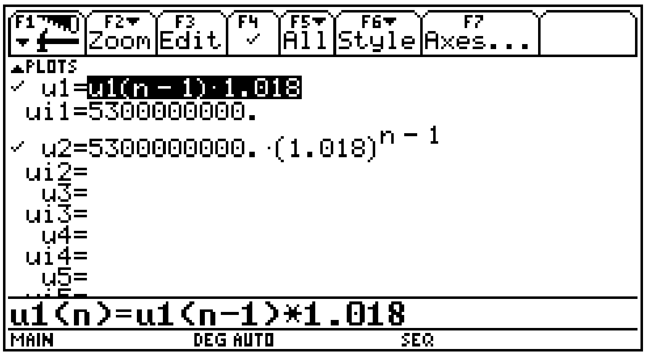
A C D C A

(Austrian Center for the Didactics of Computer Algebra)

Forschungsprojekt

"Der Mathemematikunterricht im Zeitalter der Informationstechnologie"
(Felduntersuchung mit dem TI-92)



VII-C
Schularbeiten
6. Klasse

GERHARD HAINSCHO

Wolfsberg
Dezember 1998

Mag. Gerhard Hainscho

Schularbeitsaufgaben 6. Klassen

- Größtenteils wurden als Schularbeitsbeispiele traditionelle Aufgabenstellungen verwendet, die sich auf den ersten Blick kaum von bisherigen Beispielen unterscheiden; z.B.:

Bsp. 1: Berechne den Umfang und den Flächeninhalt eines viereckigen Grundstücks: AB = a = 107,35 m, BC = b = 58,60 m, AD = d = 81,64 m, α = 50,35°, β = 65,77°.

Bsp. 2: Ergänze: sin (42°) = sin (.......) = sin (.......) = cos (.......) = cos (.......) = tan (.......).
Begründe deine Antworten entweder durch eine Skizze bzw. gib an, wie du mit Hilfe des Taschenrechners auf eine Antwort gekommen bist.

Bsp. 3: Berechne den Normalabstand des Punktes P(-14/3/11) von der Ebene ε: 5x + 4y - 2z = 10.

Bsp. 4: Gegeben ist die Folge a(n) = < 9 058 973, 1 294 139, 184 877, 26 411, 3 773, ... >.

a) Gib das Bildungsgesetz der gegebenen Folge rekursiv und explizit an.

b) Welche Nummer hat das erste Folgenglied < 10?

Bsp. 5: Rechne mit dem TI-92 und begründe das Ergebnis: $\sqrt{11 \cdot \sqrt[3]{11}} =$

Dabei ist jedoch zu beachten, dass den Aufgaben nicht angesehen werden kann, ob sie auch auf traditionelle Art und Weise bearbeitet wurden oder nicht. So wurden etwa von einigen Klassen Module (Programme oder ausführbare Textmodule) für die Lösung trigonometrischer Aufgaben entwickelt (vgl. Bsp. 1), die Lösung einer Aufgabe konzentriert sich dabei stärker auf die Erkennung ihrer Struktur und Zuordnung zu einer bestimmten Klasse. In weiterer Folge muss „nur“ mehr das entsprechende Modul aufgerufen und mit den aktuellen Daten abgearbeitet werden. Diese Vorgangsweise ist auch für andere Themen denkbar, insbesondere für die analytische Geometrie und Vektorrechnung (vgl. Bsp. 3). Aber selbst bei traditioneller Bearbeitung von Aufgaben, die üblicherweise starke Tipparbeit und damit eine gewisse Nervenstärke erfordern (man denke etwa an Anwendungen von Sinus- oder Cosinussatz), bringt der TI-92 eine gewisse Entlastung, da Tippfehler jederzeit erkannt und leicht korrigiert werden können. Andererseits bringt der unkritische Einsatz des Rechners für ganz einfache (Umkehr)Aufgaben der Trigonometrie mit unendlich vielen Lösungen die Schwierigkeit mit sich, dass die auftretenden Formvariablen erst interpretiert werden müssen (vgl. Bsp. 2).

