

**Untersuchung in 4. Klassen der AHS
Auswirkung des TI-92 auf händische Rechenfertigkeit und verbale
Begründungskompetenz**

von
**Mag. Christian Hochfelsner
Mag. Walter Klinger**

Themenbereich	
Elementare Algebra	
Inhalte	Ziele
<ul style="list-style-type: none"> • Ziele der Untersuchung • Test, mit dem die Untersuchung durchgeführt wurde • Rahmenbedingungen • Beteiligten Schulen • Statistische Auswertung betreffend händische Rechenfertigkeit • Statistische Auswertung betreffend Begründungskompetenz • Interpretation beider Ergebnisse 	<ul style="list-style-type: none"> • Untersuchung der Auswirkung des TI-92 (algebratauglichen Taschenrechners) als Unterrichtsmittel und didaktisches Werkzeug auf die händische Rechenfertigkeit von Schülern aus 3. Klassen der Allgemeinbildenden Höheren Schule (AHS) • Untersuchung der Auswirkung des Einsatzes eines algebratauglichen Taschenrechners auf die Fähigkeit, mathematische Umformungen verbal begründen und beschreiben zu können. • Herausfinden, in welchen Bereichen und wie der Einsatz des TI-92 als didaktisches Hilfsmittel sinnvoll ist .
<p>Anmerkungen: Diese Untersuchung wurde am Beginn des Schuljahres 1998/99 in 26 Klassen durchgeführt. Es gab 9 Projektklassen und 17 Vergleichsklassen: 9 Gymnasialklassen, 7 realgymnasiale Klassen und eine Vergleichsklasse wird durchgehend mit DERIVE unterrichtet,.</p> <p>Zusammenfassung des Ergebnisses in zwei Sätzen: Die normalen Realgymnasiums Schüler sind mit Abstand die besten händischen Rechner! Die Projektklassenschüler zeigen die meisten richtigen Begründungen!</p>	

Untersuchung in 4. Klassen AHS

Auswirkung des TI-92 auf händische Rechenfertigkeit und verbale Begründungskompetenz

Ziel der Untersuchung

Da der TI-92 das erste Mal in mehreren 3. Klassen (insgesamt 10 Klassen davon 9 realgymnasiale Klassen und 1 gymnasiale Klasse) systematisch eingesetzt wurde soll die Auswirkung dieses Hilfsmittels auf die elementare Algebra untersucht werden. Folgende Ziele standen dabei im Vordergrund:

- 1) Untersuchung der Auswirkung des TI-92 (algebrafähigen Taschenrechners) als Unterrichtsmittel und didaktisches Werkzeug auf die händische Rechenfertigkeit von Schülern aus 3. Klassen der Allgemeinbildenden Höheren Schule (AHS)
- 2) Untersuchung der Auswirkung des Einsatzes eines algebrafähigen Taschenrechners auf die Fähigkeit, mathematische Umformungen verbal begründen und beschreiben zu können.
- 3) Herausfinden, in welchen Bereichen und wie der Einsatz des TI-92 als didaktisches Hilfsmittel sinnvoll ist .

Vor der Durchführung des Tests wurden folgende Hypothesen aufgestellt:

Hypothese 1:

TI-92 Klassen zeigen eine schlechtere Rechenfertigkeit und eine weit bessere Begründungskompetenz

Hypothese 2:

Der Einsatz des TI-92 als didaktisches Hilfsmittel speziell beim Anwenden von Formeln und Erkennen von Fehlern (Richtigstellen) zeigt positive Auswirkungen.

Testbeschreibung

Dieser Test entstammt einer Serie von Untersuchungen von Univ. Prof. Dr. Günther Malle (Schülerfehler beim Buchstabenrechnen, Klagenfurt 1986). Der in dieser Publikation angeführte schriftliche Test (Testblatt 1 - Termumformungen) wurde zweifach verändert. Erstens wurde das Beispiel 6 durch zwei neue Beispiele ersetzt. Zweitens wurde eine schriftliche Begründungsspalte hinzugefügt (siehe Test: Überprüfe dein Wissen). Die Arbeitsanweisung betraf sowohl die Rechenfertigkeit als auch die Begründungskompetenz.

