

5.Klasse Beobachtungsfenster 2

Dr.Otto Wurnig

Vektorielle Analytische Geometrie

Themenbereich	
Vektorielle analytische Geometrie	
Inhalte	Ziele
<ul style="list-style-type: none"> • Ziele der Untersuchung –Arbeitshypothese • Verschiedene Formen von Geradengleichungen. • Ermittlung merkwürdiger Punkte im Dreieck. • Überprüfen von Lagebeziehungen. 	<ul style="list-style-type: none"> • Untersuchung des modularen Arbeiten. • Die Schüler sollen verschiedene geometrische Probleme algebraisch bearbeiten und dabei zum Aufstellen von Vektorformeln motiviert werden. • Die Schüler sollen beim Lösen komplexerer Aufgaben zu modularem Denken angeleitet werden und dabei vordefinierte Funktionen und (wenn möglich) selbstdefinierte Funktionen verwenden.
<p>Anmerkungen: Es werden der Untersuchungsbereich und die Hypothesen zum zweiten Beobachtungsfenster, die Voraussetzungen und Ziele dargestellt. Die Vorgangsweise für die Projektlehrer 5.Klassen 1997/98, die Beobachtungsaufträge und die zeitliche Gestaltung ist beschrieben. Unterrichtsmethoden, Prätest, Ablauf der Beobachtungsstunde sowie der Posttest sind dargestellt.</p>	

2. Beobachtungsfenster: Vektorielle Analytische Geometrie

Arbeitshypothese

Der TI-92 bietet gerade in der Analytische Geometrie als neue Technik **das modulare Lösen von komplexeren Aufgaben** an. Es können dabei vordefinierte Funktionen wie **norm**, **unitv** und **dotp** oder auch **selbstdefinierte Funktionen** verwendet werden. Es soll beobachtet werden, wie die Schüler mit dieser neuen Möglichkeiten beim Lösen von komplexeren Aufgaben umgehen bzw. wie weit sie diese annehmen.

(1) Lernziele

Die Schüler sollen verschiedene ausgewählte geometrische Probleme algebraisch bearbeiten und dabei zum Aufstellen von **Vektorformeln** motiviert werden.

Die Schüler sollen beim Lösen komplexerer Aufgaben zu modularem Denken angeleitet werden und dabei **vordefinierte Funktionen** (norm, unitv, dotp) und eventuell auch **selbstdefinierte Funktionen** verwenden.

(2) Voraussetzungen

Die Schüler sollen gewöhnt sein, Variable und Formeln abzuspeichern und unter dem selbst gewählten Namen weiter zu verwenden. Die Schüler sollen die **vordefinierten Funktionen** NORM (Länge), UNITV (Einheitsvektor), DOTP (skalares Produkt), aber auch **selbst gewählte Namen** wie m für Mittelpunkt, (b-a) für Richtungsvektor sowie selbstdefinierte Funktionen wie g(t) für Geradengleichung verstehen und verwenden lernen. Damit der zugesandte **Praetest** bearbeitet werden kann, sind einige **Grundaufgaben** unbedingt bis zum Beginn des 2. Beobachtungsfensters unter Verwendung des TI-92 zu behandeln:

- Gegeben 2 Punkte: gesucht Mittelpunkt, Richtungsvektor, Distanz, Einheitsvektor, Geradengleichung, Gleichung der Streckensymmetrale;
- Aufstellung der Gleichung einer Geraden: aus Punkt und Richtung; normal zu einer Geraden durch einen Punkt; parallel zu einer Geraden durch einen Punkt; als Winkelsymmetrale zu zwei gegebenen Geraden;
- Sicheres Umformen der Geradengleichung: Parameterform \leftrightarrow parameterfreie Form;
- Abstand Punkt - Gerade in \mathbb{R}^2 .

(3) zeitlicher Umfang: 2 Unterrichtsstunden zu je 50 Minuten, je eine Nachbereitungsstunde

(4) Unterrichtsmethoden:

- Einzelarbeit (interaktiv mit dem TI92);
- Vorführen interessanter Vorschläge durch einzelne Schüler mit Hilfe des view-screen;
- Dokumentation verschiedener modular gestalteter Wege an der Tafel.

2. Beobachtungsfenster (1. Stunde - Praetest)

- Die Schüler lösen in Einzelarbeit mit dem TI-92 den Praetest auf einem Arbeitsblatt. Als Hilfen sind Übungs- und Hausübungsheft, die (übliche) Formelsammlung und der TI92 zugelassen. 40 Min.
- In der Stunde danach wird der Praetest Schritt für Schritt gemeinsam durchgegangen und einige dabei interessante **Schülervorschläge zum modularen Arbeiten** auf der Tafel dokumentiert.

Im folgenden Praetest (2.Blatt) sind die Schülereintragungen *kursiv* geschrieben.

