III-D Untersuchung in den 4. Klassen - Auswirkungen des TI-92 auf händische Rechenfertigkeit und verbale Begründungskompetenz

von
Mag. Christian Hochfelsner
Mag. Walter Klinger

<table>
<tr><td colspan="2" align="center">Themenbereich</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Elementare Algebra</td></tr>
<tr><td>Inhalte</td><td>Ziele</td></tr>
<tr><td>

Ziele der Untersuchung
Test, mit dem die Untersuchung durchgeführt wurde
Rahmenbedingungen
Beteiligten Schulen
Statistische Auswertung betreffend händische Rechenfertigkeit
Statistische Auswertung betreffend Begründungskompetenz
Interpretation beider Ergebnisse

</td><td>

Untersuchung der Auswirkung des TI-92 (des algebratauglichen Taschenrechners) als Unterrichtsmittel und didaktisches Werkzeug auf die händische Rechenfertigkeit von Schülern aus 3. Klassen der Allgemeinbildenden Höheren Schule (AHS)
Untersuchung der Auswirkung des Einsatzes eines algebratauglichen Taschenrechners auf die Fähigkeit, mathematische Umformungen verbal begründen und beschreiben zu können.
Herausfinden, in welchen Bereichen und wie der Einsatz des TI-92 als didaktisches Hilfsmittel sinnvoll ist .

</td></tr>
<tr><td colspan="2">Anmerkungen: Diese Untersuchung wurde am Beginn des Schuljahres 1998/99 in 26 Klassen durchgeführt. Es gab 9 Projektklassen und 17 Vergleichsklassen: 9 Gymnasialklassen, 7 realgymnasiale Klassen und eine durchgehend mit DERIVE unterrichtete Vergleichsklasse.

Zusammenfassung des Ergebnisses in zwei Sätzen:
Die normalen Realgymnasiumschüler sind mit Abstand die besten händischen Rechner!
Die Projektklassenschüler zeigen die meisten richtigen Begründungen!</td></tr>
</table>

III-D-a Ziele des Tests und Evaluation

Untersuchung in 4. Klassen AHS
Auswirkung des TI-92 auf händische Rechenfertigkeit und verbale Begründungskompetenz

Ziel der Untersuchung

Da der TI-92 im Schuljahr 1997/98 das erste Mal in mehreren 3. Klassen (insgesamt 10, Klassen davon 9 realgymnasiale Klassen und 1 gymnasiale Klasse) systematisch eingesetzt worden ist, soll am Beginn der 4. Klasse die Auswirkung dieses Hilfsmittels auf die elementare Algebra untersucht werden. Folgende Ziele sind dabei im Vordergrund gestanden:

1) Untersuchung der Auswirkung des TI-92 (des algebratauglichen Taschenrechners) als Unterrichtsmittel und didaktisches Werkzeug auf die händische Rechenfertigkeit von Schülern aus 3. Klassen der Allgemeinbildenden Höheren Schule (AHS)

2) Untersuchung der Auswirkung des Einsatzes eines algebratauglichen Taschenrechners auf die Fähigkeit, mathematische Umformungen verbal begründen und beschreiben zu können.

3) Herausfinden, in welchen Bereichen und wie der Einsatz des TI-92 als didaktisches Hilfsmittel sinnvoll ist .

Vor der Durchführung des Tests wurden folgende Hypothesen aufgestellt:

<u>Hypothese 1:</u>
TI-92 Klassen zeigen eine schlechtere Rechenfertigkeit und eine weit bessere Begründungskompetenz

<u>Hypothese 2:</u>
Der Einsatz des TI-92 als didaktisches Hilfsmittel speziell beim Anwenden von Formeln und Erkennen von Fehlern (Richtigstellen) zeigt positive Auswirkungen.

Testbeschreibung

Dieser Test entstammt einer Serie von Untersuchungen von Univ. Prof. Dr. Günther Malle (Schülerfehler beim Buchstabenrechnen, Klagenfurt 1986). Der in dieser Publikation angeführte schriftliche Test (Testblatt 1 - Termumformungen) wurde zweifach verändert. Erstens wurde das Beispiel 6 durch zwei neue Beispiele ersetzt. Zweitens wurde eine schriftliche Begründungsspalte hinzugefügt (siehe Test: Überprüfe dein Wissen). Die Arbeitsanweisung betraf sowohl die Rechenfertigkeit als auch die Begründungskompetenz.

ÜBERPRÜFE DEIN WISSEN

NAME: ______________________________ ***KLASSE:*** ____

TESTBLATT 1: Berechne auf der linken Seite die einzelnen Aufgaben und erkläre auf der rechten Seite Deine Vorgangsweise in Worten (verwende eine möglichst exakte mathematische Sprache!).

Aufgabe 1)

$6a\cdot 3b-(5ab+b\cdot 2a)=$

Aufgabe 2)

$4\cdot(3a+5)-(4a-7)\cdot 3=$

Aufgabe 3)

$x^2y^2(xy)^2=$

Aufgabe 4)

$(a^2-3b)\cdot(-3a+5b^2)=$

Aufgabe 5)

$2a-\frac{a}{3}=$

Aufgabe 6) Fülle aus:

$(\;..\;-7x\;)^2=\;..\;-56xy+\;..$

Aufgabe 7) Stelle richtig:

$(-2b^2+3b)^2=4b^4+12b^4+9b^2$

Rahmenbedingungen

Durchführungsmodalität:
Dieser Test sollte in allen beteiligten Klassen in der ersten Unterrichtseinheit nach den Sommerferien durchgeführt werden.
Es durfte bei Bearbeitung der Testfragen kein Hilfsmittel verwendet werden.
Der Test sollte ca. 25 Minuten dauern.

Die meisten Klassen hielten sich an diese Durchführungsmodalitäten, es lässt sich jedoch nicht eindeutig nachweisen, ob alle Klassen wirklich die erste Unterrichtseinheit ohne vorherige Wiederholung für die Durchführung verwendet haben. Die Testzeit dürfte ebenso wie das Verbot von Hilfsmitteln durchgängig eingehalten worden sein.

Auswertungsmodalitäten:
Dieser Test wurde von den Klassenlehrern nach den angeführten Richtlinien (Rechenfertigkeit: richtig, falsch, fehlt und Begründungskompetenz: sehr gut/gut, mangelhaft/falsch, fehlt) ausgewertet. Durch die Auswertung der betreffenden Klassenlehrer ergab sich eine Unschärfe im Bereich der Begründungsinterpretation. Es ist zu erwarten, dass die Begriffe "gut" und "mangelhaft" nicht gleich beurteilt wurden, da keine einheitlichen Richtlinien vorgegeben wurden. Dieser Sachverhalt hat jedoch nach Auffassung der Autoren keine wesentliche Auswirkung auf das Gesamtergebnis, da sich diese Ungleichmäßigkeiten einigermaßen ausgleichen dürften.