ÜBERPRÜFE DEIN WISSEN

NAME: _____

KLASSE: _____

TESTBLATT 1: Berechne auf der linken Seite die einzelnen Aufgaben und erkläre auf der rechten Seite Deine Vorgangsweise in Worten (verwende eine möglichst exakte mathematische Sprache!).

Aufgabe 1)

$$6a \cdot 3b - (5ab + b \cdot 2a) =$$

Aufgabe 2)

$$4 \cdot (3a + 5) - (4a - 7) \cdot 3 =$$

Aufgabe 3)

$$x^2 y^2 (xy)^2 =$$

Aufgabe 4)

$$(a^2 - 3b) \cdot (-3a + 5b^2) =$$

Aufgabe 5)

$$2a - \frac{a}{3} =$$

Aufgabe 6) fülle aus

$$(\dots - 7x)^2 = \dots - 56xy + \dots$$

Aufgabe 7) stelle richtig

$$(-2b^2 + 3b^2)^2 = 4b^2 + 12b^4 + 9b^2$$

Rahmenbedingungen

Durchführungsmodalität:

Dieser Test sollte in allen beteiligten Klassen in der ersten Unterrichtseinheit nach den Sommerferien durchgeführt werden.

Es durfte bei Bearbeitung der Testfragen kein Hilfsmittel verwendet werden.

Der Test sollte ca. 25 Minuten dauern.

Die meisten Klassen hielten sich an diese Durchführungsmodalitäten, es lässt sich jedoch nicht eindeutig nachweisen, ob alle Klassen wirklich die erste Unterrichtseinheit ohne vorherige Wiederholung für die Durchführung verwendet haben. Die Testzeit dürfte ebenso wie das Verbot von Hilfsmitteln durchgängig eingehalten worden sein.

Auswertungsmodalitäten:

Dieser Test wurde von den Klassenlehrern nach den angeführten Richtlinien (Rechenfertigkeit: richtig, falsch, fehlt und Begründungskompetenz: sehr gut/gut, mangelhaft/falsch, fehlt) ausgewertet. Durch die Auswertung der betreffenden Klassenlehrer ergab sich eine Unschärfe im Bereich der Begründungsinterpretation. Es ist zu erwarten, dass die Begriffe gut und mangelhaft nicht gleich beurteilt wurden, da keine einheitlichen Richtlinien vorgegeben wurden. Dieser Sachverhalt hat jedoch nach Auffassung der Autoren keine wesentliche Auswirkung auf das Gesamtergebnis, da sich diese Ungleichmäßigkeiten einigermaßen ausgleichen dürften.

Teilnehmende Schulen:

An diesem Test nahmen von den 10 Projektklassen 9 teil.

Als Versuchsklassen wurden befreundete Lehrer aus Niederösterreich, Steiermark und Salzburg eingeladen und gebeten, diese Mühe und die daraus resultierenden Erfahrungen auf sich zu nehmen.

Insgesamt nahmen 26 vierte Klassen mit 653 Schülerinnen und Schülern daran teil.

Beteiligte Schulen:

- BG/BRG Krems-Piaristengasse (4 Klassen)
- BG/BRG Mödling-Franz-Keim-Gasse (4 Klassen)
- BRG Nonntal (2 Klassen)
- BRG Oevernsee (2 Klassen)
- BG/BRG St. Pölten (3 Klassen)
- BRG/BORG St. Pölten (2 Klassen)
- BG/BRG Stockerau (6 Klassen)
- BG/BRG Weiz (3 Klassen)

Den teilnehmenden Lehrerinnen und Lehrern sei an dieser Stelle recht herzlich für ihre Mitarbeit gedankt.

Projektklassen:

Die Projektklassen wurden nach einer gemeinsamen Jahresplanung unterrichtet. In dieser ergaben sich aus organisatorischen Gründen starke Verschiebungen gegenüber einer "herkömmlichen. Speziell das Rechnen mit Termen wurden zeitlich in das 2. Semester verschoben! Ein Schwerpunkt wurde als Beobachtungsfenster im Bereich "Formeln-Üben-Testen" gesetzt.

