A C D C A
(Austrian Center for the Didactics of Computer Algebra)

Forschungsprojekt

"Der Mathemematikunterricht im Zeitalter der Informationstechnologie"
(Felduntersuchung mit dem TI-92)

TEIL IV - 5. Klasse

OTTO WURNIG
In Zusammenarbeit mit JOSEF LECHNER

Graz
Dezember 1998

TEIL IV 5. Klasse

IV-A Bericht des Klassenkoordinators

<u>(I) Eigene Aktivitäten</u>

(0) <u>Zentrale Arbeitsgruppe in Wien (23.6.1997)</u>
Ernennung der Koordinatoren für die 3., 5., 6., 7. Klasse, organisatorische Vorbereitung des Projektlehrerseminars in Amstetten (27.-30.8.1997), Ausgabe der entsprechenden Arbeitsaufträge an die Klassenkoordinatoren (Ausarbeitung erster Konzepte).

(1) <u>Projektlehrerseminar in Amstetten (27.-30.8.1997)</u>
Im Arbeitskreis der 5. Klasse (23 Versuchslehrer) werden zuerst **grundsätzliche Vereinbarungen** für den Unterrichtsversuch in der 5. Klasse AHS getroffen, ein Vorschlag zur **Lehrstoffverteilung** diskutiert und schließlich Einigung über **jeweils ein Rahmenthema pro Semester mit eingebautem Beobachtungsfenster** erzielt. Außerdem stellt Dr. Th. Himmelbauer sein TI92-Programmpaket zum modularen Lösen von Aufgaben der vektoriellen Analytischen Geometrie vor.

<u>Statistik der Versuchsklassen (5. Klassen) nach Bundesländern geordnet</u>.

Projektklassen nach Stand vom 15.1.1998; F ... Forschungsklasse, A ... assoziierte Klasse

Bd.land	B	K	NÖ	OÖ	S	ST	T	W	Gesamt
F	1	2	6	5	0	5	1	4	24
A	0	0	0	1	0	0	3	1	5

Alle Rundbriefe wurden an alle 29 Versuchslehrer geschickt, wobei nicht alle Lehrer an der Tagung in Amstetten teilnehmen konnten und einige von Anfang an oder gegen Ende des Schuljahres nur mehr als assoziierte Versuchslehrer mitarbeiteten, dh. nicht das volle Programm, was die Durchführung der Beobachtungsfenster und Tests betrifft, mitmachten.

(2) <u>1. Rundbrief (24.10.1997)</u>
Inhalt: die getroffenen Abmachungen von Amstetten, Weitergabe der erhaltenen Informationen auf Landesebene (Stmk), **Vorbereitung des 1. Beobachtungsfensters** für Anfang Dezember (Rahmenthema: „Quadratische Funktionen - Quadratische Gleichungen").
Beilagen: allgemeine Bemerkungen zum Unterrichtsversuch (1 A4), grobe Lehrstoffverteilung (1A4), TI92-Einführung (4 A4), meine 1. Schularbeit (2 A4), mein Schülerfragebogen zur ersten TI92-Schularbeit, Informationen von Texas Instruments (3 A4), Richtlinien zur Durchführung des 1. Beobachtungsfensters (3 A4).

(3) <u>2. Rundbrief (20.11.1997)</u>.
Inhalt: Bemerkungen zum beigelegten **Prätest**, Bemerkungen zum **1. Beobachtungsfenster** (2 Unterrichtsstunden), Bemerkungen zum **Posttest.**
Beilagen: 1. Prätest als Informationsfeststellung (1 A4), je ein Arbeitsblatt für die zwei Stunden des 1. Beobachtungsfensters, meine statistische Auswertung des 1. Prätests als Mustervorlage, ein richtig ausgefüllter Prätest als Muster.

(4) Zentrale Arbeitsgruppe in Wien (28.11.1997)
Bericht der einzelnen Klassenkoordinatoren über den Stand der bisherigen Forschungsaktivitäten (Beobachtungsfenster, Rahmenthema), organisatorische Vorbereitung des Projektlehrerseminars in St. Pölten (25.-27.2.1998).

(5) 3. Rundbrief (18.12.1997)
Inhalt: Informationen auf Grund der Sitzung der zentralen Arbeitsgruppe, Bemerkungen zum bereits durchgeführten **Prätest**, meine 2. Schularbeit in der Versuchsklasse, Bemerkungen zum **1. Beobachtungsfenster** (1./2. Unterrichtsstunde), ein neuer Vorschlag zur Durchführung des **Posttests,** erste Bemerkungen zum Rahmenthema „Vektorielle Analytische Geometrie".
Beilagen: Vorschlag von Dr. Himmelbauer zur Kürzung seines Programmpakets, damit bei TI92-Geräten mit 128 kB der gleichzeitige Betrieb von CABRI möglich bleibt; meine 2. Schularbeit (2 A4), 3 Studentenkommentare zu den 3 Lösungswegen im 1. Beobachtungsfenster (1. Std.), 2 Hospitationsberichte zum 1. Beobachtungsfenster (1. Std.).

(6) 4. Rundbrief (7.2.1998)
Inhalt: Bemerkungen zum selbständig durchgeführten **Posttest,** meine 3. Schularbeit in der Versuchsklasse, Bemerkungen zum **2. Rahmenthema,** Vorbereitung von **St. Pölten.**
Beilagen: meine 3. Schularbeit (2 A4), Vorschlag zum Unterricht des 2. Rahmenthemas (3 A4), Richtlinien zur Durchführung des 2. Beobachtungsfensters (2 A4), Unterlagen für den Unterricht in vektorieller Analytischer Geometrie mit dem TI92 (10 A4), Unterlagen zur Vorbereitung der Tagung in St. Pölten (2 A4).

(7) Projektlehrerseminar in St. Pölten (25.-27.2.1998)
Im Arbeitskreis der 5. Klasse (22 Versuchslehrer) werden zuerst die im ersten Semester gemachten Erfahrungen in den Versuchsklassen mündlich ausgetauscht, die ersten Ergebnisse bezüglich des 1. Beobachtungsfensters kurz besprochen, eine erste verbindliche **Strukturierung und fachliche Vertiefung des 2. Rahmenthemas** vorgenommen. Es zeigte sich, dass **das modulare Arbeiten in der vektoriellen Analytischen Geometrie** jenen Versuchslehrern, die beim ersten Projekt, dem DERIVE-Projekt, noch nicht mit dabei waren, erst an Beispielen erklärt werden musste. Auf vielfachen Wunsch wurde auch in das **Programmieren mit dem TI-92** eingeführt. Am Ende der Tagung wurden in Gruppen erste Ergebnisse zum Arbeiten mit dem TI-92 (Diskussion der Leitfragen) gesammelt und in einem Arbeitskreispapier zusammengefasst.

(8) 5. Rundbrief (7.5.1998)
Inhalt: meine **4. Schularbeit** in der Versuchsklasse, Bemerkungen zur Durchführung des 2. **Prätests,** Bemerkungen zum **2. Beobachtungsfenster (modifiziert)** für Mitte bis Ende Mai, Bemerkungen zur Durchführung des **Posttests** (im Rahmen der 5. Schularbeit).
Beilagen: meine 4. Schularbeit, überarbeitete Richtlinien zur Durchführung des 2. Beobachtungsfensters (2 A4), der 2. Prätest als Informationsfeststellung (1 A4), je zwei Arbeitsblätter für die zwei Stunden des 2. Beobachtungsfensters, der Vorschlag für den 2. Posttest (1 A4), ein Informationsblatt zum TI-89 von Texas Instruments.