Teilnehmende Schulen:
An diesem Test nahmen von den 10 Projektklassen 9 teil.
Als Versuchsklassen wurden befreundete Lehrer aus Niederösterreich, Steiermark und Salzburg eingeladen und gebeten, diese Mühe und die daraus resultierenden Erfahrungen auf sich zu nehmen.
Insgesamt nahmen 26 vierte Klassen mit 653 Schülerinnen und Schülern daran teil.
Beteiligte Schulen:

BG/BRG Krems-Piaristengasse (4 Klassen)
BRG Mödling-Franz-Keim-Gasse (4 Klassen)
BRG Nonntal (2 Klassen)
BRG Oevernsee (2 Klassen)
BG/BRG St. Pölten (3 Klassen)
BRG/BORG St. Pölten (2 Klassen)
BG/BRG Stockerau (6 Klassen)
BG/BRG Weiz (3 Klassen)

Den teilnehmenden Lehrerinnen und Lehrern sei an dieser Stelle recht herzlich für ihre Mitarbeit gedankt.

Projektklassen:
Die Projektklassen wurden nach einer gemeinsamen Jahresplanung unterrichtet. In dieser ergaben sich aus organisatorischen Gründen starke Verschiebungen gegenüber einer "herkömmlichen". Speziell das Rechnen mit Termen wurde zeitlich in das 2. Semester verschoben! Ein Schwerpunkt wurde als Beobachtungsfenster im Bereich "Formeln-Üben-Testen" gesetzt.

Tabellarische Auswertung betreffend Rechenfertigkeit

Gesamtauswertung 9 Projektklassen (RG)

Beispiel	RICHTIG		FAL SCH		FEHLT		
	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	
1	146	69,9%	62	29,7%	1	0,5%	209
2	116	55,5%	93	44,5%	0	0,0%	209
3	114	54,5%	91	43,5%	4	1,9%	209
4	76	36,4%	126	60,3%	7	3,3%	209
5	82	39,2%	83	39,7%	44	21,1%	209
6	95	45,5%	113	54,1%	1	0,5%	209
7	27	12,9%	178	85,2%	4	1,9%	209
	656	**44,8%**	**746**	**51,0%**	**61**	**4,2%**	**1463**

Gesamtauswertung 7 Vergleichsklassen (RG)

Beispiel	RICHTIG		FAL SCH		FEHLT		
	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	
1	146	76,8%	44	23,2%	0	0,0%	190
2	94	49,5%	94	49,5%	2	1,1%	190
3	118	62,1%	67	35,3%	5	2,6%	190
4	89	46,8%	91	47,9%	10	5,3%	190
5	102	53,7%	66	34,7%	22	11,6%	190
6	94	49,5%	80	42,1%	16	8,4%	190
7	32	16,8%	129	67,9%	29	15,3%	190
	675	**50,8%**	**571**	**42,9%**	**84**	**6,3%**	**1330**

Gesamtauswertung 9 Vergleichsklassen (G)

Beispiel	RICHTIG		FAL SCH		FEHLT		
	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	
1	143	63,6%	81	36,0%	1	0,4%	225
2	128	56,9%	97	43,1%	0	0,0%	225
3	105	46,7%	111	49,3%	9	4,0%	225
4	93	41,3%	126	56,0%	6	2,7%	225
5	76	33,8%	125	55,6%	24	10,7%	225
6	75	33,3%	145	64,4%	5	2,2%	225
7	37	16,4%	183	81,3%	5	2,2%	225
	657	**41,7%**	**868**	**55,1%**	**50**	**3,2%**	**1575**

Gesamtauswertung RG mit Informatik und DERIVE

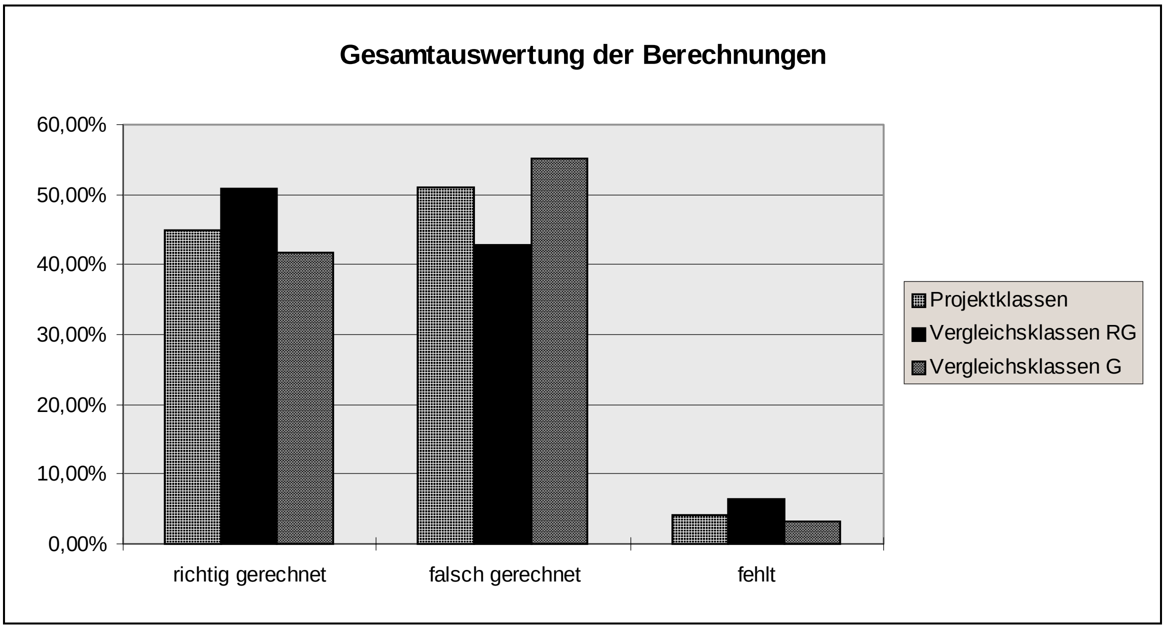
Beispiel	RICHTIG		FAL SCH		FEHLT		
	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	
1	19	65,5%	10	34,5%	0	0,0%	29
2	15	51,7%	14	48,3%	0	0,0%	29
3	16	55,2%	13	44,8%	0	0,0%	29
4	23	79,3%	6	20,7%	0	0,0%	29
5	19	65,5%	10	34,5%	0	0,0%	29
6	6	20,7%	23	79,3%	0	0,0%	29
7	4	13,8%	25	86,2%	0	0,0%	29
	102	**50,2%**	**101**	**49,8%**	**0**	**0,0%**	**203**

Interpretation der händischen Rechenfertigkeit

Das Gesamtergebnis zeigt ein sehr ernüchterndes Bild über die grundlegenden Rechenfertigkeiten von Schülern nach einer systematischen Bearbeitung von Termen in der 3. Klasse. Es ist weniger als die Hälfte der Beispiele von den getesteten Schülern richtig gerechnet worden, wobei der Schwierigkeitsgrad der ersten fünf Beispiele nicht sehr hoch ist und eigentlich nur Grundqualifikationen überprüft werden. Das Beispiel sechs zählt zum Standard im Unterricht einer 3. Klasse. Nur das Beispiel sieben stellt einen gehobeneren Anspruch an die algebraischen Fertigkeiten von Schülern und ist in dieser Form möglicherweise in einigen Klassen nicht im Unterricht behandelt worden. Dieses Beispiel konnte nur von ca. 15% der Schüler richtiggestellt werden.
Es sei nochmals darauf verwiesen, dass diese Untersuchung nach den Sommerferien durchgeführt worden ist und in den meisten Klassen vorher keine Wiederholungs(Übungs)phase stattgefunden hat!
Trotzdem stellt sich nach diesem Ergebnis zum wiederholten Male folgende Frage:
Welche grundlegenden Kompetenzen im Bereich der algebraischen Fertigkeiten müsste jeder Schüler im ausreichendem Maße (mit großer Sicherheit) beherrschen (egal ob mit oder ohne algebratauglichem Taschenrechner, egal ob Gymnasium oder Realgymnasium)!

