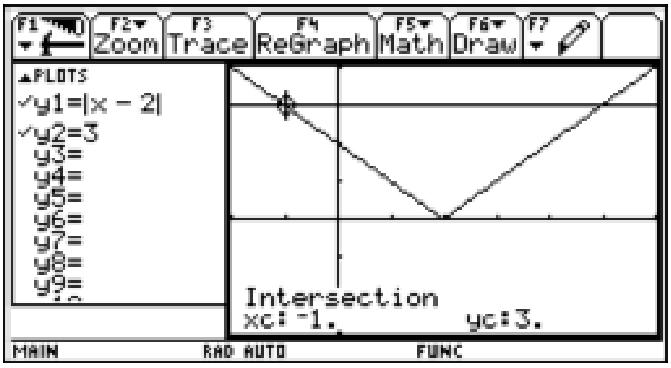
A C D C A

(Austrian Center for the Didactics of Computer Algebra)

Forschungsprojekt

"Der Mathemematikunterricht im Zeitalter der Informationstechnologie"
(Felduntersuchung mit dem TI-92)



VII-B
Schularbeiten
5. Klasse

OTTO WURNIG
JOSEF LECHNER

Graz/Amstetten
Dezember 1998

Leistungsbeurteilung – Schularbeiten
5. Klasse

I. Rückmeldung der Versuchslehrer

- Viele 5. Klassen werden neu strukturiert, besonders in Schulen mit G/RG kommt es vor, dass eine große Sammelklasse für das RG gebildet wird. Die Einführung des TI92 erwies sich in solchen Klassen als guter Neuanfang für den Mathematikunterricht!
- Die Schularbeitsaufgaben müssen **lernzielorientierter** als bisher gestellt werden, wodurch die Schularbeitstexte länger werden.
- Da die Schularbeitsbeispiele nicht, wie im DERIVE-Versuch, mit Diskette abgegeben werden können, muss eine ordentliche **Dokumentation** über die vom TI92 abgenommene Rechnung gemacht werden.
  Dies erfordert Zeit, wodurch manchmal weniger Beispiele als bisher üblich (z.B. nur drei gegeben werden können. Es kommt daher des öfteren vor, dass Schüler, um der zeitraubenden Dokumentation zu entgehen, lieber den TI92 nur als verbesserten Taschenrechner benützen. Dies zeigte sich in der 5. Klasse insbesondere bei Aufgaben der Analytischen Geometrie.
- Von Anfang an stellte sich die Frage:
  *Was sollen die Schüler **mindestens ohne TI92** können?*
  *Was sollen die Schüler **als Minimum mit dem TI92** beherrschen?*
  Um dieses Minimum bei der Schularbeit überprüfen zu können, wurde ein Teil der Beispiele mit dem TI92 und ein Teil ohne TI92 zu bearbeiten aufgegeben. Es wurde versucht, dies, so oft es ging, mit einem Angabenblatt zu bewältigen. Wenn aber für den Lehrer eine Kontrolle des TI-Einsatzes während der Schularbeit nicht mehr möglich war, wurden zwei Textblätter ausgegeben, damit sie hintereinander mit unterschiedlichen Hilfsmitteln kontrolliert bearbeitet werden konnten.
  1. Beispiel: *1. Blatt*: 2 Gleichungen aus der Physik sind ohne TI92 „*händisch*“ nach einer bestimmten Variablen aufzulösen, nach 10-15min Abgabe und Bearbeitung des 2. Blattes im Schularbeitsheft
  2. Beispiel: *1. Blatt*: Das 1. Beispiel ist auf einem vorstrukturierten Arbeitsblatt *mit dem TI92* zu bearbeiten, nach 10-15min Abgabe und Bearbeitung des 2. Blattes Schularbeitsheft

II. Vorgangsweise und Probleme bei der Schularbeit

- Bei vielen Schularbeitsbeispielen ist den Schülern freigestellt, ob sie vorrangig mit dem TI92 oder „zu Fuß“ oder kombiniert vorgehen wollen.
- Schüler wählen **mit dem TI92** oft *andere Lösungswege als bisher*. Die Methodenvielfal hat zugenommen. Das sieht man dann, *wenn die Schüler nicht zu einer bestimmten Methode gezwungen werden. Dies wird wahrscheinlich auf die unterschiedlichen Denkweisen zurückzuführen sein*. (F.H.)
- **Neue** durch den TI92 begangenen **Wege** bedeuten **mehr Arbeit für den Lehrer**. Er muss den neuen Weg verstehen, was vor allem dann schwer ist, wenn die Dokumentation des Schülers nur schwer verständlich ist
- Schüler begegnen auf Grund des TI92-Einsatzes **Textaufgaben** unbefangener als bisher.