(9) Zentrale Arbeitsgruppe in Hollabrunn (19.-21.5.1998)
Bericht der einzelnen Klassenkoordinatoren über den Stand der bisherigen Forschungsaktivitäten (Beobachtungsfenster, Rahmenthema, erste Testauswertungen), organisatorische Vorbereitung des Projektlehrerseminars in Alt-Ossiach (2.-5.9.1998), Bereitschaftserklärung der Klassenkoordinatoren, die Evaluation der Beobachtungsfenster für die Klassenarbeitsgruppen in Alt-Ossiach vorzubereiten, Bearbeitung eingelangter Unterrichtsmaterialien nach Klassen getrennt.

(10) Projektlehrerseminar in Alt-Ossiach (2.-5.9.1998)
In der Arbeitsgruppe der 5. Klasse wurde in Gruppen an der Endevaluation der beiden Beobachtungsfenster gearbeitet, das Arbeitskreispapier zu den Leitfragen von St. Pölten ergänzt und schließlich über Erstellung und Beurteilung von Schularbeiten diskutiert. Gerade das Rahmenthema vektoriellen Analytischen Geometrie hat die Verwendung von kleinen Programmen bei Schularbeiten zum aktuellen Thema gemacht.

Statistik der Arbeitsstunden als Landes- und Bundeskoordinator (Sept. 97 - Juli 98)

Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jänner	Feber	März	April	Mai	Juni	Juli
18	28	30	17	21	40	16	21,5	24,5	17,5	25

Ich habe in der Aufstellung den Zeitaufwand für die T³-Veranstaltungen ab 1.12.1997 nicht eingerechnet, da ich dafür auf Antrag über die Universität Münster bezahlt wurde. Weiters sind die im August 1998 geleisteten Vorarbeiten für die Tagung in Alt-Ossiach nicht enthalten.
Somit habe ich bei einem **Arbeitsaufwand von 258,5 Stunden** 9 x 16 = **144 Stunden (**dh. 72 Einzelsupplierstunden), **bezahlt** bekommen. Das entspricht ca. **56% der tatsächlich aufgewendeten Zeit**. Ich habe Ausarbeitungen und Ausschreibungen als TI92-Koordinator fast nur an Wochenenden bzw. an schulfreien Tagen vornehmen können, da meine Tätigkeit in meine Lehrverpflichtung trotz fristgerechtem Ansuchen nicht eingerechnet werden konnte. Der Aufwand als Landes- bzw. Bundeskoordinator war ca. gleich groß, wobei allerdings berücksichtigt werden muss, dass 5 der 8 Versuchsklassen der Steiermark 5. Klassen waren.

(II) Lehrstoffverteilung der 5. Klasse

1. SEMESTER:

• **Formeln und lineare Gleichungen (**auch **Ungleichungen)**

Auflösen nach einer Variablen: Anwendung des WHITE BOX/BLACK BOX PRINZIPS, schrittweises Umformen (händisch bzw. mit den Befehlen Expand und Factor), Lösen der Gleichungen (händisch bzw. mit Solve) mit Probe durch Einsetzen.

direktes und indirektes Verhältnis: Formel: Term - Tabelle - Graphik (mit Trace-Funktion).

• **lineare Funktion**: Term - Tabelle - Graphik - Variation der Parameter k, d

Bewegungsaufgaben: Formel: Term - Tabelle - Graphik (mit Trace-Funktion)

• **2 lineare Gleichungen mit 2 Variablen**:

Einsetzverfahren - Gleichsetzverfahren - Additionsverfahren - graphisches Verfahren

Textaufgaben: Aufstellen der Gleichungen, Lösen (händisch bzw. mit Hilfe aller drei Fenster)

• **quadratische Funktionen - quadratische Gleichungen** (**1. Rahmenthema)**

Erstes Lösen einer quadratischen Gleichung **(1. Beobachtungsfenster)** mitTabellen-, Graphik- und Algebrafenster, Lösen einer quadratische Gleichung durch quadratisches Ergänzen und geschicktes Umformen per Hand und/oder mit dem TI92 (speziell und allgemein); Lösen einer quadratische Gleichung durch Einsetzen in die allgemeine Lösungsformel; Satzgruppe von Vieta (Zusammenspiel von Algebra- und Graphikfenster); Experimentieren mit den Parametern a, b, c der Gleichung $y=ax^2+bx+c$ im Graphikfenster; graphisches Lösen einer quadratischen Gleichung als Schnitt einer Parabel mit der x-Achse bzw. als Schnitt der Parabel $y=ax^2$ mit der Geraden $y=-bx-c$; Lösen anwendungsorientierter Aufgaben im Algebra-, Tabellen- und Graphikfenster.

2. SEMESTER:

• **Lineare Analytische Geometrie** (**2. Rahmenthema**)

Vektoralgebra, Parameterform der Geraden (Graphikmodus PARAMETRIC);
Aufgaben, die sich konstruktiv u. analytisch in R^2 lösen lassen; Parameterform der Ebene; Aufgaben zur Analytischen Geometrie in R^2 und R^3; Beginn des modularen Arbeitens bei komplexeren Aufgaben **(2. Beobachtungsfenster);**

• **Nichtlineare Funktionen:** Darstellung mit Term - Tabelle - Graphik; graphisches Lösen von (Optimierungs-)Aufgaben; RG: auch Aufgaben zur Lineare Optimierung.

• RG: **Darstellen und analysieren von Daten**: ein- und zweidimensionale Datenanalyse; eventuell auch Aufstellen von Ausgleichsfunktionen aus Tabellen bzw. von Ausgleichskurven mit dem TI-92 (Regressionsgerade).

IV-B Beobachtungsfenster 1 und Evaluation
Quadratische Funktionen - Quadratische Gleichungen

(1) Arbeitshypothese

Der TI-92 bietet beim Lösen quadratischer Gleichungen durch das Zusammenspiel von Algebra-, Tabellen- und Graphikfenster verschiedenste Möglichkeiten an. Es soll an Hand einer **Textaufgabe**, die im Gleichungsansatz für die Schüler erstmals auf eine quadratische Gleichung führt, beobachtet werden, wie weit die Schüler dank der Möglichkeiten des TI-92 bereits eine **erhöhte Leistungskapazität** zeigen (1. Stunde).
In der 2. Stunde soll untersucht werden, wie weit die Schüler bereits in Gruppenarbeit fähig sind, einen der zur Lösung der quadratischen Gleichung der 1. Stunde gewählten Wege für $x^2+px+q=0$ **mit Hilfe des TI92 zu verallgemeinern**.

(a) Lernziele

- Die Schüler sollen die auftretende (quadratische) Gleichung finden und auf mindestens drei verschiedenen Wegen lösen.
- Die Schüler sollen die quadratische Funktion im Algebra-, Tabellen- und Graphikfenster darstellen und interpretieren können.
- Die Schüler sollen in Gruppenarbeit einen der bereits erfolgreich durchgeführten Lösungswege zu verallgemeinern versuchen.

(b)Voraussetzungen

Anwenden von linearen Funktionen und linearen Gleichungen mit zwei Variablen zum Lösen von Textaufgaben mit dem TI92 im Algebra-, Tabellen- und Graphikfenster (mit TRACE-Funktion). Variation der Parameter k und d der lineare Funktion $y=kx+d$.

(c) zeitlicher Umfang: 2 Unterrichtsstunden zu je 50 Minuten
Die Stunden zum Beobachtungsfenster sollen wirklich 50 Minuten dauern und dürfen nicht gestört werden. Der Abstand der zwei Beobachtungsstunden soll nach Möglichkeit nicht mehr als zwei Tage betragen.

(d) Unterrichtsmethoden

Einzelarbeit (interaktiv mit dem TI92), Darstellung der verschiedenen Lösungswege vor der Klasse, Gruppenarbeit, Präsentation vor der Klasse. Die Arbeitszeit für die Einzelarbeit (1. Stunde) und Gruppenarbeit (2. Stunde) soll in allen Versuchsklassen in etwa gleich sein. Gruppen- und Einzelarbeit und die Sammlung der Gruppenergebnisse auf der Tafel (durch den Lehrer oder einzelne Schüler) sollen in ähnlicher Form schon vorher bei Textaufgaben (zB. Bewegungsaufgaben) geübt worden sein.