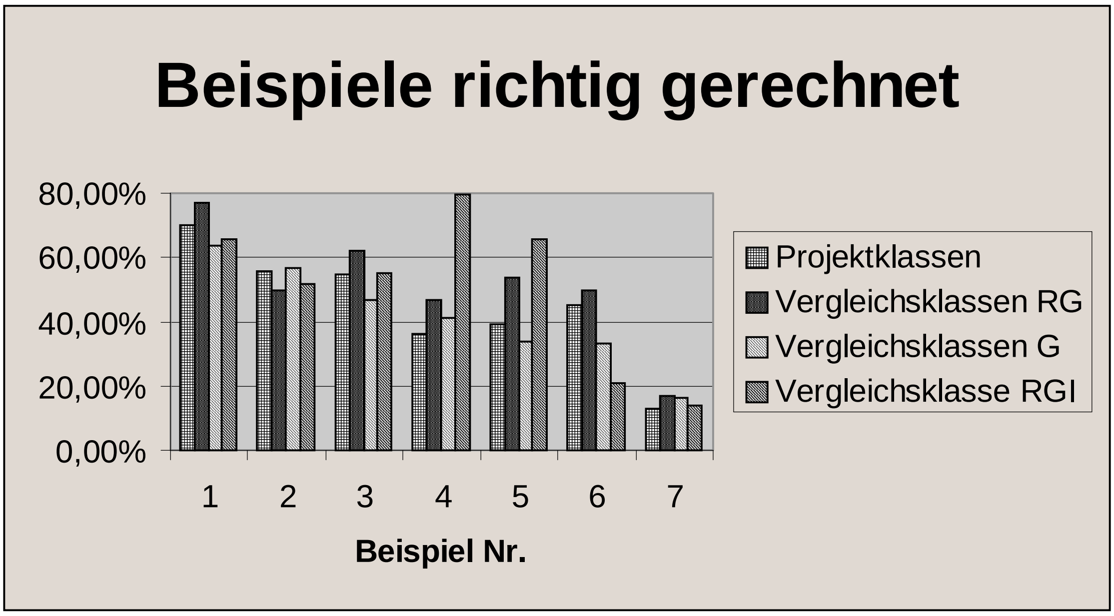
Die **realgymnasialen Klassen**, die kein algebrataugliches Hilfmittel zur Verfügung hatten, zeigen den höchsten Prozentsatz der richtig gerechneten Beispiele (50,8%). Die **Projektklassen** folgen mit einem Prozentsatz von 44,8% richtiger Ergebnisse, gefolgt von den **Gymnasialklassen** mit 41,7%. Die einzige **DERIVE-Klasse** eines Realgymnasiums hatte 50,2% richtige Lösungen. [1]

[1] Eine Untersuchung aus dem Jahre 1993 mit DERIVE-Klassen zeigte bei den Vergleichsklassen ähnliche Ergebnisse. Damals war die Anzahl der beteiligten Schüler weit geringer. Das gute Abschneiden der DERIVE-Klassen ist jedoch nicht repräsentativ, da die Schüler für diesen Sonderzweig auf Grund ihres guten Notenschnittes ausgewählt wurden (DERIVE in Education, H. Heugl und B. Kutzler, Chattwell-Bratt 1994).