Zwei Lehrerrückmeldungen:
„Interessant ist, dass es auch für die Schüler zu einer klaren „Segmentierung“ der Aufgabe in einen Teil „Mathematisierung“ und einen Teil „Operieren“ (TI-Einsatz) kommt. Für die Schüler bringt das eine echte Entlastung, und wie sie mir mitgeteilt haben, hat diese Kategorie für sie nicht mehr den Schrecken, den sie noch in der Unterstufe hatte.“ (J.L.)
„Meine Vermutung ist, dass die Schüler beim „Übersetzen“ des Textes jetzt bereit sind, kompliziertere Gleichungen anzuschreiben, weil die Lösung der TI-92 übernimmt. Früher war eine gewisse Scheu vor dem danach folgenden größeren Rechenaufwand zu bemerken, und so wurden längere Gleichungen erst gar nicht aufgestellt.“ (G.V.)

- Die Verwendung des **TI92** verleitet bei Aufgaben der Analytischen Geometrie zu **Verwechslung von Vektoren**!
  „Vor allem die vielen Verwechslungen von Vektoren beim Arbeiten in der Analytischen Geometrie dürfte auf die Arbeit mit dem Rechner zurückzuführen sein. Fehler dieser Ar werden m. E. eher gefördert als vermieden und sind nur durch konsequente Planung hintanzuhalten.“ (J.L.)

- Fertige gemeinsam erarbeitete oder selbsterstellte **Module** sind eine **echte Hilfe für die besseren Schüler**, können aber **neue zusätzliche Probleme für schwächere Schüler** bedeuten, wenn sie von diesen unverstanden verwendet werden.
  „Ich meine, *für die meisten Schüler ist der TI-92 eine echte Hilfe, auch in der Analytischen Geometrie*. Sie erkennen rasch den Vorteil des modularen Arbeitens, wobe gerade die besseren Schüler sehr bald eigene Module schreiben. Leider überspielen sich die schwachen Schüler ohne Reflexion diese Module.“ (F.H.)

- **In Gruppenarbeit erstellte**, vor der Klasse präsentierte **Module** bereichern den Unterricht, bedeuten aber, falls nicht durch den Lehrer normiert **eine Gefahrenquelle bei der Schularbeit**!
  „Es traten bei der Schularbeit Probleme auf, weil mindestens zwei verschiedene Versionen der Funktion existierten, die eine normale Gerade zu einer gegebenen Geraden g durch einen Punkt p in Parameterform liefern sollte. Ursache für die verschiedenen Versionen war, dass diese Funktionen in Gruppenarbeit erstellt worden sind. Sie wurden zwar am Overheaddisplay präsentiert, aber offenbar nicht von allen Schülern so übernommen. ... Während der Schularbeit bemerkten (sehr gute) SchülerInnen, eine offensichtlich sinnentstellende Bezeichnungsweise und begannen an der Richtigkeit des Programms zu zweifeln. Sie verloren durch das neuerliche Schreiben des Programms sehr viel Zeit. Diese fehlte ihnen dann beim 4. Beispiel!“ (A.V.)

Ein Beispiel für eine Schularbeit, bei der das modulare Arbeiten schwerpunktmäßig im Vordergrund stand, ist im Folgenden angeführt. Neben dem modularen Arbeiten wird bei dieser Klassenarbeit auch von den Schülerinnen und Schülern exaktes Arbeiten und kritisches Denken verlangt.

III. Eine typische Schularbeit (aus dem 2. Rahmenthema)

Die folgende Schularbeit zum Themenbereich Analytische Geometrie eignet sich gut zur Überprüfung von Fähigkeiten im modularen Arbeiten. Dabei zwingt der Einsatz moderner Technologien die Schüler noch stärker als bisher dazu, zwischen Planung (ohne TI) und Ausführung der Kalküle (mit TI) zu trennen.