(e) Praetest

Der Praetest soll als Informationsfeststellung kontrollieren, wie weit die Voraussetzungen für die Durchführung des Beobachtungsfensters erfüllt sind. Speziell soll überprüft werden:

- das Lösen eines einfaches lineares Gleichungssystem im Algebra-Tabellen- und Graphikfenster; die Bestimmung der Nullstelle einer linearen Funktion $y=kx+d$ im Graphikfenster;
- das sichere Verwenden der Befehle Expand, Factor, Solve im Algebrafenster und des Befehls Intersection im Graphikfenster;
- das sichere Anwenden des Pythagoräischen Lehrsatzes im rechtwinkeligen Dreieck.

Die Stunde nach dem Praetest (Korrektur durch den Versuchslehrer) soll zur Verbesserung des Handlings mit dem TI92 genützt werden.
Im folgenden Praetest sind die Schülereintragungen *kursiv* geschrieben.

Informationsfeststellung

Führe mit Hilfe deines TI-92 die folgenden Berechnungen durch und trage dein Protokoll in die vorgesehenen Zeilen ein. Mit EZ ist dabei die Übertragung deiner TI-92 Eingabezeile gemeint, mit AZ die Übertragung der entsprechenden TI-92 Ausgabezeile.

(1) Setze im Term 12x-20 für x die Zahl 7 ein:

EZ: *12x-20 | x=7* AZ: *64*

(2) Multipliziere die folgenden beiden Terme: $(3x^2+7)(2x-3)$

EZ: *EXPAND((3x²+7).(2x-3))* AZ: *6x³-9x²+14x-21*

(3) Mache (2) wieder rückgängig. (Ausgangsterm von (3) ist das Ergebnis von (2)).

EZ: *FACTOR(6x³-9x²+14x-21)* AZ: *(3x²+7).(2x-3)*

(4) Löse die Gleichung $3x-7 = 4(4x+2)$ mit dem SOLVE-Befehl:

EZ: *SOLVE(3x-7=4.(x+2),x)* AZ: *x=-15/13*

(5) Tabelliere die lineare Funktion $y = 2.43*x - 5.36$ im Intervall [3,5] mit der Schrittweite 1.

EZ: *2.43x - 5.36 → y1(x)*

Tabelle:

x	y1(x)
3	*1.93*
4	*4.36*
5	*6.79*

(6) Berechne im rechtwinkeligen Dreieck die längste Seite, wenn a=12.3 und b=16.7 sind.

EZ: *c²=12.3²+16.7²* AZ: *c²=430.18*

EZ: *√(c²=430.189)* AZ: *|c|=20.7408*

(7) Löse das vorgegebene lineare Gleichungssystem im Graphikfenster mit INTERSECTION.

1. Gleichung: $3x + 5y = -5$ 2. Gleichung: $2x - 3y = 22$

EZ: y1(x) = *-(3x+5)/5*

y2(x) = *2.(x-11)/3*

Graphikfenster:

xc: *5* yc: *-4*

(8) Löse die lineare Gleichung $8x - 1 -2(5x - 4) =0$ im Graphikfenster mit INTERSECTION

(Schneide den Graph der linearen Funktion f(x) mit der x-Achse !)

EZ: y1(x) = *-2x+7*

y2(x) = *0*

Graphikfenster:

xc: *3.5* yc: *0*

(f) Auswertung des 1. Praetests

Beispielstatistik									
21 Klassen	**Bsp 1**	**Bsp 2**	**Bsp 3**	**Bsp 4**	**Bsp 5**	**Bsp 6**	**Bsp 7**	**Bsp 8**	**Zahl**
Prozente	**94%**	**85%**	**79%**	**97%**	**91%**	**73%**	**74%**	**55%**	**100%**

Schülerleistungsstatistik				
19 Klassen	**Richtig >= 80%**	**richtig > 50%**	**richtig<= 50%**	**Summe**
Prozente	**61%**	**27%**	**12%**	**100%**

Zwei Versuchslehrer haben nur eine Beispielstatistik und keine Schülerleistungsstatistik gesendet. Wie man sieht, ist der Test überwiegend sehr gut ausgefallen. Zu den etwas „problematischeren“ Fällen (Beispiele 3, 6, 7 und 8) soll kurz Stellung genommen werden.

Da ein Teil der Schüler den Rechner bereits seit Schulbeginn verwenden konntet, während andere das Gerät erst später, zum Teil erst Anfang November, erhalten haben, war die Zeit für manche Schüler zu kurz bemessen. Das erklärt zum Teil den Einbruch bei den letzten drei Beispielen.

zu Beispiel 3 (79%)
Es gab Probleme mit der Formulierung („rückgängig machen“), zusätzlich wurde der Befehl FACTOR weniger intensiv im Unterricht behandelt.

zu Beispiel 6 (73%)
Der Pythagoräische Lehrsatz wurde nicht unmittelbar vor dem Praetest wiederholt bzw. geübt, daher haben etliche Schüler „darauf vergessen“.

zu Beispiel 7 (74%)
Das Lösen von Gleichungssystemen wurde noch wenig wiederholt bzw. die grafische Lösung mit INTERSECTION noch nicht ausreichend gefestigt.

zu Beispiel 8 (55%)
Das graphische Lösen <u>einer</u> Gleichung als Schnitt zweier Funktionskurven wurde großteils noch nicht im Unterricht behandelt.

(2) 1. Beobachtungsfenster (1. Stunde)

- Eine Textaufgabe, welche die Schüler zum ersten Mal mit einer quadratischen Gleichung konfrontiert, soll ohne vorherige Anleitung auf mindestens 3 Arten gelöst und das Protokoll auf einem <u>Arbeitsblatt</u> eingetragen werden. Als Hilfen sind das Übungs- und Hausübungsheft, die (übliche) Formelsammlung und der TI-92 gestattet. **25 Min.**
- Die verschiedenen Lösungswege sollen auf der Tafel skizziert und von den Schülern im Übungsheft mitgeschrieben werden. **25 Min.**
- Im Hausübungsheft soll die genauere Darstellung der verschiedenen Wege zur Lösung der auftretenden quadratischen Gleichung ausgearbeitet werden.

Das folgende Beispiel wurde allen Versuchslehrern zugesandt:

Ein rechtwinkeliges Dreieck hat die Seitenlängen x, x+3, x+6. Berechne x ! Löse die Ansatzgleichung auf mindestens drei Wegen! D*okumentiere die Wege so, dass fremde Personen die wichtigsten Schritte nachvollziehen können!*

Auswertung:

Arten der Wege	**SOLVE**	**Graphik**	**Tabelle**	**händisch**	**FACTOR**
Prozent	94,5%	52,5%	40%	4%	3%
Anzahl der Wege	**0 Wege**	**1 Weg**	**2 Wege**	**3 Wege**	**mehr als 3 Wege**
Prozent	5,5%	38%	18%	29%	9,5%

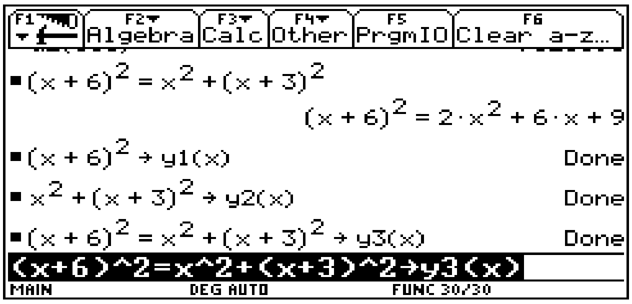
Kommentar:

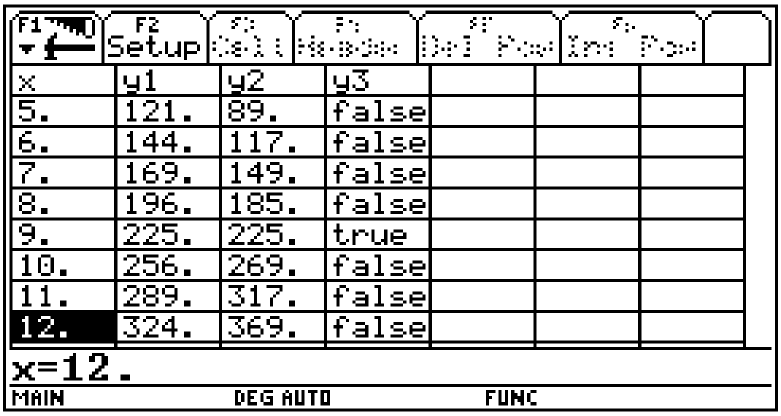
Aus der Tabelle ist ersichtlich, dass bis auf 5,5% alle Schüler den *SOLVE-Befehl* verwendeten. Mit Hilfe der beiden anderen Fenster haben, wie erhofft, mehr als die Hälfte der Schüler (56,5%) mindestens einen weiteren Weg gefunden.