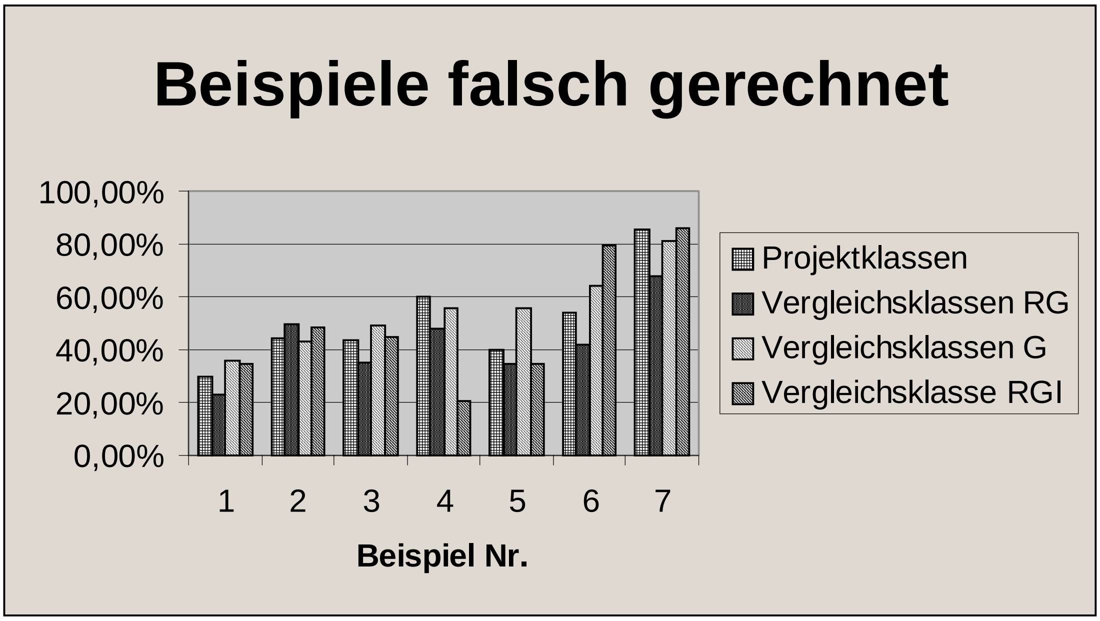


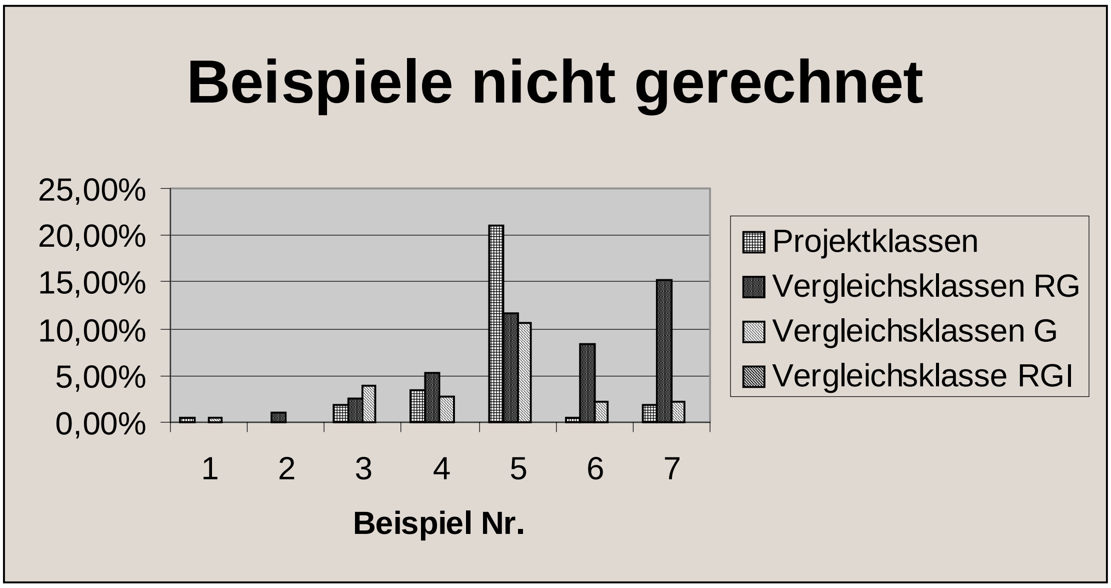
Der Unterschied zwischen den normalen Realgymnasiumklassen und den Projektklassen ist eindeutig ausgefallen, er beträgt immerhin 6% an richtigen Lösungen. Es ist zwar nicht eindeutig nachvollziehbar, wie häufig der TI-92 als didaktisches Hilfsmittel beim Bearbeiten von Termen (außerhalb des Beobachtungsfensters) verwendet worden ist. Es lässt sich jedoch eindeutig feststellen, dass häufig elementare Grundfertigkeiten dem TI-92 als Black-Box übergeben worden sind (Umstrukturierung der Jahresplanung - siehe Rahmenbedingungen), z.B.: Lösen von Gleichungen, Vereinfachen von Termen, Umformen von Formeln.

Erster Schluss: Der erste Teil der Hypothese 1 scheint bestätigt zu sein!
Die reine händische Rechenfertigkeit nimmt durch den Einsatz eines algebratauglichen Taschenrechners ab!
Jedoch müsste man noch folgende zusätzliche Fragen beantworten:
Haben die Schüler der Projektklassen andere grundlegende Fähigkeiten durch den Einsatz des Hilfsmittels erworben (Techniken zum Vergleichen von Termen, Einsetzaspekt und Gegenstandsaspekt von Variablen, Umformungen bei Verhältnissen und Proportionen)?
Treten bei den Projektklassenschülern Vorteile beim Modellbilden und Interpetieren der Ergebnisse auf?
Hat sich das Strukturverständnis bei Termen verändert?
Für eine detailliertere Interpretation sind die Ergebnisse bei den einzelnen Beispielen in graphischer Form angeführt:



Auffällig ist das gute Abschneiden der DERIVE-Klasse bei den Beispielen 4 und 5!





Das Beispiel 5 wurde von den Projektklassen zu über 20% nicht gerechnet, bei den realgymnasialen Klassen fehlten häufig die Beispiele 5,6 und 7. Warum diese Beispiele nicht gerechnet wurden, lässt sich nicht mehr beantworten.

Tabellarische Auswertung betreffend Begründungskompetenz

Gesamtauswertung 8 Projektklassen (RG) BEGRÜNDUNG

Beispiel	SEHR GUT/GUT		MANGELHAFT/ FALSCH		FEHLT		
	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	
1	112	61,2%	33	18,0%	38	20,8%	183
2	103	56,3%	45	24,6%	35	19,1%	183
3	62	33,9%	46	25,1%	75	41,0%	183
4	70	38,3%	52	28,4%	61	33,3%	183
5	51	27,9%	39	21,3%	93	50,8%	183
6	80	43,7%	61	33,3%	42	23,0%	183
7	43	23,5%	72	39,3%	68	37,2%	183
	521	**40,7%**	**348**	**27,2%**	**412**	**32,2%**	**1281**

Eine Projektklasse wurde nicht ausgewertet, deshalb sind um 26 Schüler(innen) weniger als bei der Auswertung der Rechenergebnisse.

Gesamtauswertung 7 Vergleichsklassen (RG) BEGRÜNDUNG

Beispiel	RICHTIG		MANGEL-HAFT / FALSCH		FEHLT		
	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	
1	86	45,3%	41	21,6%	63	33,2%	190
2	71	37,4%	49	25,8%	70	36,8%	190
3	43	22,6%	51	26,8%	96	50,5%	190
4	56	29,5%	51	26,8%	83	43,7%	190
5	70	36,8%	38	20,0%	82	43,2%	190
6	52	27,4%	38	20,0%	100	52,6%	190
7	33	17,4%	55	28,9%	102	53,7%	190
	411	**30,9%**	**323**	**24,3%**	**596**	**44,8%**	**1330**

Gesamtauswertung 5 Vergleichsklassen (G) BEGRÜNDUNG

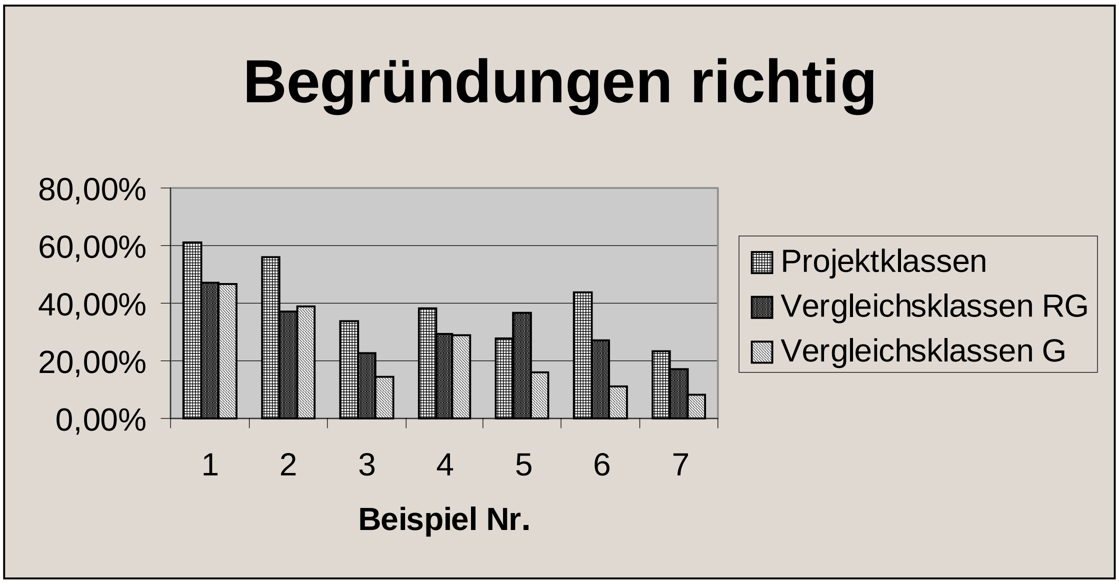
Beispiel	SEHR GUT/GUT		MANGEL-HAFT /FALSCH		FEHLT		
	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	
1	66	46,8%	50	35,5%	25	17,7%	141
2	55	39,0%	61	43,3%	25	17,7%	141
3	20	14,2%	43	30,5%	78	55,3%	141
4	41	29,1%	43	30,5%	57	40,4%	141
5	23	16,3%	24	17,0%	94	66,7%	141
6	16	11,3%	38	27,0%	87	61,7%	141
7	12	8,5%	44	31,2%	85	60,3%	141
	233	**23,6%**	**303**	**30,7%**	**451**	**45,7%**	**987**