1) *Gegeben sei die Gerade g...* $\vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} + t.\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

a) *Berechne die Koordinaten jener Punkte der Geraden, die von A(-1/2) $\in$ g den Abstand 10 haben!*

b) *Spiegle den Punkt C(8/-4) an der Geraden g. Wie groß ist der Normalabstand von C zu g?*

---

2) a) *Kann eine Gerade im* $\mathbb{R}^2$ *sowohl eine Parameterdarstellung der Form* $\vec{x} = \vec{p} + s.\vec{g}$ *mit* $\vec{p} \neq \vec{o}$ *als auch eine Parameterdarstellung der Form* $\vec{x} = t.\vec{g}$ *haben? Wenn ja, was läßt sich über diese Gerade aussagen?*

b) *Gegeben sind die Punkte A(1/5), B(-3/-2) und C(3/1)*
Zeige durch Rechnung, dass das Dreieck ABC rechtwinkelig ist und gib an, wo der rechte Winkel liegt. Berechne weiters den Flächeninhalt des Dreiecks!

---

3) *Beweise:* $\forall \vec{a},\vec{b} \in \mathbb{R}^2\colon\ |\vec{a}| = |\vec{b}| \Leftrightarrow (\vec{a}+\vec{b}) \perp (\vec{a}-\vec{b})$

Versuche, die zu beweisende Aussage in Form eines geometrischen Lehrsatzes zu formulieren!

---

4) *Von einem Dreieck ABC kennt man die Trägergeraden der Seiten:*

gc... $\vec{x} = \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \end{pmatrix} + r.\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, *gb... x - 3y = -17* , *ga...* $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

a) *Bestimme die Koordinaten der Eckpunkte des Dreiecks!*

b) *Bestimme die Gleichungen von 2 Seitensymmetralen in Normalvektorform!*

c) *Berechne die Koordinaten des Umkreismittelpunktes U und die Länge des Umkreisradius r.*
Hinweis: Erstelle vor der Rechnung einen geeigneten modularen Ablaufplan!

Bonus: *Leite die Abschnittsform* $\frac{x}{c} + \frac{y}{d} = 1$ *der Geradengleichung aus der Hauptform* $y = k.x + d$ *her! Welche geometrische Bedeutung haben dabei c und d?*

Viel Erfolg!

Voraussetzungen:
Die Schülerinnen und Schüler sollen bereits eine entsprechende Routine im Umgang mit vordefinierten Funktionen wie NORM (Länge), UNITV (Einheitsvektor), DOTP (skalares Produkt) haben und auch schon selbst Funktionen definiert haben. Weiters ist es unerlässlich, dass sie daran gewöhnt sind, vor der Rechnung eine entsprechende Strategie für die Bearbeitung der Aufgabe zu entwickeln.

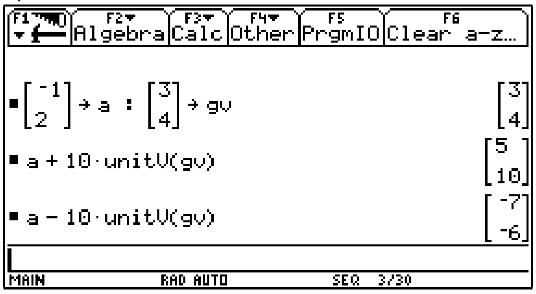
Ziele:
- Die Schülerinnen und Schüler sollen ihre Fertigkeiten und Fähigkeiten im modularen Arbeiten unter Beweis stellen.
- Die Schülerinnen und Schüler sollen ihre Arbeit ausreichend und übersichtlich dokumentieren.
- Die Schülerinnen und Schüler sollen ihre Fähigkeiten im exakten Arbeiten und kritischen Denken an einigen Beispielen demonstrieren.

Zeitlicher Umfang: 50 Minuten.

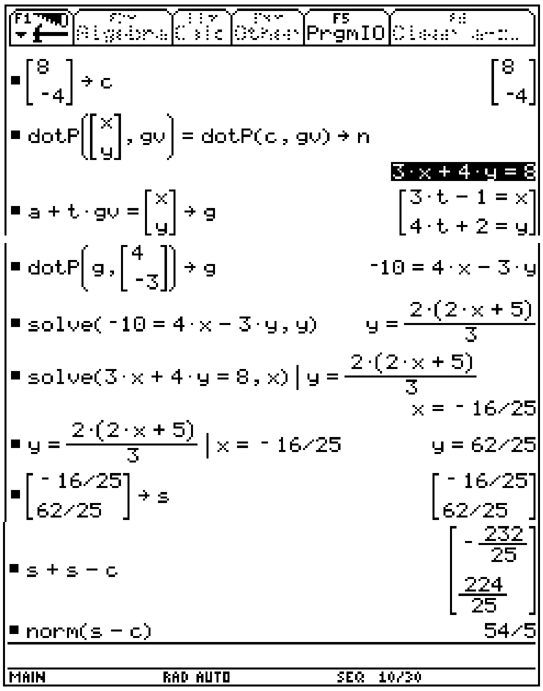
Lösungsvorschläge:

Ad Beispiel 1:

a)



b)



Aufgaben wie Beispiel 1a werden mittels TI noch einfacher, als dies bisher bereits der Fall war. Allerdings wird das Wissen um die konkrete Berechnung des Einheitsvektors durch das Wissen um die Syntax des entsprechenden Befehls abgelöst - sofern von Lehrerseite nicht entgegengesteuert wird.

Beispiel 1b zeigt, dass die Abnahme des Kalküls durch das Werkzeug TI um den Preis einer geringeren Übersichtlichkeit erkämpft wird. Hier zeigt sich bereits die Notwendigkeit einer vorhergehenden Planung und die Notwendigkeit einer entsprechenden Dokumentation der tatsächlichen Ergebnisse.

Ad Beispiel 2: Hier ist der TI höchstens in Teil b von Nutzen (wenn man die Mühe des Eintippens nicht scheut.

a) Die gestellte Frage muss hier mit „Ja“ beantwortet werden. Zwei derartige Parameterdarstellungen sind natürlich dann möglich, wenn die Gerade durch den Ursprung verläuft!

b) $\vec{CA}\cdot\vec{CB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -6 \\ -3 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow$ der rechte Winkel liegt bei C. $A = \dfrac{|\vec{AC}|\cdot|\vec{CB}|}{2} = 15E^2$

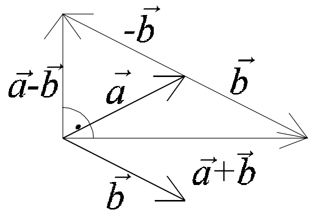
Ad Beispiel 3: Einerseits verlangt dieses Beispiel, eine geometrische Aussage zu beweisen, andererseits soll eine Übersetzung einer mathematischen Aussage in eine für den alltäglichen Gebrauch besser geeignete durchgeführt werden. Dies erfordert natürlich verstärkte interpretative Fähigkeiten seitens des Schülers. Der zu beweisende Teil lässt kaum einen Einsatz des TI-92 zu. Hier kommt es darauf an, die Rechenregeln für Vektoren geeigne einzusetzen:

Da $(\vec{a}+\vec{b}) \perp (\vec{a}-\vec{b}) \Leftrightarrow (\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b}) = 0$ muss gelten:

$$0 = (\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b}) = \vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{b}\cdot\vec{a}-\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{b}\cdot\vec{b} = \vec{a}\cdot\vec{a}-\vec{b}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2$$

Dies ist aber nun gleichbedeutend mit $|\vec{a}|^2 = |\vec{b}|^2 \Leftrightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}|$ ☐

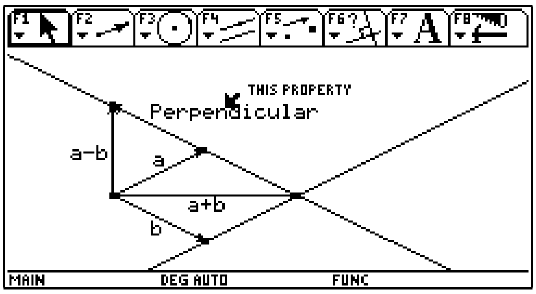
Der zweite Teil - der Übersetzungsprozess von mathematischem Satz in verbale Aussage - kann am besten unter Zuhilfenahme einer geeigneten Skizze durchgeführt werden. Dieser Weg wurde auch tatsächlich von den meisten Schülern gewählt.



(1) Summen- und Differenzenvektor zweier gleich langer Vektoren stehen stets normal aufeinander.

(2) Die Winkelsymmetralen zweier Geraden stehen stets normal aufeinander.