Tabellarische Auswertung betreffend Rechenfertigkeit

Gesamtauswertung 9 Projektklassen (RG)

Beispiel	RICHTIG		FAL SCH		FEHLT		
	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	
1	146	69,9%	62	29,7%	1	0,5%	209
2	116	55,5%	93	44,5%	0	0,0%	209
3	114	54,5%	91	43,5%	4	1,9%	209
4	76	36,4%	126	60,3%	7	3,3%	209
5	82	39,2%	83	39,7%	44	21,1%	209
6	95	45,5%	113	54,1%	1	0,5%	209
7	27	12,9%	178	85,2%	4	1,9%	209
	656	44,8%	746	51,0%	61	4,2%	1463

Gesamtauswertung 7 Vergleichsklassen (RG)

Beispiel	RICHTIG		FAL SCH		FEHLT		
	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	
1	146	76,8%	44	23,2%	0	0,0%	190
2	94	49,5%	94	49,5%	2	1,1%	190
3	118	62,1%	67	35,3%	5	2,6%	190
4	89	46,8%	91	47,9%	10	5,3%	190
5	102	53,7%	66	34,7%	22	11,6%	190
6	94	49,5%	80	42,1%	16	8,4%	190
7	32	16,8%	129	67,9%	29	15,3%	190
	675	50,8%	571	42,9%	84	6,3%	1330

Gesamtauswertung 9 Vergleichsklassen (G)

Beispiel	RICHTIG		FAL SCH		FEHLT		
	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	
1	143	63,6%	81	36,0%	1	0,4%	225
2	128	56,9%	97	43,1%	0	0,0%	225
3	105	46,7%	111	49,3%	9	4,0%	225
4	93	41,3%	126	56,0%	6	2,7%	225
5	76	33,8%	125	55,6%	24	10,7%	225
6	75	33,3%	145	64,4%	5	2,2%	225
7	37	16,4%	183	81,3%	5	2,2%	225
	657	41,7%	868	55,1%	50	3,2%	1575

Gesamtauswertung RG mit Informatik und DERIVE

Beispiel	RICHTIG		FAL SCH		FEHLT		
	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	
1	19	65,5%	10	34,5%	0	0,0%	29
2	15	51,7%	14	48,3%	0	0,0%	29
3	16	55,2%	13	44,8%	0	0,0%	29
4	23	79,3%	6	20,7%	0	0,0%	29
5	19	65,5%	10	34,5%	0	0,0%	29
6	6	20,7%	23	79,3%	0	0,0%	29
7	4	13,8%	25	86,2%	0	0,0%	29
	102	50,2%	101	49,8%	0	0,0%	203

Interpretation der händischen Rechenfertigkeit

Das Gesamtergebnis zeigt ein sehr ernüchterndes Bild über die grundlegenden Rechenfertigkeiten von Schülern nach einer systematischen Bearbeitung von Termen in der 3. Klasse. Es ist weniger als die Hälfte der Beispiele von den getesteten Schülern richtig gerechnet worden. Wobei der Schwierigkeitsgrad der ersten fünf Beispiele nicht sehr hoch ist und eigentlich nur Grundqualifikationen überprüft werden. Das Beispiel sechs zählt zum Standard im Unterricht einer 3. Klasse. Nur das Beispiel sieben stellt einen gehobeneren Anspruch an die algebraischen Fertigkeiten von Schülern und ist in dieser Form möglicherweise in einigen Klassen nicht im Unterricht behandelt worden. Dieses Beispiel konnte nur von ca. 15% der Schüler richtiggestellt werden.