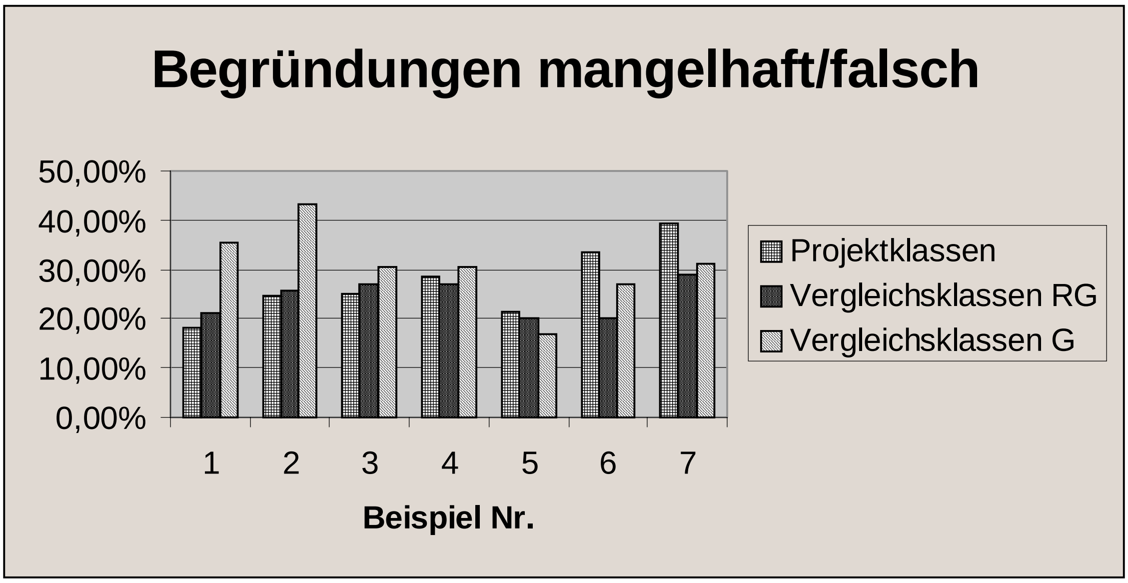
Die Auswertung der Begründungen konnte nur bei 5 Klassen durchgeführt werden.

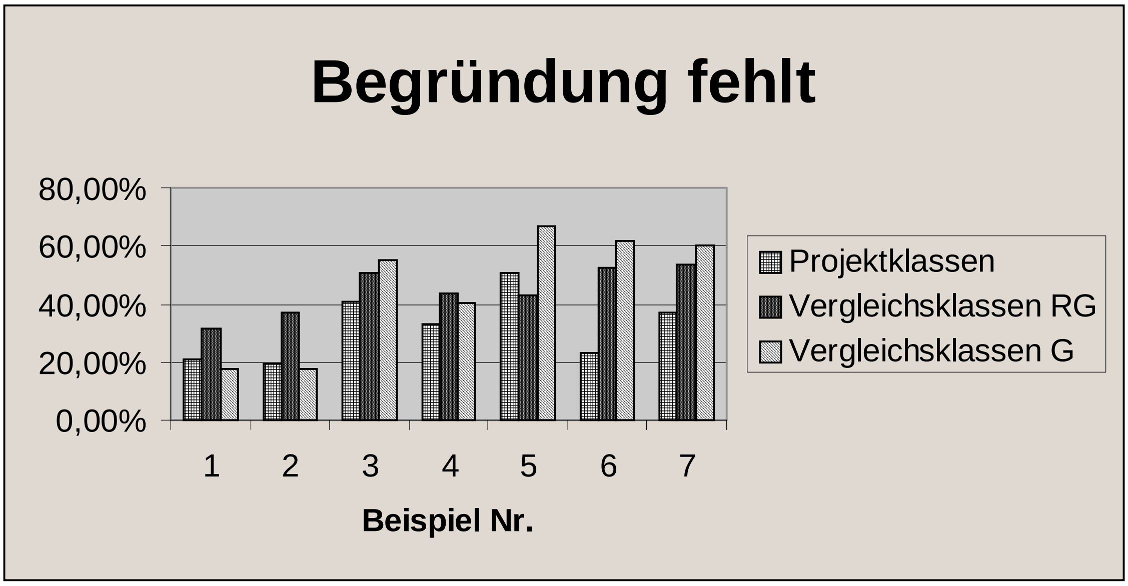
Interpretation der Begründunskompetenz

Diese Fähigkeit erfordert ein weitaus tieferes Verständnis der elementaren algebraischen Grundtätigkeiten. Es ist nicht nur das Anwenden eines Kalküls gefragt, sondern auch eine Reflexion über die Anwendung von Grundfertigkeiten.
Es war nicht zu erwarten, dass die Anzahl der richtigen Begründungen die Anzahl der richtigen Rechnungen übersteigt. Selten trat auch das Phänomen auf, dass zwar die Begründung richtig, die Ergebnisse aber falsch waren. Bei einigen Beispielen zeigten sich trotz richtig begründeter Vorgangsweise Rechenfehler (Multiplikationsfehler, Vorzeichenfehler). Allgemein kann man feststellen, dass bei richtigen Rechnungen häufig richtige Begründungen angeführt wurden. Falsche Rechnungen zeigten fast immer mangelhafte, falsche oder fehlende Begründungen.
Weiters soll hier nochmals angeführt sein, dass die Auswertung der Ergebnisse (Begründungen) meist von dem unterrichtenden Lehrer durchgeführt worden ist und das Urteil über "gute" oder "mangelhafte" Begründung nicht immer eindeutig ausfällt. Aus Gründen der Materialfülle konnte bei dieser Untersuchung jedoch nicht anders vorgegangen werden.

Die **Projektklassen (8 von 9 Klassen wurden ausgewertet)** zeigen den höchsten Prozentsatz an richtigen Begründungen (**40,7%**).
Danach folgen die **realgymnasialen Klassen (7 Klassen)** mit **30,9%** richtiger Begründungen gefolgt von den **Gymnasialklassen (5 Klassen)** mit **23,6%**. Die einzige **DERIVE-Klasse** wurde bei dieser Auswertung nicht berücksichtigt.