Als weiterer Aspekt ist zu bedenken, dass der Wissenshintergrund der Schüler zu bestimmten Aufgaben ein ganz anderer ist als im traditionellen Unterricht (vgl. Bsp. 4). Da mit TI-92 beispielsweise auch rekursive Folgen leicht handhabbar und damit keineswegs „exotisch“ sind, steht den Schülern eine größere Palette von Methoden zur Verfügung, die alle zur Lösung der gestellten Aufgabe führen und aus denen sich jeder seine „Lieblingsmethode“ wählen kann (z.B. exakte oder numerische Lösung entsprechender Gleichungen, Lösungen aus einer Tabelle oder einem Funktionsgraphen).

Auch die Motivation, die zu bestimmten durchaus traditionellen Aufgaben führt, kann mit dem TI-92 eine andere sein (vgl. Bsp. 5). Anstelle der Aufforderung „Rechne mit dem TI-92 und begründe das Ergebnis“ könnte auch die Frage stehen, wie man auf eine bestimmte gegebene Lösung kommt. Der Drang, eine zwar vom Rechner aber damit doch irgendwie selbsterzeugte Formel zu begründen, ist sehr stark; dagegen gibt es üblicherweise kaum ein Bedürfnis, eine vom Lehrer (oder Lösungsheft) vorgegebene Antwort zu reproduzieren.

- Gelegentlich wurden traditionelle Aufgabenstellungen durch TI-spezifische Fragen ergänzt, meist durch Fragen nach TI-spezifischer Notation. Nur in seltenen Fällen gibt es ganze TI-spezifische Aufgaben, in denen auch Handlings-Fertigkeiten abgefragt werden; z.B.:

Bsp. 6: Zeichne mit der Geometrie-Applikation deines TI-92 das Dreieck ABC [A(-2/-0,5), B(1/-1), C(1,5/1)] und ermittle seinen Flächeninhalt.

Es finden sich kaum Aufgaben, die zwar leicht mit TI-92, nicht jedoch auch „händisch“ mit bereits im Unterricht entwickelten Methoden gelöst werden können. Der Rechner wird fast ausschließlich als Werkzeug gesehen, nicht als Inhalt mathematischer (Schularbeits)Aufgaben.

- Insbesondere aus dem Themenbereich „Wachstumsprozesse“ (2. Beobachtungsfenster) finden sich aber Schularbeitsbeispiele, die ohne TI-92 nicht bzw. nur mit erhöhtem Aufwand bearbeitet werden könnten; z.B.:

Bsp. 7: Ein zunächst weitgehend unbekannter Politiker kandidiert in einer Stadt mit 25 000 Wahlberechtigten für das Bürgermeisteramt. Zur Überprüfung der Wirkung der im Wahlkampf eingesetzten Werbemaßnahmen werden wöchentlich die Anzahl der Wahlberechtigten erhoben, denen der Politiker bereits bekannt ist. Dabei ergibt sich folgende Tabelle der ersten Wochen:

Woche	1	2	3	4	5	6	7
Anzahl	200	300	450	675			

a) Geben Sie ein geeignetes Wachstumsmodell an und begründen Sie dieses.
b) Geben Sie die TI-92 Notation an.
c) Ergänzen Sie die Werte in der Tabelle.
d) Der Kandidat möchte am Ende des Wahlkampfes mindestens 90% der Wahlberechtigten bekannt sein. In welcher Woche sollte dann frühestens die Wahl sein?
e) Welche Wachstumsrate ist mindestens notwendig, um diesen Bekanntheitsgrad von 90% in Woche 13 zu erreichen?