Die „händische“ Lösungsmöglichkeit (4%) und der FACTOR- Befehl (3%) sind wahrscheinlich auf Vorwissen von Olympiakursteilnehmern bzw. Repetenten zurückzuführen. Beachtlich ist, dass fast 40% der Schüler mindestens drei 3 verschiedene Lösungswege auf Anhieb gefunden haben.

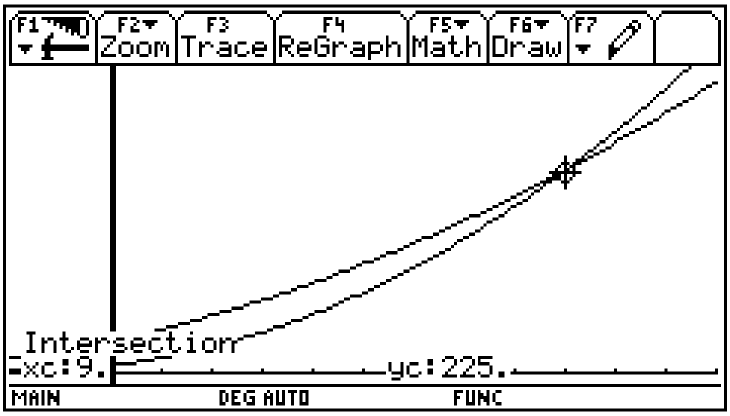
Es traten in fast allen Versuchsklassen Varianten auf, über welche die Lehrer überraschte waren *Insbesonders zwei Lösungsvarianten gaben starke Impulse für den weiteren Unterricht:*

- Einige Schüler formten die Ansatzgleichung $(x+6)^2=(x+3)^2+x^2$ nicht weiter um, sondern speicherten sie im Funktionenfenster unter y1(x) ab. Die Tabelle für y1(x) zeigt dann für x=9 *true* an. ***Dieser Weg funktioniert*** bei Gleichungen selten, aber ***sehr gut bei Ungleichungen!*** *Schülerimpuls*!
- Einige Schüler speicherten $(x+6)^2$ unter y1(x) und $(x+3)^2+x^2$ unter y2(x) ab. Die beiden Funktionstabellen ergaben dann für x=9 denselben y-Wert (***Analogie zum tabellarischen Lösen linearer Gleichungssysteme***).





Der tabellarische Weg gab die Voraussetzungen für einen graphischen. Der Schnittpunkt beider Kurven im Graphikfenster (Befehl *Intersection*) liefert die gesuchte Lösung. **Dieser graphische Weg funktioniert auch bei Gleichungen, bei denen algebraische Methoden versagen.** *Schülerimpuls*!



(3) 1. Beobachtungsfenster (2. Stunde)

- Am Beginn wird die Lösung der Gleichung **x^2-4x-12=0** vom Lehrer am view-screen mit dem SOLVE- und FACTOR-Befehl bzw. im Graphikfenster vorgeführt. **10 Min.**
- Danach wird in Gruppen die Verallgemeinerung für **x^2+px+q=0** versucht. **25 Min.**
- Vorschläge der Gruppen werden an der Tafel gesammelt. **15 Min.**
- Die Ergebnisse der Stunde werden im Hausübungsheft übersichtlich dargestellt.

An alle Versuchslehrer wurde ein Arbeitsblatt mit folgender Anleitung ausgesandt:

Versucht die Gleichung	**x^2 - 4x - 12 = 0**	
zur Gleichung	**x^2 + px + q = 0**	**zu verallgemeinern.**

(Welche Bedeutung hat p ? Welche hat q ? Was geschieht, wenn p oder q = 0 wird ? usw.)
Nützt bei allen Untersuchungen eure Fähigkeiten **und** die Fähigkeiten des TI92 !

Die Analyse der zweiten Stunde des 1.Beobachtungsfensters in der 5.Klasse ergibt eine auffallende Diskrepanz zwischen den Erwartungen, die im allgemeinen an Gruppenunterricht gestellt werden, und den Ergebnissen beim Versuch, einen solchen Gruppenunterricht wirklich zu realisieren.

(a) Meinungen einiger Versuchslehrer

„Hier möchte ich vorausschicken, dass mir persönlich die Stunde nicht sehr gelungen erschien. Die Schüler waren nicht in der Lage irgendwelche „Ergebnisse“, die mir vielleicht vorschwebten (z.B. Anzahl der Lösungen in Abhängigkeit von p und q, Anzahl der Nullstellen der Funktion ...), zu formulieren. Es wäre möglicherweise günstiger gewesen, Fragen zu formulieren, um in der doch kurz bemessenen Zeit „Erfolge“ verbuchen zu können. Viele Schüler waren nach Ablauf der Zeit etwas frustriert.
Würde ich dieses Fenster nochmals im Unterricht verwenden, würde ich vorher mit den Schülern über die Anzahl der Nullstellen von Funktionen sprechen, nochmals den Begriff „Wurzel, Existenz der Wurzel aus einer Zahl“ behandeln. Auch würde ich mit den genannten Befehlen mehrere Gleichungen lösen, um sie erfahren zu lassen, dass die Anzahl der Lösungen nicht automatisch zwei ist.“ (Ch.P.)

„Ich habe mich bei der Durchführung der 2.Stunde streng an deine Vorgaben gehalten. Allerdings musste ich feststellen, dass für das Entwickeln von Lösungsstrategien in der Gruppe viel zu wenig Zeit vorgesehen war. Darauf führe ich auch die eher matten Ergebnisse zurück, obwohl die Klasse eigentlich sehr gern und gut in Gruppen arbeiten kann.“ (G.M.)

„In den Gruppen wurde eifrig diskutiert und am Ende sehr unterschiedlich dokumentiert. Natürlich war die Lösung nach solve(Gleichung,x) auch bei x^2+p*x+q = 0 naheliegend, die Gruppen konzentrierten sich jedoch, vielleicht durch die Aufgabenstellung gelenkt, vor allem auf die Rolle von p und q in der konkreten Form x^2-4*x-12=0.
Die Herleitung der „kleinen“ Lösungsformel für quadratische Gleichungen war in der zur Verfügung stehenden Zeit nur ansatzweise möglich. Die Schüler sehen vielleicht auch keine Sinnhaftigkeit im Aufstellen dieser Formel, da ihnen die Lösung eines derartigen Problems mit Hilfe der bekannten Fähigkeiten des TI-92 im konkreten Fall kein Problem bedeutet.“ (R.G.)

(b) Warum gab es Probleme?