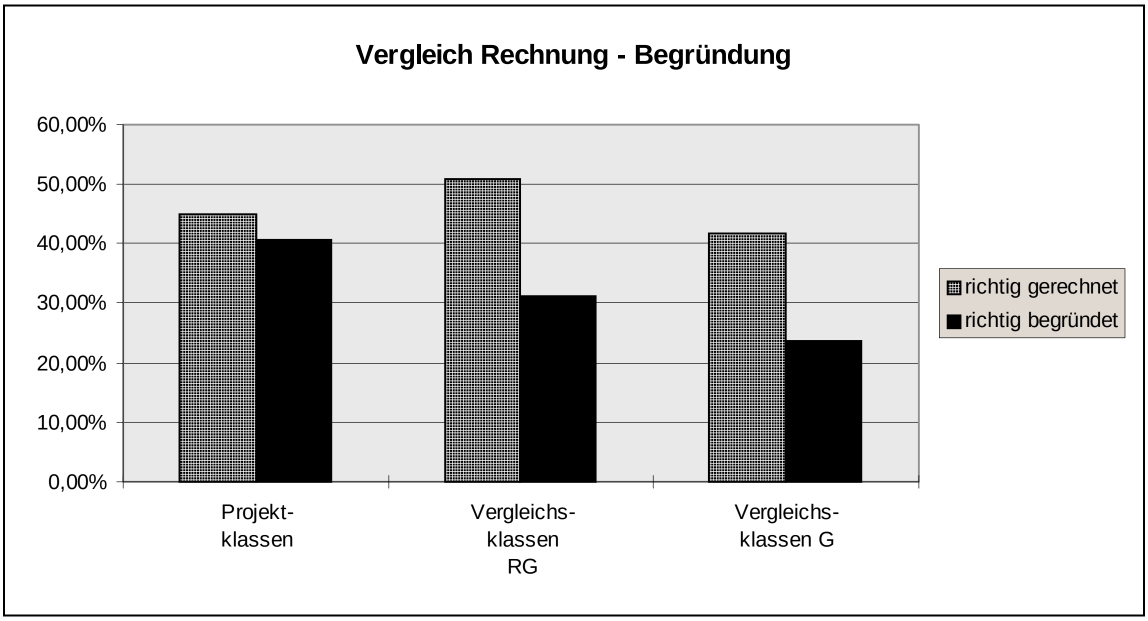






Vergleich der Rechenfertigkeit mit der Begründungskompetenz

Dieses Ergebnis ist um so auffälliger, wenn man die Begründungsprozentsätze in Verhältnis zu den richtigen Rechenergebnissen setzt. Dieser Vergleichswert zeigt nur den Prozentsatz der richtig gerechneten und begründeten Beispiele auf, sagt jedoch nichts über das Verhältnis von falschen Rechnungen und richtigen Begründungen und umgekehrt aus.
Bei den **Projektklassen** ist dieser Prozentsatz sehr hoch (**ca. 90%**). Im Realgymnasium liegt dieser Vergleichswert bei ca. **60,8%** und bei den Gymnasialklassen bei ca. **56,6%**.



Dieses Ergebnis lässt einige Interpretationen und Fragen zu:
Wurde in den TI-92 Klassen mehr Wert auf das Sprechen über Mathematik gelegt?
Fördert das Arbeiten mit einem elektronischen Gerät die Diskussionsbereitschaft und die Argumentierbereitschaft bei Schülern?
Ist durch eine bessere Begründungskompetenz auch ein besseres Verständnis mathematischer Zusammenhänge gegeben?
Welche Auswirkung hat diese Begründungskompetenz in Bereichen wie Argumentieren, Testen, Modellbilden, Interpretieren und bei Zugängen zu offenen Aufgabenstellungen?

Zweiter Schluss: Der zweite Teil der Hypothese 1 scheint bestätigt zu sein!
Der Einsatz eines algebratauglichen Taschenrechners erhöht die Möglichkeiten im Begründen und Beschreiben mathematischer Zusammenhänge während des Unterrichts, fördert also das Erreichen dieser Qualifikationen!
Dieser Schluss ist jedoch nur unter der Bedingung zulässig, dass die Zeit, die nicht für händisches Rechen verwendet wird, in dieses Lernziel investiert wird. An dieser Stelle soll angemerkt werden, dass der Rechner in der Unterstufe eher als didaktisches Werkzeug als als reine Rechenhilfe Verwendung finden sollte. Der beste CAS-Befehl nützt nichts, wenn der Mensch nicht mehr entscheiden kann, welchen Befehl er auswählen muss, um ein bestimmtes (mathematisches) Ziel zu erreichen.

Auswirkungen beim Anwenden von Formeln und bei der Fehleranalyse

Einleitend sei vermerkt, dass die Versuchslehrer in einem Bereich der elementaren Algebra - Formeln, Üben, Fehleranalyse - einen verstärkten Einsatz des TI-92 im Unterricht versucht haben. Die Unterlagen (Ziele, Unterrichtsplanung, Arbeitsblätter) zu diesem Beobachtungsfenster befinden sich im Rechenschaftsbericht und auf der Homepage von ACDCA bei den Beobachtungsfenstern der 3. Klasse.

Nach der Durchführung ergaben sich folgende Kritikpunkte der Projektlehrer:
Die didaktische Vorgangsweise war zwar für einen algebraerfahrenen Menschen scheinbar sinnvoll, die doppelte Reflexion (Gleichung mit vielen Variabeln und für einige Variablen richtige Ausdrücke einsetzen) zeigte aber große Probleme bei Schülern. Ein Beispiel sei dazu angeführt:

Beispiel 1)
Versuche a, b und c zu bestimmen (Arbeite mit einem Bleistift - es könnten Fehler auftreten!)

Gegeben	Gesucht	Gesucht	Gesucht	Vollständige Formel
$4x^2 + a + 25 = (b + c)^2$	a =	b =	c =	

Gib danach die Gleichung in den TI-92 ein!
Belege wie in Abbildung 1 mit dem "Mit"-Operator (2^{nd}+K) die Variablen a, b und c mit den vorgegebenen Werten a = 20x, b = 2x und c = 5 (siehe schwarz umrandete Ein- und Ausgabe).