Eine andere - dynamische - Art der Bearbeitung wäre hier noch denkbar, wurde aber von den Schülern nicht eingeschlagen. Dies v.a. deshalb, da der vorhergehende Unterricht nur sporadisch das Geometriewerkprogramm CABRI einbezogen hat.
Würde nämlich der obige Zusammenhang nicht als Skizze, sondern als CABRI-Zeichnung ausgeführt, so stünden neue Möglichkeiten einer dynamischen Beweisführung zur Verfügung: Mit „Check Property“ könnte die gegenseitig Lage des Summen- und Differenzenvektors abgefragt werden und zwar auch dann, wenn $\vec{a}$ und $\vec{b}$ mittels Zugmodus verändert werden. Naturgemäß kann dies in der folgenden Zeichnung nicht zum Ausdruck kommen.



Beweisführung mittels CABRI-Geometrie.

Ad Beispiel 4:

a) *Strategie* *Zwischenergebnisse nach Ausführung*

- ga, gb, gc in implizite Form bringen.

ga $2x - y = 11$
gb $x - 3y = -17$
gc $x + y = -5$

- Koordinaten der Eckpunkte durch Schnitt bestimmen.

ga ∩ g ⇒ C(10/9)
ga ∩ gc ⇒ B(2/-7)
gb ∩ gc ⇒ A(-8/3)

b) • Seitensymmetralen aufstellen.

ssa ... $\vec{x}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} = \vec{m}_a\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$, $\vec{m}_a = \dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{2} = \begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix}$ ⇒ ssa ... $x + 2y = 8$

ssb ... $\vec{x}\cdot\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix} = \vec{m}_b\cdot\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$, $\vec{m}_b = \dfrac{\vec{a}+\vec{c}}{2} = \begin{pmatrix}1\\6\end{pmatrix}$ ⇒ ssb ... $3x + y = 9$

ssc ... $\vec{x}\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} = \vec{m}_c\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$, $\vec{m}_c = \dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2} = \begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$ ⇒ ssc ... $x - y = -1$

c) • Umkreismittelpunkt berechnen.

ssa ∩ ss ⇒ U(2/3)

- Umkreisradius berechnen

$r = |\vec{AU}| = \left|\begin{pmatrix}10\\0\end{pmatrix}\right|$ ⇒ r = 10 E

Bonus: $y = k.x + d \Rightarrow -k.x + y = d \Rightarrow \dfrac{-k.x}{d} + \dfrac{y}{d} = 1 \Rightarrow \dfrac{x}{\frac{-d}{k}} + \dfrac{y}{d} = 1$

Setze $c := -d/k \Rightarrow \boxed{\dfrac{x}{c} + \dfrac{y}{d} = 1}$

c und *d* geben die Abschnitte an, die die Gerade mit der Gleichung $\dfrac{x}{c} + \dfrac{y}{d} = 1$ von der *x* bzw. *y*-Achse „abschneidet".

Zum modularen Arbeiten:

Die Zuweisung von Punkten und Geradengleichungen auf (mnemotechnisch gut geeignete) Kurznamen wurde von den Schülern sehr gut angenommen und stellte auch bei der betrachteten Schularbeit eine „Standard-Arbeitstechnik" dar. Die vordefinierten Module wie DOTP() oder UNITV() werden von den Schülern problemlos akzeptiert.

Auch die Notwendigkeit einer vorherigen Planung wird von den Schülern eingesehen und auch angenommen. Die Annahme ist allerdings vom Komplexitätsgrad der Aufgabe abhängig.

Zu den aufgetretenen Fehlern:

Eine der Hauptfehlerursache war hier das Verwenden falscher Vektoren, dies hatte 3 verschiedene Ursachen:

- reine Tippfehler (z.B. wurde irgendwo eine Koordinate falsch eingegeben)
- Verwechslungen: statt dem Streckenmittelpunk wurde etwa der Normalvektor in die Normalvektorform eingesetzt.

Wie oben bereits erwähnt, dürften die vielen Verwechslungen von Vektoren auf die Arbeit mit dem Rechner zurückzuführen sein. Fehler dieser Art werden durch den Rechner m.E. eher gefördert statt vermieden und sind nur durch konsequente Planung hintanzuhalten.