Die Problematik der Gruppenarbeit. Generell scheint Gruppenarbeit im Mathematikunterricht keine besonders effiziente Form der Wissensvermittlung darzustellen. „Die Anstrengung des Begriffes“ erfordert vielfältige Darstellungsformen, konsequentes Verfolgen von gezielten Fragestellungen und eingehende Analyse - all das ist in der (gerade in Mathematikdidaktik oft überschätzten methodischen) Form des Gruppenunterrichts schwer zu erreichen.
Voraussetzungsproblematik. Bei der konkreten Problemstellung kam es insbesondere darauf an, geschickt Parametervariation zu betreiben. Dies geht aber nur, wenn die Parameter mit numerischen Werten belegt sind. Je nachdem, ob die (heuristische) Technik der Parametervariation den Schülern geläufig war oder nicht, konnte überhaupt auf Fortschritte gehofft werden. Erschwerend kam hinzu, dass die Parameter eben von vornherein nicht mit numerischen Werten belegt waren, was in den meisten Fällen zu einer **Überforderung durch die Verallgemeinerungsproblematik** führte. Die Schüler sind in der 9. Schulstufe in der Regel nicht darauf vorbereitet und fähig, von sich aus einen mathematischen Sachverhalt allgemein zu untersuchen. Zu sehr steht noch die konkrete Zahl, der numerische Wert im Vordergrund.
Sicherheit des Handlings. Weiters darf in diesem Zusammenhang auch die Rolle des Handlings nicht unterschätzt werden. Um einen Sachverhalt mit den verschiedenen Möglichkeiten des verwendeten technologischen Systems zu untersuchen, ist es erforderlich, im Umgang mit diesen Möglichkeiten (z.B. algebraisches Arbeiten mittels SOLVE , FACTOR oder tabellarisches oder graphisches Arbeiten) vertraut zu sein und die Stärken und Schwächen des verwendeten Zugangs zu kennen.
Bessere Strukturierung durch detailliertere Fragestellung. Eine engere Führung durch ein detaillierteres Arbeitsblatt wäre möglicherweise hilfreich gewesen. Es stellt sich allerdings die Frage, ob dies nicht den Intentionen des „klassischen Gruppenunterrichts“ zuwider läuft und der Gruppenunterricht dann in Richtung „programmierter Unterricht“ triftet.

(c) Welche Probleme gab es ?

- Die zeitliche Gestaltung war (wegen größerer Lösungsvielfalt in 1.Stunde des Beobachtungsfensters) nicht durchzuhalten.
- Nur wenige Gruppen kamen zum gezielten Arbeiten, in der Gruppe sind Ablenkungen größer als beim fragend-entwickelnden Unterricht.
- Probleme mit Dokumentation, viele Gruppen brachten überhaupt keine oder nur sehr mangelhafte bzw. oberflächliche (und damit unbrauchbare) Dokumentationen zustande.

- Das geplante Sammeln der Ergebnisse an der Tafel am Stundenende ist aus Zeitmangel weitgehend entfallen.
- Nur mit „guten“ (d.h. leistungsfähigen) Schülern besetzte Gruppen brachten überhaupt brauchbare Ergebnisse (Schätzung: im Schnitt höchstens 1 Gruppe / Klasse)
- Die Black Box / White Box - Vorgangsweise: Schülern gelingt es i.A. ohne fremde Hilfe nicht eine Black Box vollständig aufzuklären.
- Technische Raffinessen hätten besser vorausgesehen werden müssen. So funktioniert etwa factor (x^2-4), während factor(x^2+p*x+q) nicht funktioniert. (Richtig wäre: factor(x^2+p*x+q,x). Da hier zwei Variable vorkommen, muss der Benutzer selbst entscheiden, nach welcher Variable aufzulösen ist. Von Seiten der Programmautoren ist dies eine vollkommen klare Sache, der Schüler aber ist auf „x“ konditioniert.)

(d) Wie hat sich das auf den nachfolgenden Unterricht ausgewirkt?

Eines sei hier angemerkt: die entstandenen Probleme ergaben **fruchtbare Ansatzpunkte für nachfolgende Stunden**.
<u>Beispiel</u>: **Fixierung von Handling-Problemen.**
Die Lösung der Gleichung x^2+p*x+q=0 mit factor(Gleichung) wurde während der Gruppenarbeit nicht weiter versucht, weil der Rechner bei dieser Form der Eingabe keine Faktorisierung durchführte.
Hier (und auch bei anderen aufgetretenen Handling-Problemen) bestand im darauffolgenden Unterricht von Seiten der Schüler/innen ein Bedürfnis nach Aufklärung, die oft in vollkommen altmodischer Weise lehrerzentriert gegeben wurde.
<u>Beispiel</u>: **Dokumentierung**.
Auch das Fehlen einer ausreichenden Dokumentierung stellte sich erst in der darauffolgenden Stunde als echter Mangel heraus. („Wie war das doch gleich?“, „Was haben wir eigentlich untersucht?“, „Haben wir überhaupt etwas gefunden?“, „Was haben wir gefunden?“, ...). In dieser Situation sind die Schüler durchaus für Tips, wie eine sinnvolle Dokumentation der Arbeit aussehen könnte, zugänglich.
<u>Beispiel</u>: **„Forschersituation“.**
Der positivste Aspekt dieser Stunde war, dass es möglich wurde, die Situation eines Mathematikers, der vor einem ungelösten Problem steht, deutlich zu machen.

<u>(4) Posttest</u>

Die Anweisung an die Versuchslehrer lautete:
An den folgenden zwei Beispielen, die nach Möglichkeit in die letzte Schularbeit des 1. Semesters eingebaut werden, soll die Erreichung der Lernziele des Rahmenthemas bzw. des Beobachtungsfensters kontrolliert werden:

(1) Löse die quadratische Gleichung $x^2 + 3x - 15 = 0$ nach **vier** frei zu wählenden Methoden ! (eine ohne und drei mit dem TI-92) !

<u>Kommentar</u>:
Es wurden **bis zu 9 verschiedene Lösungswege** von den Schülern eingeschlagen und fast alle Schüler konnten vier Methoden wählen und ausführen. Die Lösungsvielfalt als Ziel wurde somit wirklich erreicht!

Ein Versuchslehrer stellte sich u.a. die Frage, ob die Vielfalt der Lösungswege , die sich beim Einstieg in das Thema „Quadratische Funktionen und Gleichungen ergeben hat, auch dann erhalten bleibt, wenn eine Exaktifizierung durch Herleiten der Lösungsformel stattgefunden hat. - Antwort: „Ja, das zeigen jene vier Schüler , die über das geforderte Maß hinaus weitere Varianten anboten." (J.L.)

(2) Wird ein Kapital K_o zu p% verzinst, so beträgt es nach n Jahren $K_n = K_o(1 + p/100)^n$.
Mit wieviel % muss ein Kapital von 100000 S verzinst werden, damit es nach 2 Jahren auf 144000 S angewachsen ist ? (Ergebnis: p=20%)

Kommentar:
Alle Schüler, die einen Ansatz fanden, verwendeten erwartungsgemäß den SOLVE- Befehl und erhielten damit ein richtiges Ergebnis. Aussage einer Versuchslehrerin: „Wenn man die Schüler nicht „zwingt" auf verschiedene Arten zu rechnen, so lösen sie das Beispiel auf Knopfdruck. Sie erkennen Zusammenhänge nur durch das Einfordern der Vielfalt." (G.T.)

Zusammenfassung der Ergebnisse der letzten Schularbeit des 1. Semesters
mit eingebautem Posttest in den Worten einiger Versuchslehrer:

„Ich meine, die Methodenvielfalt hat durch die Verwendung des TI-92 deutlich zugenommen. Doch ist auch erkennbar, dass die Schüler verschiedene Möglichkeiten anwenden, wenn sie nicht zu einer gezwungen werden. Dies wird wahrscheinlich auf die verschiedenen Denkweisen der Schüler zurückzuführen sein." (F.H.)

„Die Akzeptanz steigt und der Rechner wird als Instrument, dessen Handhabung auch geübt werden muss, erkannt. Viele Schüler sind stolz, mit diesem Gerät zu arbeiten, und somit ist bisher nach wie vor eine positive Bilanz zu ziehen." (G.K.)