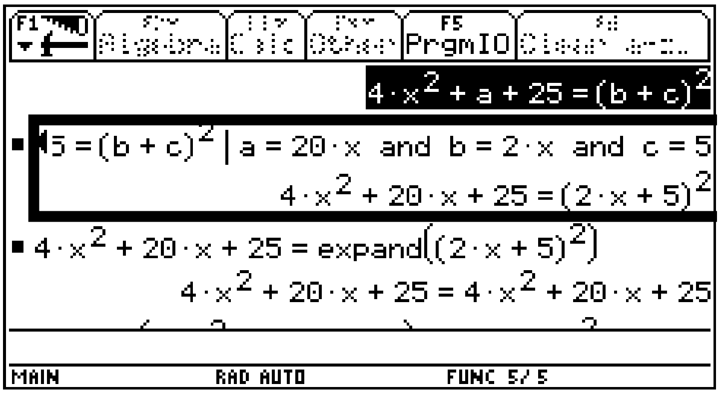
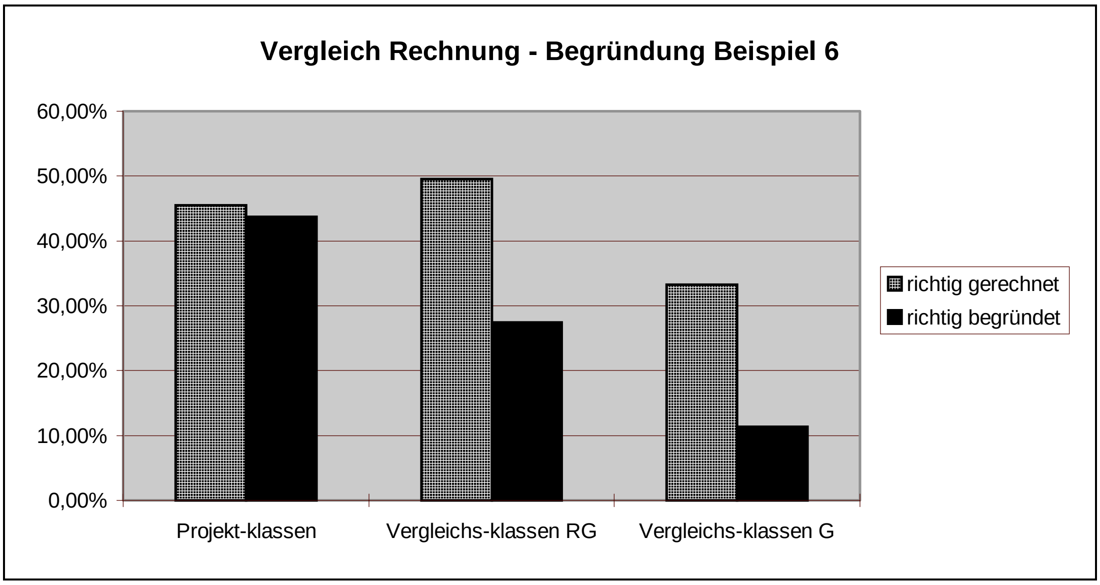
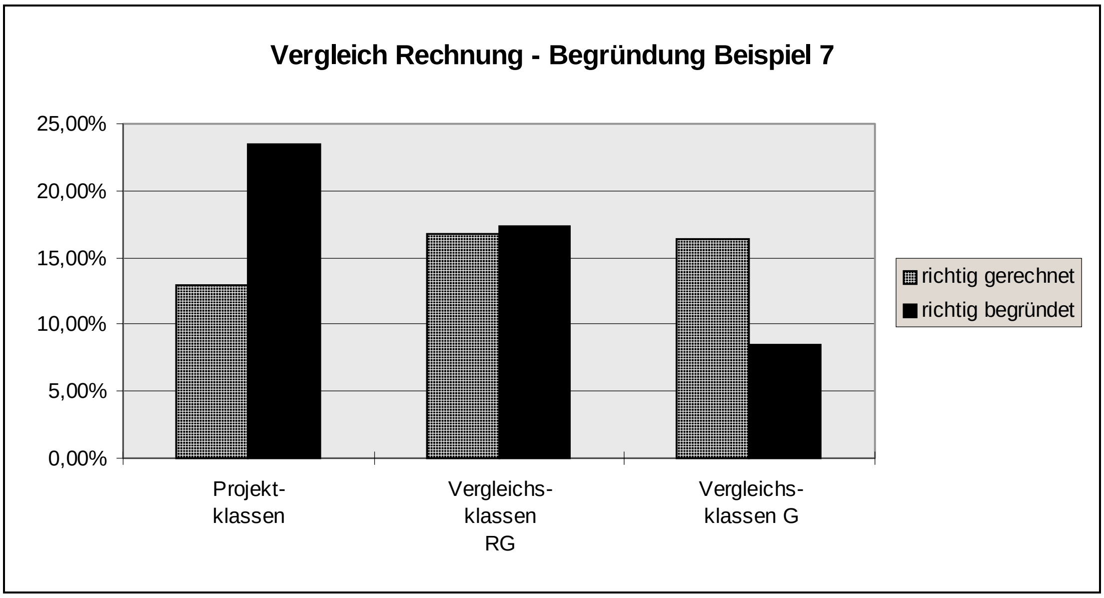


Abbildung 1 - Belege die Variablen mit deinen Werten

Dieses Unterrichtsmodell müsste nochmals genau hinterfragt und neu gestaltet werden. Es muss ein direkterer Weg gefunden werden, der dem Schüler nicht ein zu hohes Abstaktionsvermögen abverlangt. Die dabei entwickelten Teststrategien scheinen jedoch beibehalten werden zu können.

Bei den Beispielen 6 und 7 des Tests zeigt sich jedoch, was die rechnerische Richtigkeit (Richtigstellung) betrifft, bei den **Projektklassen fast das schlechteste Ergebnis** aller beteiligten Klassen **(Projektklassen: 45,5% und 12,8%!!, RG-Klassen: 49,5% und 16,8%, G-Klassen: 33,3% und 16,4%)**. Eventuell werden solche Beispiele durch (systematisches ?) Probieren am TI gelöst.
Das Ergebnis des Tests zeigt jedoch bei den Projektklassen auch einen relativ hohen Prozentsatz an richtigen Begründungen **(Projektklassen: 43,7% und 23,5%!!, RG-Klassen: 27,4% und 17,4%, G-Klassen: 11,3% und 8,5%)**. Bei diesen beiden Beispielen ist der Gesamtprozentsatz der richtigen Begründungen bei den Projektklassen sogar höher als jener der richtig gerechneten Beispiele! Dies zeigt: Begründen können heißt noch nicht auch richtig durchführen können. Dazu gehören noch weitere Qualifikationen.





Das 7. Beispiel zeigt bei den Projektklassen eine fast doppelt so hohe Begründungskompetenz wie Richtigstellungskompetenz. Dies ist einerseits verblüffend, andererseits muss man hier die Frage aufwerfen, wie genau man im Unterrichtsgeschehen diese Begründungkompetenz im Bereich der elementaren Algebra fordern soll. Ein Vorgang, der manchmal nur wenige Sekunden braucht, wird durch eine Beschreibung ein Monsterbeispiel von Minuten, wenn diese genau durchgeführt werden soll. Weiters ist zu bedenken, dass nicht alle Wissensinhalte - speziell angewandtes "Werkzeugdenken" - kalkülhaftes Vorgehen - wirklich immer beschrieben werden können - oft reicht das richtige "Gefühl", eine andere Art des Wissens. Beim Modellbilden, Argumentieren, Interpretieren und bei Zugängen zu offenen Aufgaben erscheint eine Beschreibung weit sinnvoller .