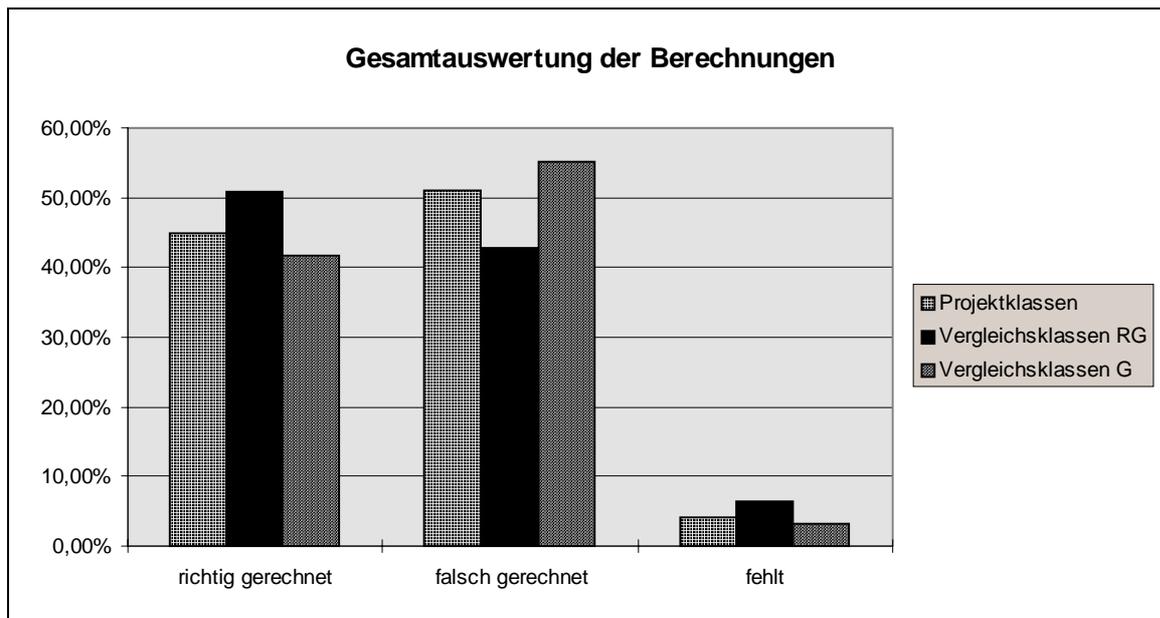
Es sei nochmals darauf verwiesen, dass diese Untersuchung nach den Sommerferien durchgeführt worden ist und in den meisten Klassen vorher keine Wiederholungs(Übungs)phase durchgeführt worden ist!

Trotzdem stellt sich nach diesem Ergebnis zum wiederholten Male folgende Frage:

Welche grundlegenden Kompetenzen im Bereich der algebraischen Fertigkeiten müsste jeder Schüler im ausreichendem Maße (mit großer Sicherheit) beherrschen (egal ob mit oder ohne algebratauglichem Taschenrechner, egal ob Gymnasium oder Realgymnasium)!

Die **realgymnasialen Klassen**, die kein algebrataugliches Hilfsmittel zur Verfügung hatten, zeigen den höchsten Prozentsatz der richtig gerechneten Beispiele (50,8%). Die **Projektklassen** folgen mit einem Prozentsatz von 44,8% richtiger Ergebnisse, gefolgt von den **Gymnasialklassen** mit 41,7%. Die einzige **DERIVE-Klasse** eines Realgymnasiums hatte 50,2% richtige Lösungen.¹

¹ Eine Untersuchung aus dem Jahre 1993 mit DERIVE-Klassen zeigte bei den Vergleichsklassen ähnliche Ergebnisse. Damals war die Anzahl der beteiligten Schüler weit geringer. Das gute Abschneiden der DERIVE-Klassen ist jedoch nicht repräsentativ, da diese Schüler für diesen Sonderzweig auf Grund ihres guten Notenschnittes ausgewählt wurden (DERIVE in Education, H. Heugl und B. Kutzler, Chattwell-Bratt 1994).



Der Unterschied zwischen den normalen Realgymnasiumklassen und den Projektclassen ist eindeutig ausgefallen, er beträgt immerhin 6% an richtigen Lösungen. Es ist zwar nicht eindeutig nachvollziehbar, wie häufig der TI-92 als didaktisches Hilfsmittel beim Bearbeiten von Termen (außerhalb des Beobachtungsfensters) verwendet worden ist. Es lässt sich jedoch eindeutig feststellen, dass häufig elementare Grundfertigkeiten dem TI-92 als Black-Box übergeben worden sind (Umstrukturierung der Jahresplanung - siehe Rahmenbedingungen), z.B.: Lösen von Gleichungen, Vereinfachen von Termen, Umformen von Formeln.

Erster Schluss: Der erste Teil der Hypothese 1 scheint bestätigt zu sein!

Die reine händische Rechenfertigkeit nimmt durch den Einsatz eines algebratauglichen Taschenrechners ab!

