrechnung, Einführung in die Integralrechnung, numerische Integration
- \* Folgen und Verteilungen, Wachstum und dynamische Prozesse, Finanzmathematik

Die "**Deadline**" für die Abgabe von Aufgaben, die wir noch integrieren können, ist das Ende der Sommerferien, genauer der **7. September 2002**.

Wichtig dabei:

**Quellenangaben** sind nötig und wichtig (bitte mit großer Sorgfalt), wir haben uns dabei auf eine dreiteilige Abstufung geeinigt:

- a) direkte Abnahme des Angabetextes = normales Zitat
- b) "nach einer Idee von ..."
- c) eigener Name (wenn das Beispiel eine eigene "Erfindung" ist)

Falls es spezielle, nicht direkt aus dem Beispieltext erkennbare **Eingangsvoraussetzungen** gibt oder für die sinnvolle Umsetzung des Beispiels **didaktische Hinweise** nötig sind, bitte diese ergänzen und bei der Angabe dazuschreiben. Für alles Weitere bitte die Musterbeispiele heranziehen.

**Ankündigung:**

Im Herbst (**1. bis 3. Oktober 2002**) wird es das Abschlusssseminar zum Projekt geben (Bundessem.) - in St. Pölten im Bildungshaus St. Hippolyt. Ich würde mich freuen, wenn möglichst viele Projektteilnehmer an diesem Seminar teilnehmen könnten - es wird wieder interessante Workshops geben und außerdem sollen die Endprodukte des Projekts (in unserem Fall die Beispielsammlung) einer Endredation zugeführt werden. Da in St. Pölten kein Computersaal zur Verfügung stehen wird, bitte ich jetzt schon, die Mitnahme von Notebooks (wenn möglich, idealerweise mit Netzwerkkarte) in die Planung mitaufzunehmen.

Herzliche Grüße,  
Walter Wegscheider