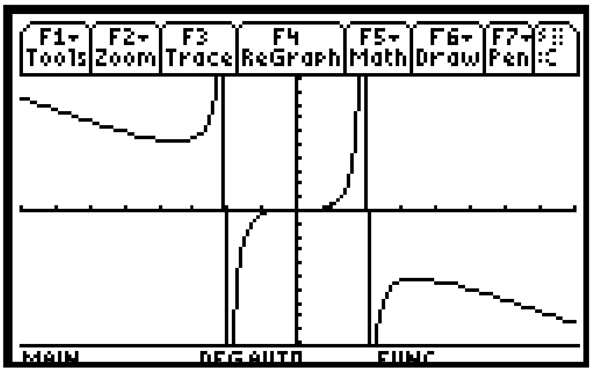
A C D C A

(Austrian Center for the Didactics of Computer Algebra)

Forschungsprojekt

"Der Mathemematikunterricht im Zeitalter der Informationstechnologie"
(Felduntersuchung mit dem TI-92)



VII-D
Schularbeiten
7. Klasse

ALFRED EISLER

Tulln

Dezember 1998

Schularbeiten der 7. Klassen
einige allgemeine Bemerkungen

Bei der Durchsicht der Schularbeiten der 7. Klassen konnte festgestellt werden, dass sich die Beispiele durch die Einführung eines CAS in ihrer Grundstruktur kaum geändert haben. Der Einsatz eines algebratauglichen TR bewirkt jedoch eine Veränderungen in der Prüfungssituation. Fertigkeiten und Kenntnisse, die früher bei den SA abgefragt werden konnten bzw mussten, werden vom Rechner durchgeführt - geänderte Fragestellungen sind notwendig.

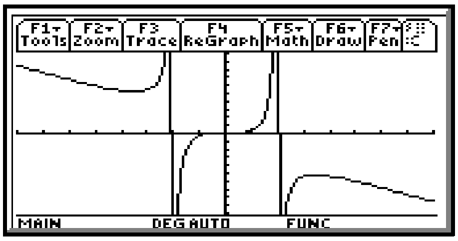
Es sollen nun 3 typische Beispiele - so wie sie immer wieder vorgekommen sind erläuter werden. Behandelt werden dabei die Stoffgebiete Funktionen (Kurvendiskussionen), Extremwertaufgaben und Wahrscheinlichkeitsrechnung.

1) Diskutiere die Funktion $f(x) = x^3/(4-x^2)$ auf beliebige Weise mit dem TI 92 (Dokumentation!) Nullstelle(n), Extremwert(e), Wendepunkt(e), Polstellen, Asymptoten, Graph auf den Zettel übertragen (Maßstab 1:1), Monotonie- und Krümmungsintervalle.

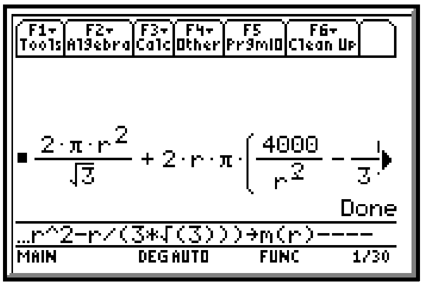
2) Ein oben offener eiserner Behälter für einen Wasserleitungsturm hat die Form eines geraden Zylinders, an den nach unten ein gerader Kegel mit einem Öffnungswinkel an der Spitze von 120° angeschweißt wurde.
Wie groß sind der Radius(r) des Behälters, die Höhe des Kegels(x) und die Höhe des Zylinders(y) zu wählen, damit bei gegebenem Volumen von $V=4000\ \pi\ m^3$ möglichst wenig Eisenblech gebraucht wird?
Beweise auch, dass es sich beim Materialverbrauch um ein Minimum handelt! Fertige eine Skizze an!

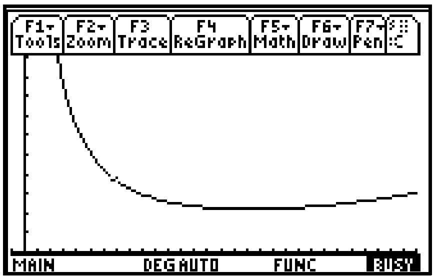
3) Der Zauberer Gargamel hat im Wald von Schlumpfhausen Fallen versteckt, um einige der verhaßten Schlümpfe zu fangen. Er weiß aus Erfahrung, dass nur jede 12. Falle erfolgreich ist.
Berechne die P dafür, bei 30 aufgestellten Fallen
a) genau 2 Schlümpfe zu fangen.
b) mehr als 3 Schlümpfe zu fangen (2 Arten !)
c) Wie viele Fallen muß er mindestens aufstellen, um mit einer P von 70% mehr als 3 Schlümpfe zu fangen.
Wie könnte man dieses Beispiel mit dem Data-Matrix-Editor lösen?
d) Wie viele gefangene Schlümpfe wären bei 30 aufgestellten Fallen zu erwarten?
Gib die allgemeine Formel für die Berechnung des Erwartungswertes an!