Jedoch müsste man noch folgende zusätzliche Fragen beantworten, die von den Projektlehrern als Schwerpunkt bei Einsatz des Taschenrechners gesetzt wurden:

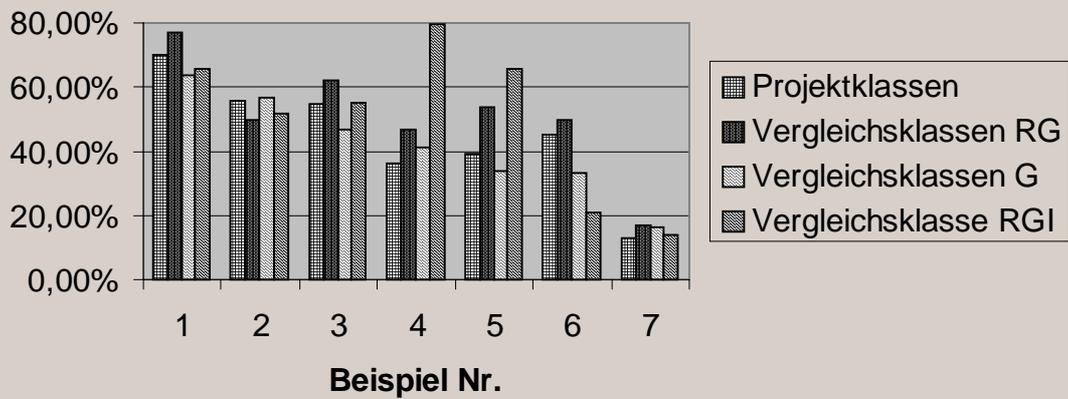
Haben die Schüler der Projektclassen andere grundlegende Fähigkeiten durch den Einsatz des Hilfsmittels erworben (Techniken zum Vergleichen von Termen, Einsetzaspekt und Gegenstandsaspekt von Variablen, Umformungen bei Verhältnissen und Proportionen)?

Treten bei den Projektclassenschülern Vorteile beim Modellbilden und Interpretieren der Ergebnisse auf?

Hat sich das Strukturverständnis bei Termen verändert?

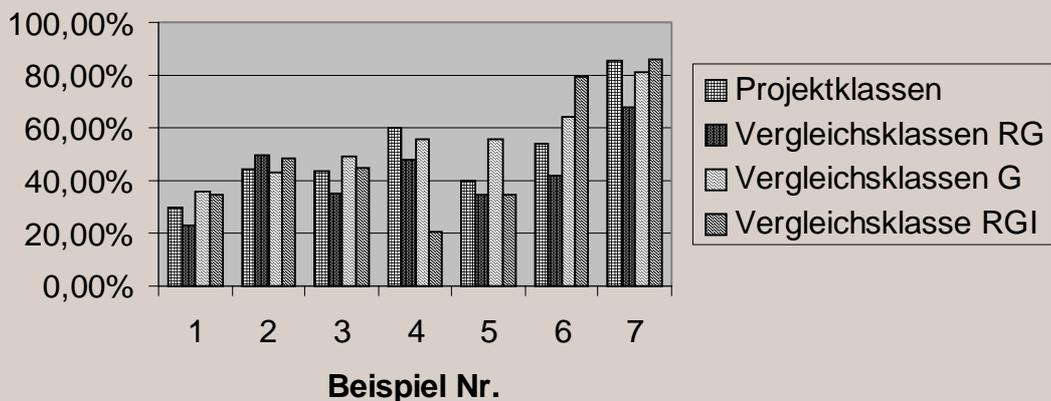
Für eine detailliertere Interpretation sind die einzelnen Beispiele in graphischer Form angeführt:

Beispiele richtig gerechnet

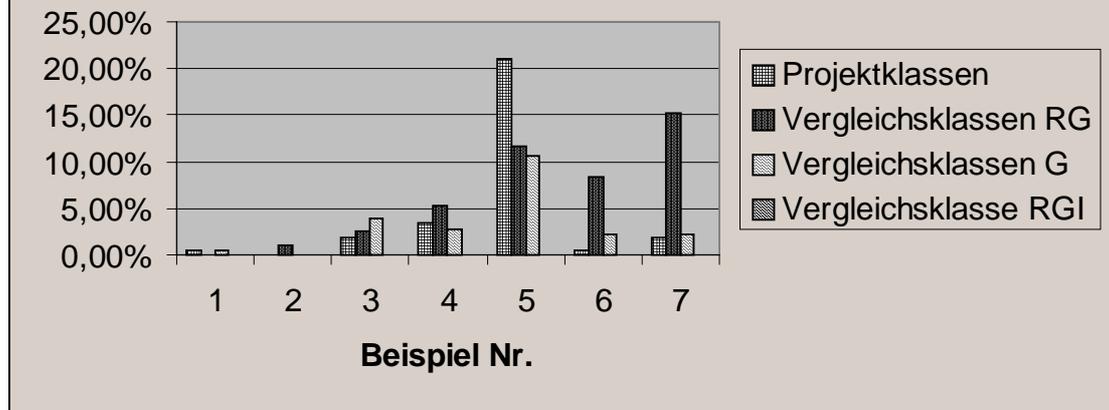


Auffällig ist das gute Abschneiden der DERIVE-Klasse bei den Beispielen 4 und 5!

Beispiele falsch gerechnet



Beispiele nicht gerechnet



Das Beispiel 5 wurde von den Projektclassen zu über 20% nicht gerechnet, bei den realgymnasialen Klassen fehlten häufig die Beispiele 5,6 und 7. Warum diese Beispiele nicht gerechnet wurden lässt sich nicht mehr beantworten.

Tabellarische Auswertung betreffend Begründungskompetenz

Gesamtauswertung 8 Projektklassen (RG) BEGRÜNDUNG

Beispiel	SEHR GUT/GUT		MANGELHAFT/ FALSCH		FEHLT		
	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	
1	112	61,2%	33	18,0%	38	20,8%	183
2	103	56,3%	45	24,6%	35	19,1%	183
3	62	33,9%	46	25,1%	75	41,0%	183
4	70	38,3%	52	28,4%	61	33,3%	183
5	51	27,9%	39	21,3%	93	50,8%	183
6	80	43,7%	61	33,3%	42	23,0%	183
7	43	23,5%	72	39,3%	68	37,2%	183
	521	40,7%	348	27,2%	412	32,2%	1281

Eine Projektklasse wurde nicht ausgewertet, deshalb sind um 26 Schüler(innen) weniger als bei der Auswertung der Rechenergebnisse.

Gesamtauswertung 7 Vergleichsklassen (RG) BEGRÜNDUNG

Beispiel	RICHTIG		MANGEL- HAFT / FALSCH		FEHLT		
	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	
1	86	45,3%	41	21,6%	63	33,2%	190
2	71	37,4%	49	25,8%	70	36,8%	190
3	43	22,6%	51	26,8%	96	50,5%	190
4	56	29,5%	51	26,8%	83	43,7%	190
5	70	36,8%	38	20,0%	82	43,2%	190
6	52	27,4%	38	20,0%	100	52,6%	190
7	33	17,4%	55	28,9%	102	53,7%	190
	411	30,9%	323	24,3%	596	44,8%	1330

Gesamtauswertung 5 Vergleichsklassen (G) BEGRÜNDUNG

Beispiel	SEHR GUT/GUT		MANGEL- HAFT / FALSCH		FEHLT		
	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	Absolut	Prozent	
1	66	46,8%	50	35,5%	25	17,7%	141
2	55	39,0%	61	43,3%	25	17,7%	141
3	20	14,2%	43	30,5%	78	55,3%	141
4	41	29,1%	43	30,5%	57	40,4%	141
5	23	16,3%	24	17,0%	94	66,7%	141
6	16	11,3%	38	27,0%	87	61,7%	141
7	12	8,5%	44	31,2%	85	60,3%	141
	233	23,6%	303	30,7%	451	45,7%	987

Die Auswertung der Begründungen konnte nur bei 5 Klassen durchgeführt werden.