Wie wurde der TI-92 bei der Schularbeit bei **Textaufgaben** (zB. Bewegungsaufgaben) eingesetzt?

- „Interessant ist, dass es auch für die Schüler zu einer klaren „Segmentierung" der Aufgabe in einen Teil „Mathematisierung" und einen Teil „Operieren" (TI-Einsatz) kommt. Für die Schüler bringt das eine echte Entlastung, und wie sie mir mitgeteilt haben, hat diese Kategorie für sie nicht mehr den Schrecken, den sie noch in der Unterstufe hatte." (J.L.)

- Meine Vermutung ist, dass die Schüler beim „Übersetzen" des Textes jetzt bereit sind, kompliziertere Gleichungen anzuschreiben, weil die Lösung der TI-92 übernimmt. Früher war eine gewisse Scheu vor dem danach folgenden größeren Rechenaufwand zu bemerken, und so wurden längere Gleichungen erst gar nicht aufgestellt." (G.V.)

IV-C Beobachtungsfenster 2
Vektorielle Analytische Geometrie

(1) Arbeitshypothese

Der TI-92 bietet gerade in der Analytische Geometrie als neue Technik **das modulare Lösen von komplexeren Aufgaben** an. Es können dabei vordefinierte Funktionen wie **norm**, **unitv** und **dotp** oder auch **selbstdefinierte Funktionen** verwendet werden. Es soll beobachtet werden, wie die Schüler mit dieser neuen Möglichkeiten beim Lösen von komplexeren Aufgaben umgehen, bzw. wie weit sie diese annehmen.

(a) Lernziele

Die Schüler sollen verschiedene ausgewählte geometrische Probleme algebraisch bearbeiten und dabei zum Aufstellen von **Vektorformeln** motiviert werden.
Die Schüler sollen beim Lösen komplexerer Aufgaben zu modularem Denken angeleitet werden und dabei **vordefinierte Funktionen** (norm, unitv, dotp**)** und eventuell auch **selbstdefinierte Funktionen** verwenden.

(b) Voraussetzungen

Die Schüler sollen gewöhnt sein, Variable und Formeln abzuspeichern und unter dem selbst gewählten Namen weiter zu verwenden. Die Schüler sollen die **vordefinierten Funktionen** NORM (Länge), UNITV (Einheitsvektor), DOTP (skalares Produkt), aber auch **selbst gewählte Namen** wie m für Mittelpunkt, (b-a) für Richtungsvektor sowie selbstdefinierte Funktionen wie g(t) für Geradengleichung verstehen und verwenden lernen. Damit der zugesandte **Praetest** von allen Versuchslehrern gegeben werden kann, sind einige **Grundaufgaben** unbedingt bis zum Beginn des 2. Beobachtungsfensters (nach zwei Monaten Unterricht des Rahmenthemas) unter Verwendung des TI-92 zu behandeln:

- Gegeben 2 Punkte: gesucht Mittelpunkt, Richtungsvektor, Distanz, Einheitsvektor, Geradengleichung, Gleichung der Streckensymmetrale;
- Aufstellung der Gleichung einer Geraden: aus Punkt und Richtung; normal zu einer Geraden durch einen Punkt; parallel zu einer Geraden durch einen Punkt; als Winkelsymmetrale zu zwei gegebenen Geraden;
- Sicheres Umformen der Geradengleichung: Parameterform $\leftrightarrow$ parameterfreie Form;
- Abstand Punkt - Gerade in R^2.

(c) zeitlicher Umfang: 2 Unterrichtsstunden zu je 50 Minuten, je eine Nachbereitungsstunde

(d) Unterrichtsmethoden:

- Einzelarbeit (interaktiv mit dem TI92);
- Vorführen interessanter Vorschläge durch einzelne Schüler mit Hilfe des View-Screen;
- Dokumentation verschiedener modular gestalteter Wege an der Tafel.

(2) 2. Beobachtungsfenster (1. Stunde - Praetest)

- Die Schüler lösen in Einzelarbeit mit dem TI-92 den Praetest auf einem Arbeitsblatt. Als Hilfen sind Übungs- und Hausübungsheft, die (übliche) Formelsammlung und der TI92 zugelassen. 40 **Min**.
- In der Stunde danach wird der Praetest Schritt für Schritt gemeinsam durchgegangen und einige dabei interessante **Schülervorschläge zum modularen Arbeiten** werden auf der Tafel dokumentiert.

Im folgenden Praetest sind die Schülereintragungen *kursiv* geschrieben.

Informationsfeststellung

Führe mit Hilfe deines TI-92 die folgenden Berechnungen durch und trage dein Protokoll in die vorgesehenen Zeilen ein. (EZ ist die TI-92 Eingabezeile, AZ die TI-92 Ausgabezeile)

Speichere die Punkte A, B, P wie folgt ab: [0;-1] → a : [4;2] → b : [-5;4] → p

(1) Berechne den Vektor AB:

EZ: *b - a* AZ: *[4;3]*

(2) Berechne den Betrag (die Länge) des Vektors AB mit Hilfe der Funktion NORM:

EZ: norm(b-a) AZ: 5

(3) Stelle die Gleichung der Geraden AB in Parameterform auf und speichere sie mit g:

EZ: *[x;y]=a+t.(b-a) → g* AZ: *[x=4t; y=3t-1]*

(4) Speichere einen zum Vektor AB normal stehenden Vektor unter n:

EZ: *[-3;4] → n* AZ: *[-3;4]*

(5) Mache (3) durch skalare Multiplikation mit dem Normalvektor n parameterfrei:

EZ: *dotp(g,n)* AZ: *-3x+4y=-4*

(6) Berechne den Mittelpunkt der Strecke AB und speichere ihn unter m:

EZ: *(a+b)/2 → m* AZ: *[2;1/2]*

(7) Stelle die Gleichung der Streckensymmetralen von AB in Parameterform auf:

EZ: *[x;y]=m+t.n* AZ: *[x=-3t+2;y=4t+1/2]*

(8) Berechne den Einheitsvektor von AB mit der Formel und kontrolliere mit UNITV:

EZ: *(b-a)/norm(b-a)* AZ: *[4/5;3/5]*

EZ: *unitv(b-a)* AZ: *[4/5;3/5]*

(9) Berechne den Normalabstand des Punktes P von der Geraden AB mit der Formel:

EZ: *dotp(p-a,unitv(n))* AZ: *7*

(10)Berechne den Richtungsvektor der Winkelsymmetralen von (AB,AP) auf 3 Dezimalstellen!

EZ: *unitv(b-a)+unitv(p-a)* AZ: *[0,093;-1,307]*

Auswertung des 2. Praetests

Beispielstatistik										
	Bsp 1	Bsp 2	Bsp 3	Bsp 4	Bsp 5	Bsp 6	Bsp 7	Bsp 8	Bsp 9	Bsp10
Prozente	96%	96%	75%	87%	56%	76%	67%	86%	35%	57%

Schülerleistungsstatistik					
	richtig >= 80%	richtig >= 62,5	richtig >= 50%	richtig < 50%	Summe
Prozente	53%	20%	16%	11%	100%

Während vom 1. Praetest die Ergebnisse von 21 Versuchsklassen in die Statistik aufgenommen werden konnten, waren es beim 2. Praetest nur mehr 14 Versuchsklassen. Dafür waren wahrscheinlich zwei Gründe ausschlaggebend: Der 2. Praetest konnte erst am Ende des Rahmenthemas Vektorielle Analytische Geometrie durchgeführt werden, und das modulare Arbeiten war für jene Versuchslehrer neu, die im DERIVE-Projekt nicht engagiert waren bzw. die bisher keine (kleinen) Computerprogramme im Mathematikunterricht verwendet haben.