Zur Dokumentation:

Sowohl bei Beispiel 1 als auch bei Beispiel 4 war modulares Arbeiten gefragt: Die Ausarbeitung bei Beispiel 1 zeigt, wie das Beispiel für einen Schüler, der konsequent mit dem TI-92 arbeitet, erscheint. Eine der wesentlichsten Erfahrungen für die Schüler ist der Umstand, dass zwar der Rechenanteil viel kürzer wird, dafür aber leichter die Übersicht verlorengehen kann - einerseits durch die geringe Schirmgröße und andererseits durch die oft verfremdete Notation.
Beispiel 4 zeigt, wie bei (leistungsstarken) Schülern die Dokumentation im Heft etwa aussieht: Strategieplan und notierte Zwischenergebnisse gehen Hand in Hand. Zuerst wird ein Strategieplan entworfen, dieser wird anschließend „abgearbeitet“, die Ergebnisse werden an den entsprechenden Stellen (im Text oben rechtsbündig) notiert.

IV. Vier ausgewählte Schularbeitsbeispiele

Beispiel 1: Der schiefe Wurf

Die Flugbahn eines Körpers beim schiefen Wurf wird durch den Graphen der Funktion **$f(t) = 45 + 20t - 5t^2$** *beschrieben, wobei h die Höhe und t die Zeit bedeuten. Zeichne die Flugbahn unter* ***Verwendung des TI92*** *im (t, h)-Koordinatensystem ins Heft !*

(a) Wann ist der höchste Punkt der Flugbahn erreicht und wann schlägt der Körper am Boden (h=0) wieder auf ?

(b) In welcher Höhe beginnt die Flugbahn und wann erreicht der Körper für einen Augenblick wieder diese Höhe ?

Begründe deine Antworten !

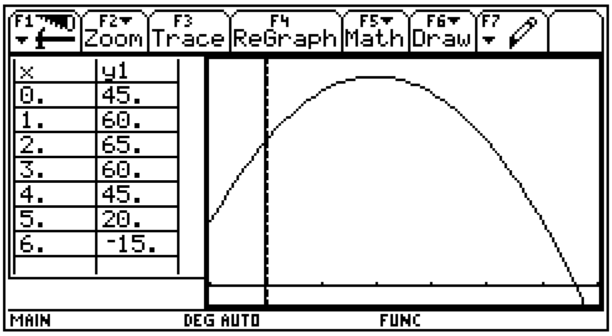
Voraussetzungen:
Die Schüler sollen bereits einfache Wurfprobleme, wie z.B. den lotrechten Wurf behandelt haben und im Wechseln zwischen Algebra-, Tabellen- und Graphikfenster geübt sein.

Ziele:

- Die Schülerinnen sollen die Funktion richtig i das Funktionenfenster bzw. Algebrafenster eingeben können.
- Die Schülerinnen sollen die Funktion günstig im Graphikfenster durch richtige Skalierung darstellen und durch eine neu überlegte Skalierung ins Heft zeichnen können.
- Die Schülerinnen sollen unter Verwendung des TI92 die Fragen richtig beantworten und begründen können.

Lösungsvorschläge:

Die Schüler bevorzugten eindeutig das Tabellen- und Graphikfenster, wobei etliche die **Window-Shuttle-Technik** einsetzten:



Es war überraschend, dass das Tabellenfenster nicht nur zum Zeichnen und Begründen, sondern auch zur Bestimmung der Fallzeit eingesetzt wurde. Bei der *Tabellenmethode* kommen die Schüler mit Hilfe der schrittweisen Verfeinerung von selbst zu einer Folge von Intervallen und somit zu einer **Intervallschachtelung**. Vier Schüler verwendeten zusätzlich das Graphikfenster (*Intersection)* und fünf Schüler das Algebrafenster (*Solve)*.

Antwort zu a) aus der *Tabelle* entnommen: Der höchste Punkt ist bei (2;65) (Symmetrie)
und er schlägt ca. nach 5,6 sec auf [(5,6;0,2),(5,7;-3,45)];
mit *Intersection* im Graphikfenster: xc=5,60555 yc=0;
mit *Solve*: SOLVE(45+20x-5x²=0,x) x=5,60555 (or x=-1,60555)

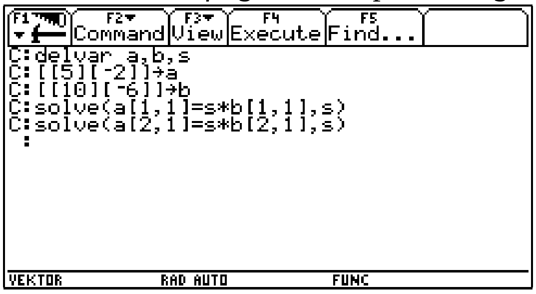
Antwort zu b) aus der *Tabelle* entnommen: (0;45) und (4;45)
mit *Solve*: SOLVE(45+20x-5x²=45,x) x=4 or x=0