Bsp. 8: Das Anfangsgehalt zweier Angestellter A und B beträgt in beiden Fällen ATS 170 000,- im Jahr. A erhält jährlich eine Gehaltserhöhung von ATS 3 434,-; B erhält jährlich eine Gehaltserhöhung um 2%.
a) Gib je eine rekursive Formel für den Verdienst von A (`u1(n)`) bzw. B (`u2(n)`) an und begründe deine Wahl des jeweils geeigneten Modells.
b) Wer verdient nach dem 1. Dienstjahr mehr und wie hoch ist die Differenz?
c) Wer verdient nach 10 Dienstjahren mehr und wie hoch ist die Differenz?
d) Um wieviel % ist für A bzw. B jeweils der Verdienst nach 10 Dienstjahren höher als das Anfangsgehalt?
e) Um wieviel verdient B in den ersten 10 Dienstjahren insgesamt mehr als A?
f) Gibt es außer ganz zu Beginn noch einen Zeitpunkt, zu dem A und B genau gleich viel verdienen?
g) Wie hoch müsste die jährliche Gehaltserhöhung für A sein, wenn er nach 25 Dienstjahren gleich viel verdienen soll wie B?
h) Wie hoch müsste die jährliche prozentuelle Gehaltserhöhung für B sein, wenn er nach 25 Dienstjahren gleich viel verdienen soll wie A?

Bsp. 9: 30 dag Zucker werden in einer großen Menge Wasser aufgelöst. Der Prozess der Auflösung kann näherungsweise durch die Rekursion m(t) = m(t-1)·0,9 beschrieben werden. Dabei ist m(t) die Menge des noch ungelösten Zuckers nach t Sekunden.

a) Wie viel Prozent des Zuckers lösen sich in einer Sekunde auf?

b) Wie lange dauert es, bis mehr als die Hälfte des Zuckers aufgelöst ist?

c) Wie lange dauert es, bis der Zucker zur Gänze aufgelöst ist, wenn man annimmt, dass diese Formel den Auflösungsprozess genau wiedergibt? Was sagst du dazu?

Bsp. 10: Mat und Harry trainieren für den Wien-Marathon. Beide beginnen mit einem wöchentlichen Trainingspensum von 20 km in der Woche. Mat läuft jede Woche um 8 km mehr, Harry steigert seine Leistung wöchentlich um 20%.

a) Berechne für beide das Laufpensum in der 5. Trainingswoche.

b) Wie groß ist für jeden der beiden der mittlere prozentuelle Streckenzuwachs von der 6. bis zur 10. Trainingswoche?

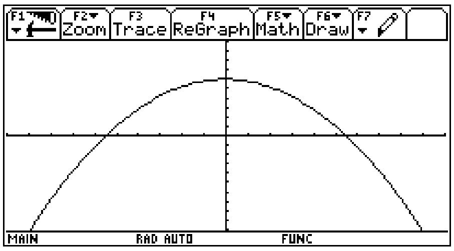
c) Wann haben die beiden (annähernd) die gleiche wöchentliche Trainingsleistung?

d) Durch welche Eigenschaften ist der Wachstumsprozeß von Mats wöchentlicher Trainingsleistung gekennzeichnet?

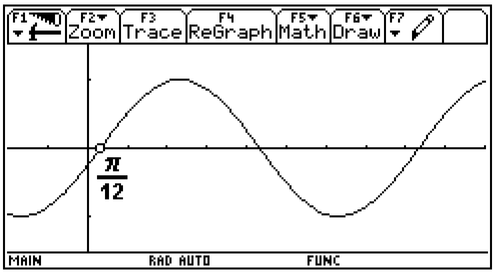
Wenn auch nicht sehr massiv, so findet man doch gegenüber traditionellen Schularbeiten einen erhöhten Prozentsatz von Fragestellungen, die Begründungen und Interpretationen anstelle von Berechnungen einfordern. Modellbildung und Interpretation von Ergebnissen beginnen in den Vordergrund zu rücken.