Dritter Schluss: Die zweite Hypothese scheint nicht bestätigt zu sein!
Selbst ein systematischer, didaktisch geplanter Einsatz des TI-92 ist kein Garant für die Verbesserung von Kompetenzen wie das Ergänzen von Formeln oder die Fehleranalyse, wenn der Taschenrechner nicht zur Verfügung steht. Ein vorhandenes Begründungmuster bewirkt nicht automatisch die richtige Durchführung.

Weitere Versuche in diese Richtung sind erforderlich. Bessere didaktische Planungen sind gefragt. Es sei noch angemerkt, dass im Beobachtungsfenster der Rechner als Test- und Fehlerauffindungswerkzeug eingesetzt wurde. Bei dieser Untersuchung standen jedoch keine Hilfsmittel zur Verfügung. Dieser Teilbereich müsste getrennt untersucht werden. Es handelt sich dabei um die Bereiche Üben und Testen. Der Rechner hat hier keine eigenständige Funktion als Rechenhilfe, sondern dient nur als Überprüfung der vom Schüler gedachten Vorgänge.

Abschließende Bemerkungen:

Sehr interessant wäre bei dieser Datenmenge eine Fehleranalyse der Beispiele. Es könnten dabei wesentliche Unterschiede bei Vergleichs- und Projektklassen auftreten.
Weiters könnte eine Auswertung der Schülerantworten Aufschlüsse über die qualitativen Unterschiede zwischen diesen beiden Typen von Klassen geben.
Es sind noch viele Fragen offen, die den Einsatz eines algebratauglichen Hilfsmittels im Bereich der elmentaren Algebra betreffen. Didaktische Komponenten sollten jedoch in der Unterstufe im Vordergrund stehen, die händische Rechenfertigkeit in den grundlegenden elementaren algebraischen Bereichen sollte erhalten bleiben. Wir sind gespannt auf die weitere Entwicklung.

III-D-b Tagebuch einer Projektlehrerin

Tagebuch von Sieglinde Fürst (Piaristengymnasium - Krems)

Zum Test “Überprüfe dein Wissen”

1. Durchführung

In der ersten Mathematikstunde nach den Ferien wurden folgende vier Beispiele an der Tafel gerechnet, um den Schülern den Einstieg etwas zu erleichtern:

(1) $(3a - 5).2a - a. (-2a +1) =$
(2) $6a^2 - 10a + 2a^2 - a =$
(3) $(3x^2)^3 - (2x^3)^2 =$
(4) $(a + 1)^2 =$

In den verbleibenden 25 Minuten wurde der Testbogen ausgegeben, wobei die Schülerinnen allein arbeiten mussten (Pultteiler!).
Am Test nahmen 16 Schüler und 15 Schülerinnen teil.

2. Auswertung des Tests

Aufgabe	Ausrechnung				Begründung		
	richtig	kleine Fehler	grobe(r) Fehler	fehlt	gut	mangel-haft/falsch	fehlt
1	87%	9,6%	3,2%	0%	71%	3,2%	25,8%
2	74%	19,4%	6,5%	0%	74%	3,2%	22,6%
3	54,8%	0%	38,7%	6,5%	32,3%	22,6%	45%
4	35,5%	25,8%	35,5%	3,2%	51,6%	25,8%	22,6%
5	12,9%	0%	25,8%	61,3%	12,9%	12,9%	74,2%
6	54,8%	9,7%	35,5%	0%	77,4%	9,7%	12,9%
7	22,6%	12,9%	61,3%	3,2%	35,5%	35,5%	29%

3. Art der Fehler

Kleinere Fehler waren: übersehene Hochzahlen, Abschreibfehler, Rechenfehler wie 3.3 =6, "vergessene" Buchstaben

Typische Fehler waren v.a. in 1 und 2 Vorzeichenfehler; in 3 wurde $(xy)^2$ mit $(x+y)^2$ verwechselt oder $(x^2y^2.xy)^2$ gerechnet; in 4 $a^2b^2 + ab = a^3b^3$ und Vorzeichenfehler; bei Beispiel 5 waren viele einfach hilflos; Fehler bei 6 war 56 durch 7 statt 14 zu dividieren; bei 7 wurde b^4 bei der Korrektur übersehen, bzw. das Minuszeichen vor $2b^2$ ignoriert.
Interessant war, dass manche eine richtige theoretische Erklärung wussten und trotzdem falsch gerechnet haben. Bei einigen (sehr leistungsmotivierte Klasse!) kam die Mitteilung : Ich habe alles vergessen!

4. Korrektur mit dem TI-92

Die Testblätter wurden von mir dahingehend korrigiert, dass ich nur "richtig" oder "falsch" zu den Ergebnissen schrieb, unabhängig davon wie schwer die Fehler waren.
In der nächsten Mathematikstunde, teilte ich die Testblätter nochmals aus und gab den Auftrag, die falschen Beispiele (mit einer anderen Farbe) zu korrigieren. Es durfte/sollte dazu der TI-92 verwendet werden und den SchülerInnen trug ich auf, die Fehler, welche sie gemacht hatten, zu finden und sie schriftlich festzuhalten.
Es zeigte sich, dass die überwiegende Mehrheit der SchülerInnen ihre Fehler mit Hilfe des TI-92 korrigieren konnte. Erfreulicherweise gelang es auch einem Teil herauszufinden, worin der Fehler bestanden hatte.
Einige Kommentare zu den Fehlern: Man muss 56 durch 7 und dann durch2 dividieren; man müsste $b^2.b = b^3$ rechnen; ich habe die Klammern vergessen, man darf a nicht mit a^2 zusammenzählen; ich habe mit dem TI Zahlen eingesetzt; der TI hat so gerechnet – ich weiß noch immer nicht warum.

5. Auswertung der Korrektur mit dem TI-92

2 Schüler fehlen bei der Korrektur. Angabe der SchülerInnenzahl.

Beispiel	Korrigiert und Fehler gefunden	Korrigiert und Fehler nicht gefunden	Nicht korrigiert	Ohne TI richtig nachgerechnet
1	1	0	0	1
2	3	3	0	2
3	3	4	2	2
4	5	5	5	2
5	7	11	1	6
6	3	5	2	2
7	4	6	11	1

Ergebnis der Fragestellung: **"Wie viele fehlerhafte Beispiele werden bei nochmaligem Nachrechnen mit oder ohne TI-92 korrigiert"** (Ohne dazwischen liegende Übungsphase!)

Beispiel	1	2	3	4	5	6	7
Korrigierte Fehler	100%	100%	81,8%	70,6%	96%	83%	50%

Ergebnis der Fragestellung: **"Wie viele fehlerhafte Beispiele werden bei nochmaligem Nachrechnen mit oder ohne TI-92 korrigiert und die Art des Fehlers wird erkannt"** (Ohne dazwischen liegende Übungsphase!)

Beispiel	1	2	3	4	5	6	7
Korrigierte und erkannte Fehler	100%	62,5%	45,5%	41%	52%	42%	22,7%