Probleme:

Beim Zeichnen des Graphen waren die charakteristischen Punkte (Zahlenpaare) Graphikfenster bzw. Tabellenfenster abzulesen und richtig im Heft einzutragen.
Das schafften einige wenige Schüler nicht mit ausreichender Genauigkeit wegen der Wahl eines ungünstigen Maßstabs.
Bei der Bestimmung der Wurfzeit blieben einige Schüler bei der Schrittweite 1 und erhielten daher nur die Zahlenpaare: (5;20) und (6;-15) und durch Ablesen in ihrer (ungenauen) Zeichnung gaben sie einen Wert zwischen 5 und 6 an.

Beispiel 2: Wechles Geheimnis verbirgt das Script?

Wozu dient das folgende Script ? Was geschieht in den einzelnen Befehlszeilen?



Welches Resultat hat die dokumentierte Rechnung ?

Scripts sind eine interessante Möglichkeit im TI-92 schematisierte Rechenabläufe abzuspeichern und als „verallgemeinerten Kalkül" bereitzustellen. In diesem Beispiel geht es um die Aufklärung solch eines Scripts. Tatsächlich geschieht es im TI-unterstützten Unterrich immer wieder, dass entweder Scripts gemeinsam entwickelt werden, um häufig wiederkehrende Abläufe modulartig „einzufrieren" oder aber dass solche Scripts von den Schülern selbst entwickelt werden. In beiden Fällen ist es wichtig, dass die Schüler stets in der Lage sind, vorliegende Scripts richtig zu verwenden. Dazu gehört natürlich, dass sie fähig sind, diese auch aufzuklären bzw. korrekt zu interpretieren.

Voraussetzungen:

Die Schüler sollen bereits selbst mehrere Scripts geschrieben haben und auch mit den hier verwendeten TI-Kommandos vertraut sein. Sie sollten darüber hinaus ein wenig „informatisches" Gespür besitzen.

Ziele:

- Analysieren und interpretieren eines vorgegebenen Scripts
- Eine neue algorithmische Fertigkeit nachweisen können.

Lösungsvorschlag:

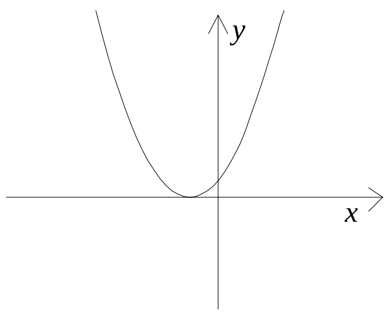
Beim betrachteten Beispiel handelt es sich um ein Testscript, bei dem die lineare Abhängigkeit zweier Vektoren überprüft wird. Im konkreten Fall ist diese klarerweise nicht gegeben.

Beispiel 3: Do it in a more general way!

a) How many solutions has the quadratic equation which belongs to the graph below? What can you say about the value o $\sqrt{p^2-4q}$ *in this case?*

b) Draw a sketch for the graph of a quadratic equation with no solution.

c) Find the general solution for $x^2 + p.x + q = 0$ *i* $p = 0$*. Then find a concrete example for that case and find the solutions in the way you prefer.*



Beim obigen Beispiel aus einer Schularbeit einer am Projekt teilnehmenden bilingualen Schule wird die Theorie der quadratischen Gleichungen von der Seite der Graphik her abgefragt. Dabei ist von den Schülerinnen und Schülern gefordert, zwischen allgemeiner Darstellung und geeigneter Konkretisierung wechseln zu können.

Sowohl im allgemeinen wie auch im konkreten Fall kann das Werkzeug nützliche Dienste leisten.
Typisch an diesem Beispiel ist einerseits, dass es dem (der) Bearbeiter(in) freigestellt ist, den TI zu verwenden oder auch ihn nicht einzusetzen und dass es nun leichter möglich ist, allgemeinere Aufgabenstellungen zu geben.