Die Arbeitszeit war für einige Schüler zu kurz bemessen, andere haben, wenn sie in letzter Zeit keine Beispiele mehr zur Analytischen Geometrie gerechnet haben, Teile des Lehrstoffs schon wieder vergessen. Zu den vier Beispielen, die weniger als 75% richtig gelöst werden, soll kurz Stellung bezogen werden:

zu Beispiel 5 (56%)

Dieses Beispiel testet, ob die Schüler den Schritt vom Abspeichern zum modularen Arbeiten wirklich gemacht haben. Wird die Geradengleichung unter g und der Normalvektor unter n abgespeichert, so ist die richtige Antwort mit **dotp(g,n)** denkbar einfach. Es zeigt sich also deutlich, dass viele Schüler (44%) mit diesem neuen Denken noch Probleme haben bzw. das Abspeichern der Parameterdarstellung einer Geraden sowie das Eliminieren des Parameters mit dem TI-92 nicht als Vorteil empfinden. Sie arbeiten in diesem Fall lieber „händisch“.

zu Beispiel 7 (67%)

Der überraschend niedrige Prozentsatz deutet an, dass noch einige Schüler mit der Verwendung des Normalvektors Schwierigkeiten haben. Das Ergebnis ist unabhängig von der Verwendung des TI-92.

zu Beispiel 9 (35%)

Viele Versuchslehrer erarbeiten die für eine schnelle Eingabe notwendige Abstandsformel erst in der 6. Klasse. Die Berechnung ohne Formel ist sehr zeitaufwendig. Daher ließen viele Schüler dieses Beispiel aus und bearbeiteten gleich Beispiel 10.

zu Beispiel 10 (57%)

Da der Prozentsatz der richtigen Lösungen von Beispiel 10 deutlich über dem von Beispiel 9 liegt, darf angenommen werden, dass die Verwendung der vordefinierten Funktion UNITV den meisten Schülern vertraut war, da sie den Richtungsvektor der Winkelsymmetralen bilden konnten. Der dennoch geringere Prozentsatz richtiger Lösungen ist wohl der Nummer 10 zuzuschreiben. Diese Aufgabe wurde oft als vorletztes oder letztes Beispiel zur Bearbeitung eingeplant. Langsamere Schüler kamen dann gar nicht mehr dazu.

In den Aufgaben 7 und 10 sollte gezielt die Strecken- und Winkelsymmetrale für die 2. Stunde des 2. Beobachtungsfensters vorbereitet werden. Beim Vergleichen der den Rückmeldungen zum Teil beigelegten Arbeitsblättern konnte bereits eine Vielfalt unterschiedlicher Bearbeitungsmethoden festgestellt werden. Diese Vielfalt konnte in der 2. Stunde des 2. Beobachtungsfensters noch deutlicher festgestellt werden.

Leistungsvergleich 1. / 2. Praetest

Schülerleistungsstatistik				
	Richtig >= 80%	**richtig > 50%**	**richtig<= 50%**	**Summe**
1. Praetest	**61%**	**27%**	**12%**	**100%**
2. Praetest	**53%**	**36%**	**11%**	**100%**

Der Leistungsvergleich zeigt deutlich, dass die Zahl der schwächeren Mathematiker konstant geblieben ist, während die Zahl der Besseren bei steigendem Schwierigkeitsgrad der Aufgaben etwas gesunken ist.

(3) 2. Beobachtungsfenster (2. Stunde)

- Ein komplexeres Beispiel wird in Einzelarbeit auf einem Arbeitsblatt gelöst und dokumentiert. (Hilfsmittel wie beim 1. Beobachtungsfenster) **45 Min**.
- In der Stunde darauf werden besonders interessante Lösungsvorschläge für einzelne Aufgabenteile von einzelnen Schülern am TI-92 (View-Screen) vorgeführt und auf der Tafel dokumentiert.

Das folgende Beispiel wurde an alle Versuchslehrer ausgesandt. Anleitung und Arbeitsblattgestaltung sollten zum modularen Arbeiten motivieren, die Schreibweise der angebotenen Vektoren wurde der des TI-92 angepasst.

Verwende bei der Lösung der folgenden Aufgabe den TI-92 auf möglichst geschickte Weise und dokumentiere die wichtigsten Schritte deiner TI-92-Ein- und Ausgabe!

Dreieck ABC: A=[-3;-5]   B=[9;4]   C=[-3;9]

(a) Berechne den Schnittpunkt zweier Streckensymmetralen.

(b) Berechne den Schnittpunkt zweier Winkelsymmetralen.

(c) Untersuche, ob der Punkt P=[3;-13] auf der Geraden IU liegt, wobei I=[1;3] und U=[9/8;2) zu nehmen ist.

Mache zuerst eine Skizze und plane mit ihrer Hilfe mit den zu verwendenden Formeln!

Weiters war am Beginn des Teils a und c der folgende Speicherungsvorschlag am Arbeitsblatt:

a) Eingabe: [-3;-5] → a   :   [9;4] → b   :   [-3;9] → c

c) Eingabe: [3;-13] → p   :   [1;3] → i   :   [9/8;2] → u

Auswertung des Arbeitsblatts

Beispielstatistik				
	(fast) richtig	**>= halb r**	**wenig/falsch**	**Summe**
Teil a	**59%**	**21%**	**20%**	**100%**
Teil b	**53%**	**15%**	**32%**	**100%**
Teil c	**59%**	**7%**	**34%**	**100%**
ganzes Beispiel	**43%**	**32%**	**26%**	**100%**

Alle 14 Versuchslehrer, die den Praetest ausgewertet haben, haben ihre Ergebnisse geschickt. Eine **Skizze** machten viele Schüler wenigstens ansatzweise, den Vorschlag aber vor dem Rechnen mit Formeln zu planen, griffen nur wenige Schüler pro Klasse auf. Das etwas weniger gute Ergebnis beim Teil b hat folgenden Grund: Da die Berechnung des Inkreismittelpunktes als eine etwas schwierigere und zeitaufwendigere Aufgabe gilt, wurde sie von etlichen Schülern entweder zuerst ausgelassen und später nicht zu Ende gerechnet oder sie kostete als zweite Aufgabe so viel Zeit, dass Teil c nicht mehr fertiggestellt werden konnte.

Da die Bearbeitung der drei vorgelegten Aufgabenteile in den Versuchsklassen in sehr unterschiedlicher Form vorgenommen wurde, soll die **Auswertung an Hand einiger schriftlicher Rückmeldungen** vorgenommen werden.

„Der Großteil der Schüler fühlt sich beim Arbeiten mit Modulen unsicher, zwei verweigern überhaupt.“ (U.J.)

„Vorausschicken möchte ich, dass mir persönlich der Einsatz des TI-92 in weiten Bereichen der Vektorrechnung zu Beginn lediglich als Rechenhilfe zum Lösen von Gleichungen bzw. Gleichungssystemen erscheint. Dementsprechend habe ich ihn eingesetzt. ... Viele Schüler klagen, dass es ihnen zu aufwendig scheint, hauptsächlich mit dem TI-92 zu arbeiten. Sie behaupten, dass die Dokumentation und die Arbeit am TI-92 wesentlich mehr Zeit in Anspruch nehmen als einzelne Teile „zu Fuß“ zu rechnen und nur fallweise den TI-92einzusetzen (zB. bei der Berechnung des Einheitsvektors, was sehr beliebt ist.).“ (C.P.)

„Allgemein habe ich festgestellt, dass die Schüler mit dem Handling gut zurechtkommen. Ich glaube, dass die Schüler das modulare Arbeiten mit dem TI-92 annehmen, wobei speziell die besseren Schüler auch allein Module schreiben. Schwächeren sind aber auch ähnliche Module zumutbar, zB. Modul zum Berechnen von U in der Schule, zum Berechnen von H als Hausübung.“ (F.H.)