- Besonders hilfreich erweist sich der TI-92 auch bei Aufgaben im Zusammenhang mit Funktionsgraphen. Hier finden sich viele entsprechende Aufgaben; z.B.:

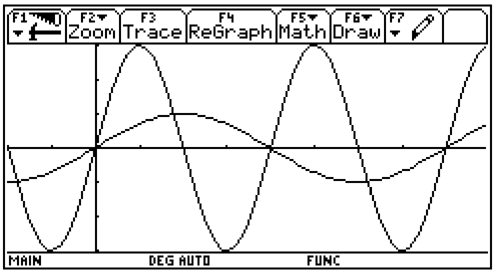
Bsp. 11: Gib den Funktionsterm an:



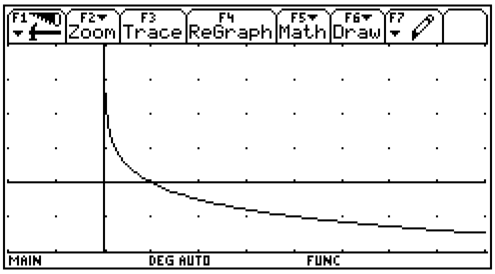
Bsp. 12: Stelle die gegebene Kurve a) als Sinus- b) als Cosinusfunktion dar:



Bsp. 13: In der folgenden Skizze sind eine Funktion der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ mit $a, b \in$, $x \in [-90°;400°]$ und die Funktion $g(x) = \sin x$ (als Vergleich) dargestellt. Bestimme a und b.

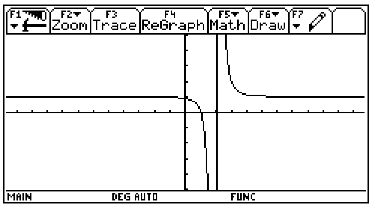


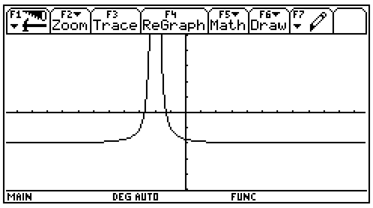
Bsp. 14: Gib aus dem Funktionsgraphen die Basis a der Funktion f_1: $y={}^{a}\log x$ an.
Gib weiters die Gleichungen jener Funktionen an, deren Graph dadurch entsteht, dass f_1 an der x-Achse bzw. an der 1. Mediane gespiegelt wird.

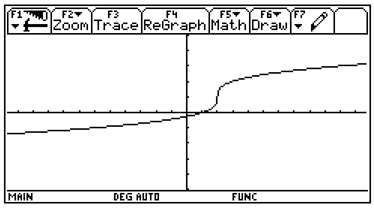


Bsp. 15: Ordne die gegebenen Gleichungen den entsprechenden Graphen zu:

f_1: $y = (x+2)^{-2} - 2$ / f_2: $y = (x-2)^{-3} + 1$ / f_3: $y = (x-2)^{\frac{1}{3}} + 1$







Durch den Einsatz des TI-92 wird experimentelles Arbeiten auch bei Schularbeiten möglich, was bisher kaum der Fall war. Vermutungen lassen sich schnell bestätigen oder widerlegen.

- Bezüglich der Ergebnisse der Schularbeiten gibt es leider nur Rückmeldungen, die mehr auf dem Gefühl der betroffenen Lehrer als auf echten Daten beruhen. Insgesamt scheinen die Noten leicht besser zu werden. Nach wie vor gibt es viele Routine-Aufgaben, und nach wie vor wissen schwache Schüler nicht immer, was sie tun, wenn sie eine Aufgabe nach gewohntem Schema rechnen, aber sie machen weniger Fehler dabei. Die Befürchtung, die Schere zwischen guten und schlechten Schülern könnte größer werden, scheint sich also nicht zu erfüllen.