Informationsfeststellung

Führe mit Hilfe deines TI-92 die folgenden Berechnungen durch und trage dein Protokoll in die vorgesehenen Zeilen ein. (EZ ist die TI-92 Eingabezeile, AZ die TI-92 Ausgabezeile)

Speichere die Punkte A, B, P wie folgt ab: $[0;-1] \rightarrow a$: $[4;2] \rightarrow b$: $[-5;4] \rightarrow p$

(1) Berechne den Vektor AB:

EZ: _____ AZ: _____

(2) Berechne den Betrag (die Länge) des Vektors AB mit Hilfe der Funktion NORM:

EZ: _____ AZ: _____

(3) Stelle die Gleichung der Geraden AB in Parameterform auf und speichere sie mit g:

EZ: _____ AZ: _____

(4) Speichere einen zum Vektor AB normal stehenden Vektor unter n:

EZ: _____ AZ: _____

(5) Mache (3) durch skalare Multiplikation mit dem Normalvektor n parameterfrei:

EZ: _____ AZ: _____

(6) Berechne den Mittelpunkt der Strecke AB und speichere ihn unter m:

EZ: _____ AZ: _____

(7) Stelle die Gleichung der Streckensymmetralen von AB in Parameterform auf:

EZ: _____ AZ: _____

(8) Berechne den Einheitsvektor von AB mit der Formel und kontrolliere mit UNITV:

EZ: _____ AZ: _____

EZ: _____ AZ: _____

(9) Berechne den Normalabstand des Punktes P von der Geraden AB mit der Formel:

EZ: _____ AZ: _____

(10) Berechne den Richtungsvektor der Winkelsymmetralen von (AB,AP) auf 3 Dezimalstellen!

EZ: _____ AZ: _____

Informationsfeststellung

Führe mit Hilfe deines TI-92 die folgenden Berechnungen durch und trage dein Protokoll in die vorgesehenen Zeilen ein. (EZ ist die TI-92 Eingabezeile, AZ die TI-92 Ausgabezeile)

Speichere die Punkte A, B, P wie folgt ab: $[0;-1] \rightarrow a$: $[4;2] \rightarrow b$: $[-5;4] \rightarrow p$

(2) Berechne den Vektor AB:

EZ: $b - a$ _____ AZ: $[4;3]$ _____

(4) Berechne den Betrag (die Länge) des Vektors AB mit Hilfe der Funktion NORM:

EZ: $\text{norm}(b-a)$ _____ AZ: 5 _____

(5) Stelle die Gleichung der Geraden AB in Parameterform auf und speichere sie mit g:

EZ: $[x;y]=a+t.(b-a) \rightarrow g$ _____ AZ: $[x=4t; y=3t-1]$ _____

(4) Speichere einen zum Vektor AB normal stehenden Vektor unter n:

EZ: $[-3;4] \rightarrow n$ _____ AZ: $[-3;4]$ _____

(6) Mache (3) durch skalare Multiplikation mit dem Normalvektor n parameterfrei:

EZ: $\text{dotp}(g,n)$ _____ AZ: $-3x+4y=-4$ _____

(10) Berechne den Mittelpunkt der Strecke AB und speichere ihn unter m:

EZ: $(a+b)/2 \rightarrow m$ _____ AZ: $[2;1/2]$ _____

(11) Stelle die Gleichung der Streckensymmetralen von AB in Parameterform auf:

EZ: $[x;y]=m+t.n$ _____ AZ: $[x=-3t+2; y=4t+1/2]$ _____

(12) Berechne den Einheitsvektor von AB mit der Formel und kontrolliere mit UNITV:

EZ: $(b-a)/\text{norm}(b-a)$ _____ AZ: $[4/5;3/5]$ _____

EZ: $\text{unitv}(b-a)$ _____ AZ: $[4/5;3/5]$ _____

(13) Berechne den Normalabstand des Punktes P von der Geraden AB mit der Formel:

EZ: $\text{dotp}(p-a, \text{unitv}(n))$ _____ AZ: 7 _____

(10) Berechne den Richtungsvektor der Winkelsymmetralen von (AB,AP) auf 3 Dezimalstellen!

EZ: $\text{unitv}(b-a) + \text{unitv}(p-a)$ _____ AZ: $[0,093; -1,307]$ _____

2. Beobachtungsfenster (2. Stunde)

- Ein komplexeres Beispiel wird in Einzelarbeit auf einem Arbeitsblatt gelöst und dokumentiert. (Hilfsmittel wie beim 1. Beobachtungsfenster) **45 Min.**
- In der Stunde darauf werden besonders interessante Lösungsvorschläge für einzelne Aufgabenteile von einzelnen Schülern am TI-92 (view-screen) vorgeführt und auf der Tafel dokumentiert.

Beispiel: (Anleitung und Arbeitsblattgestaltung sollten zum modularen Arbeiten motivieren, die Schreibweise der angebotenen Vektoren der des TI-92 angepasst.)

Verwende bei der Lösung der folgenden Aufgabe den TI-92 auf möglichst geschickte Weise und dokumentiere die wichtigsten Schritte deiner TI-92-Ein- und Ausgabe!

Dreieck ABC: $A=[-3;-5]$ $B=[9;4]$ $C=[-3;9]$

(a) Berechne den Schnittpunkt zweier Streckensymmetralen.

(b) Berechne den Schnittpunkt zweier Winkelsymmetralen.

(c) Untersuche, ob der Punkt $P=[3;-13]$ auf der Geraden IU liegt, wobei $I=[1;3]$ und $U=[9/8;2]$ zu nehmen ist.

Mache zuerst eine Skizze und plane mit ihrer Hilfe mit den zu verwendenden Formeln!

Hinweis: Speichere die angegebenen Punkte folgendermaßen

a) Eingabe: $[-3;-5] \rightarrow a$: $[9;4] \rightarrow b$: $[-3;9] \rightarrow c$

c) Eingabe: $[3;-13] \rightarrow p$: $[1;3] \rightarrow i$: $[9/8;2] \rightarrow u$

Posttest

Beispiel:

Der Punkt $P=[-8;-3]$ ist an der Geraden $g: 3x+2y+4=0$ zu spiegeln. Wie lauten seine Koordinaten. (a) Löse zuerst das Problem geometrisch! (b) Löse das Problem algebraisch! Bei Verwendung des TI-92 mache eine nachvollziehbare Dokumentation!