„Der TI-92 wurde von 13 der 14 Schüler als echte Hilfe angesehen. Die Aufgaben wurden fast durchwegs mit der Parameterdarstellung gelöst, da die Normalvektorform zu diesem Zeitpunkt noch nicht so vertraut war.“ (O.S.)

„Es wurden einige Programm-Module mit den SchülerInnen gemeinsam erstellt, so zB. Module zum Aufstellen einer Strecken-, einer Winkelsymmetralen, für die Spiegelung eines Punktes an einer Geraden, für die Schnittpunktbestimmung zweier Geraden, für die Untersuchung, ob drei Punkte auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Es konnten daher alle Schüler die drei Aufgabenteile mit Hilfe der vorgefertigten Module lösen.“ (H.U.)

„Die Zuweisung von Punkten und Geradengleichungen auf memotechnisch gut geeignete Kurznamen wurde von den Schülern gut angenommen und stellt mittlerweile eine Standard-Arbeitstechnik dar.“ (J.L.)

„Vier an Mathematik sehr interessierte Schüler fanden das Berechnen von H, S, U, I eines Dreiecks sehr zeitaufwendig. Sie erarbeiteten selbständig ein Programm (ohne mein Zutun, ohne Vorbereitung auf das Programmieren im Unterricht), das nach Eingabe der Koordinaten der Eckpunkte A, B, C eines Dreiecks auf Knopfdruck H, S, U, I berechnet und das Dreieck mit seinen vier merkwürdigen Punkten zeichnet. Für mich war es wieder ein Beweis, dass der TI-92 zu selbständiger Arbeit anregt und die Schüler motiviert, eigenständig Dinge zu tun und zu entwickeln.“ (H.H.)

(4) Posttest

Die Anweisung an die Versuchslehrer lautete:
Das folgende Beispiel soll wie beim 1. Posttest in die letzte Schularbeit des Semesters eingebaut werden. Wer aber bereits alle Schularbeiten des Schuljahres geschrieben hat, möge dieses Beispiel als Informationsfeststellung rechnen lassen.

Der Punkt P=[-8;-3] ist an der Geraden g: 3x+2y+4=0 zu spiegeln. Wie lauten seine Koordinaten. (a) Löse zuerst das Problem geometrisch! (b) Löse das Problem algebraisch! Bei Verwendung des TI-92 mache eine nachvollziehbare Dokumentation!

Da der Posttest erst gegen Ende des Schuljahres stattfand, ist für das Ergebnis in den einzelnen Versuchsklassen von großer Bedeutung, ob die Testaufgabe in der letzten Schularbeit als Pflichtbeispiel eingebaut oder als Informationsfeststellung vor oder nach der Beurteilungskonferenz durchgeführt wurde.

Auswertung des Posttests

Beispielstatistik			
richtig mit TI92	**richtig ohne TI92**	**nur geometrisch**	**wenig/nichts/falsch**
31%	**11%**	**9%**	**49%**

Für den hohen negativen Anteil (49%) dürften folgende Gründe entscheidend gewesen sein:

- Für viele Schüler war die Geradenspiegelung eine geometrische Abbildung, die schon längere Zeit im Unterricht nicht mehr verwendet worden war. Sie hatten sie beim Posttest nicht parat.
- War die Aufgabe des Posttests in eine Schularbeit eingebaut, so galt sie als eine mit höherer Anforderung, wenn zur Lösung kein eigenes vorbereitetes Modul zur Verfügung stand. Es wurde daher diese Aufgabe sehr oft als letztes Beispiel gerechnet oder gar nicht angegangen.
- War der Posttest aber eine eigene Informationsfeststellung gegen Ende des Schuljahres, so wurde er nicht mehr von allen Schülern ganz ernst genommen.

<u>Welche Lösungswege wurden gewählt und wie weit hat bei deren Auswahl der TI-92 eine Rolle gespielt</u>?

Fast alle Schüler wählten den rechnerischen Lösungsgang analog zum geometrischen. Sie stellten die Gleichung des Spiegelungsstrahls auf und suchten dann den Schnittpunkt des Strahls mit der Geraden g. Für diese Schüler war der TI-92 ein rechnerisches Hilfsmittel. Stand jedoch einem Schüler für die Geradenspiegelung ein fix fertiger Modul zur Verfügung, so wurde dieser verwendet. In diesem Fall bestimmte der TI-92 den Lösungsweg.

<u>Für wie viele Schüler war der TI-92 bei diesem Beispiel eine echte Hilfe und wie viele lösten das Beispiel modular</u>?

Von den Schülern, die das Beispiel rechnerisch erfolgreich gelöst haben, haben 74% das Beispiel wenigstens zum Teil mit dem TI-92 gelöst. Fast alle arbeiteten bei der Bestimmung des Schnittpunktes des Spiegelungsstrahls mit der Geraden g modular.

(5) Meinungen einiger Versuchslehrer
zum Einsatz des TI-92 in der Analytischen Geometrie

„Vor allem bei der Analytischen Geometrie waren die Vorteile des Rechners für die Schüler nicht erkennbar. (Sie sagten: „Ich bin händisch viel schneller!" „Die Eingabe der Punktkoordinaten ist umständlich und zeitaufwendig!“ usw.) Eine markante Leistungsänderung der Schüler konnte in diesem Jahr nicht beobachtet werden. Die Akzeptanz des TI-92 nahm im Zusammenhang mit der Analytischen Geometrie eher wieder ab. Der Rechenaufwand kann offensichtlich durch die zur Verfügung stehenden Funktionen (noch) nicht verkürzt werden. Die Strukturierung der Beispiele muss mit dem Rechner genauer erfolgen (logische, leicht wieder findbare Variable, ordentliche Bezeichnung bereits in der Skizze usw.).“ (G.K.)

„Vor allem die vielen Verwechslungen von Vektoren beim Arbeiten in der Analytischen Geometrie dürfte auf die Arbeit mit dem Rechner zurückzuführen sein. Fehler dieser Art werden m. E. eher gefördert als vermieden und sind nur durch konsequente Planung hintanzuhalten.“ (J.L.)

„Ich meine, für die meisten Schüler ist der TI-92 eine echte Hilfe, auch in der Analytischen Geometrie. Sie erkennen rasch den Vorteil des modularen Arbeitens, wobei gerade die besseren Schüler sehr bald eigene Module schreiben. Leider überspielen sich die schwachen Schüler ohne Reflexion diese Module.“ (F.H.)

„Eine Kehrseite des modularen Arbeitens zeigt sich in der **Verwendung der mathematischen Notation**, in mehrerer Hinsicht:

- Vektoren sehen im Heft und am TI-92 verschieden aus:

Pfeil, kein Pfeil bzw. $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ versus [x;y] $\longrightarrow$ vx

De facto verwenden die Schüler zwei Notationen parallel.

- Auch Rechenabläufe werden durch modulares Arbeiten zum Teil ganz drastisch abgekürzt. Das Beispiel „sieht“ dadurch „stark komprimiert“ aus. Ein modularer Plan wird hier unerlässlich.
- Durch das Abspeichern der einzelnen „Bausteine“ eines Beispiels auf Kurznamen entsteht eine Metaebene.“ (J.L.)

„Der TI-92 ist ein ideales Werkzeug vor allem für interessierte Schüler. Dazu ein Beispiel:
Im Mathematikunterricht hatten wir gerade die Lagebeziehung von Geraden im R^2 durchgenommen. Bald darauf führte die Klasse eine mehrtägige Exkursion durch. Jonas nahm nicht an dieser Schulveranstaltung teil. Er kam an diesem Tag zur Schule und entwickelte in kürzester Zeit ein Programm zur Ermittlung der Lagebeziehung zweier Geraden. Jonas ist in Mathematik ein unauffälliger Schüler. Seine Standardnote bei Schularbeiten ist Genügend. Mit Hilfe des TI-92 konnte er sein Interesse am Stoff zeigen und eine außerordentliche Leistung erbringen.“ (R.G.)