Voraussetzungen:
Die Schüler sollen bereits mit Verallgemeinerungen und Konkretisierungen, Fallunterscheidungen (etwa im Zusammenhang mit der Besprechung der linearen Funktion) zu tun gehabt haben. Weiters sollen sie den Wechsel zwischen graphischer und algebraischer Darstellung als grundlegende heuristische Tätigkeit einsetzen können.

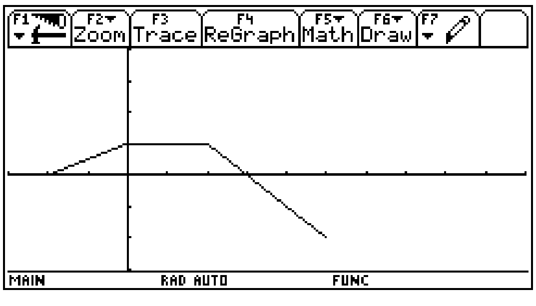
Ziele:
- Die Schüler sollen die geometrische Lage einer quadratischen Funktion mit der Anzahl der Lösungen der zugehörigen quadratischen Gleichung in Verbindung bringen können und auch eine entsprechende algebraische Begründung angeben können.
- Die Schülerinnen sollen die Bedeutung der Diskriminante für die Zahl der Lösungen kennen.
- Die Schüler sollen fähig sein, einen vorgegebenen Sachverhalt zu konkretisieren.
- Die Schülerinnen sollen allgemeine Lösungen eines speziellen Gleichungstyps angeben können.

Lösungsvorschlag:

Auch darin zeigt sich Kompetenz: zu wissen, wann der Einsatz eines Werkzeugs sinnvoll is und wann nicht. Das Werkzeug TI hilft auch in allgemeinen Fällen weiter, die Interpretation und notwendige Fallunterscheidungen sind allerdings weiterhin dem Schüler überlassen
(- und natürlich mehr denn je gefordert!)

Beispiel 4: Noch einmal - Window shuttle.

a) Welche Eingaben erzeugen den abgebildeten Graphen? (xsc=1, ysc=1)



b) Löse graphisch: $|x - 2| \leq 3$.

Beispiel 4a) fragt einerseits die Fähigkeit, Graphen linerarer Funktionen in entsprechende Terme übersetzen zu können, ab, andererseits die Kompetenz des Schülers im Handling seines

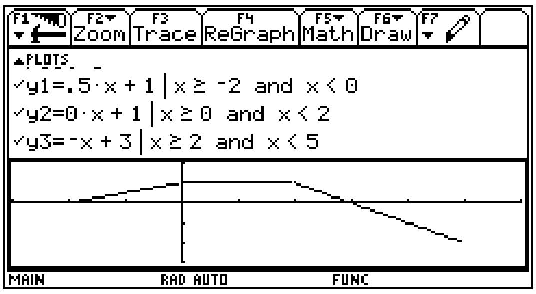
Werkzeugs. Dieses Ziel - hier an einer bescheidenen Aufgabe der 5.Klasse dargestellt - ist au verschiedenen Stufen und Niveaus ein wichtiges: Graphen korrekt lesen, interpretieren und vor allem in entsprechende eigene Handlungen umsetzen zu können, kommt gerade technologieunterstützten Unterricht eine wachsende Bedeutung zu.

Voraussetzungen:
Die Schüler sollten im Interpretieren von Graphen bereits grundlegende Kompetenzen erworben haben. Weiters sind zur erfolgreichen Behandlung derartiger Beispiele Fertigkeiten im Handling des TI-92 (hier: Darstellung abschnittsweise definierter Funktionen, Wahl eines geeigneten Bildschirmausschnitts) erforderlich.

Ziele:
- Interpretation von Graphen, Übersetzen von einer Darstellungsform in einer andere.
- Bewusster Einsatz der Window-Shuttle-Technik
- Grundlegende Fertigkeiten im Umgang mit linearen Funktionen (Steigung, Ordinatenabschnitt)

Lösungsvorschlag:

Eine mögliche Lösung für Beispiel 4a) sieht etwa folgendermaßen aus:



Beispiel 4b) nützt noch einmal die Window-Shuttle-Technik - von der anderen Seite her : Nicht der Graph ist vorgegeben, sondern die entsprechenden Terme. Ist der Schüler fähig, sich derartige Veranschaulichungen von Ungleichungen herzustellen, so kann eine darauffolgende Exaktifizierung mit mehr Verständnis begleitet sein und nicht mehr so leicht in die Irre führen.