Das **erste Beispiel** ist durchaus ein Beispiel, das auch in Klassen ohne CAS gestellt werden kann. Der Zusatz “auf beliebige Weise” lässt den Schluss zu, dass auch die grafische Methode verwendet werden darf.
Aus der grafischen Darstellung lassen sich schon einige Rückschlüsse auf die Eigenschaften der Funktion ziehen.



Das **Beispiel 2** ist ebenfalls ein Standardbeispiel. Allerdings geht aus der Angabe nicht hervor, welcher Lösungsweg verlangt ist, oder ob freie Wahl des Weges besteht
Die Standardmethode (Verwendung von Ableitungen) funktioniert problemlos.
Wählt man die grafische Methode, d.h. Grafik und Taste F5, dann ist der Schüler gezwungen, geeignete Fenstereinstellungen zu suchen. Das Standardfenster versagt hier. Mit der grafischen Methode wird aber auch gleichzeitig der Nachweis erbracht, dass es sich bei der Lösung um ein Minimum handelt.
Für die Ansatzfunktion m(r) gilt :





Aus dem Kurvenverlauf lässt sich das Minimum leicht bestimmen.

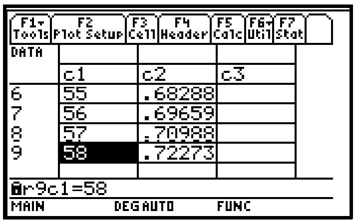
Zu den Extremwertaufgaben ist folgendes festzustellen: Ein wesentlicher Inhalt dieser Aufgaben ist das Finden der Ansatzfunktion und der Nebenbedingung(en) aus einem vorgegebenen Text. Diese Arbeit wird durch den Rechner nicht abgenommen, die Maschine führt nur die reinen Rechenoperationen aus; das Finden des Weges bleibt Arbeit des Schülers.

Beispiel 3 ist ein übliches Beispiel, das durch einige Zusätze ergänzt wurde.
Bei den Aufgaben zur Binomialverteilung gibt es für die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten Formeln, die im Unterricht erarbeitet werden müssen. Diese Formeln werden in den Rechner eingegeben und stehen auch bei der Schularbeit zur Verfügung.

$$bnp(n,p,k) = \binom{n}{k} p^{k}.(1-p)^{n-k} \qquad \text{für die Wahrscheinlichkeit}$$

Damit sind diese Aufgaben sehr rasch zu lösen.

Im Teil b) läßt sich jetzt auch die Variante der direkten Berechnung(Summe von 4 bis 39) durchführen.
Teil c) löst man durch Probieren - mit dem Rechner ist das eine durchaus erlaubte Methode.



Lösung mit dem Data-Matrix Editor

57 Fallen müssen aufgestellt werden.

Nähere Details können in den Abhandlungen zum 2. BF der 7. Klasse nachgelesen werden.

Besonders im Bereich der Wahrscheinlichkeitsrechnung lassen sich jetzt auch Aufgaben mit größeren Zahlen - größeren Stichproben - rechnen.

Zusätzliche Fertigkeiten, die der Schüler beherrschen sollte:

✔ Wo ist der Einsatz des Rechners sinnvoll, wo rechne ich händisch schneller
✔ Es gibt mehrere Lösungswege, welchen wähle ich?
✔ Es soll eine brauchbare Dokumentation erstellt werden können.
✔ Wie genau sollen die Ergebnisse angegeben werden, was ist sinnvoll?
✔ Interpretation der Ergebnisse - ist die gelieferte Lösung auch tatsächlich eine Lösung des Beispiels?
✔ Funktionen sollen möglichst erst mit dem Grafikbefehl gezeichnet werden, damit man sieht, wie sie überhaupt ausschauen.
✔ Aus der grafischen Darstellung sollen Rückschlüsse gezogen werden.
✔ Bei Fehlermeldungen sollte der Schüler die Ursache selbständig finden können.