Interpretation der Begründungskompetenz

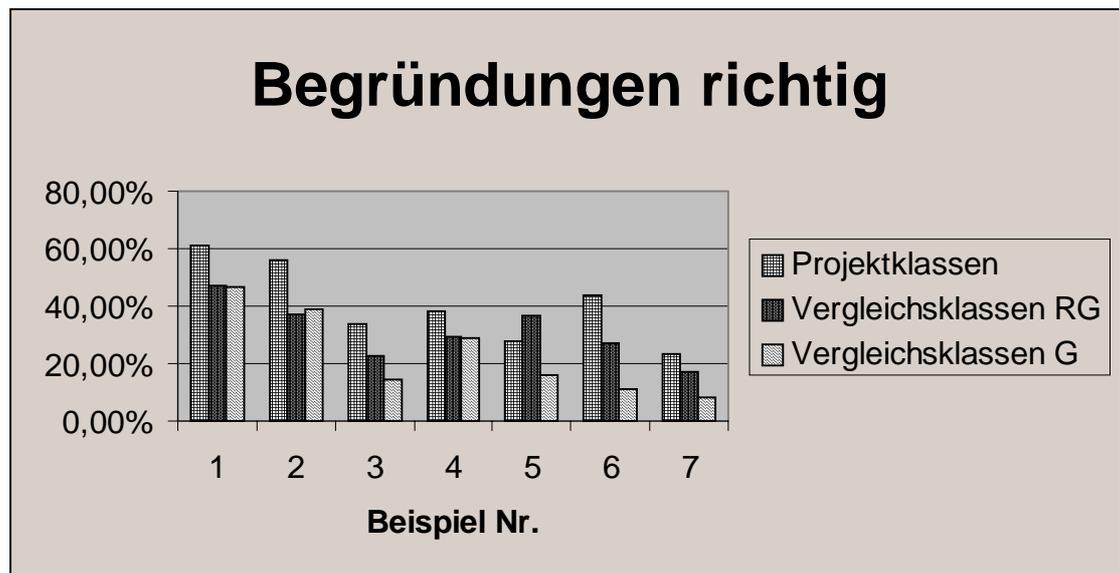
Diese Fähigkeit erfordert ein weitaus tieferes Verständnis der elementaren algebraischen Grundtätigkeiten. Es ist nicht nur das Anwenden eines Kalküls gefragt, sondern auch eine Reflexion über diese Anwendung von Grundfertigkeiten.

Es war nicht zu erwarten, dass die Anzahl der richtigen Begründungen die Anzahl der richtigen Rechnungen übersteigt. Selten trat auch das Phänomen auf, dass zwar die Begründung richtig, die Ergebnisse aber falsch waren. Bei einigen Beispielen zeigten sich trotz richtig begründeter Vorgangsweise Rechenfehler (Multiplikationsfehler, Vorzeichenfehler). Allgemein kann man feststellen, dass bei richtigen Rechnungen häufig richtige Begründungen angeführt wurden. Falsche Rechnungen zeigten fast immer mangelhafte, falsche oder fehlende Begründungen.

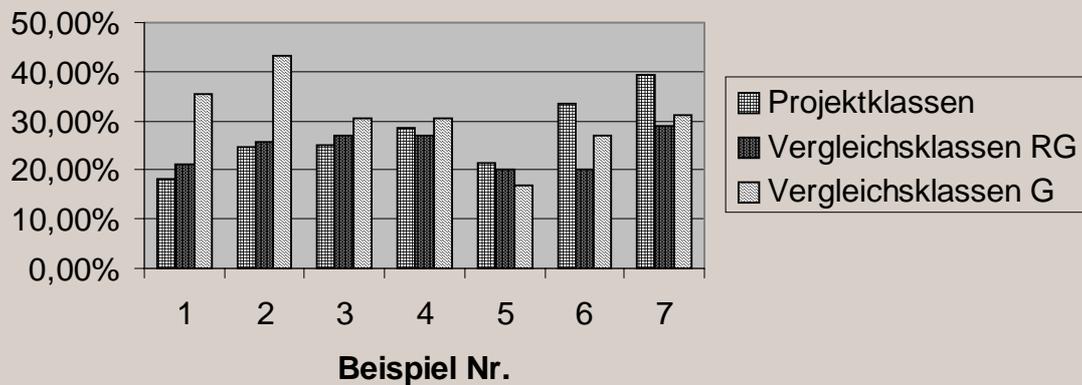
Weiters soll hier nochmals angeführt sein, dass die Auswertung der Ergebnisse (Begründungen) meist von dem unterrichtenden Lehrer durchgeführt wurde und das Urteil über "gute" oder "mangelhafte" Begründung nicht immer eindeutig ausfällt. Aus Materialfüllegründen konnte bei dieser Untersuchung jedoch nicht anders vorgegangen werden.

Die **Projektklassen (8 von 9 Klassen wurden ausgewertet)** zeigten den höchsten Prozentsatz an richtigen Begründungen (**40,7%**).

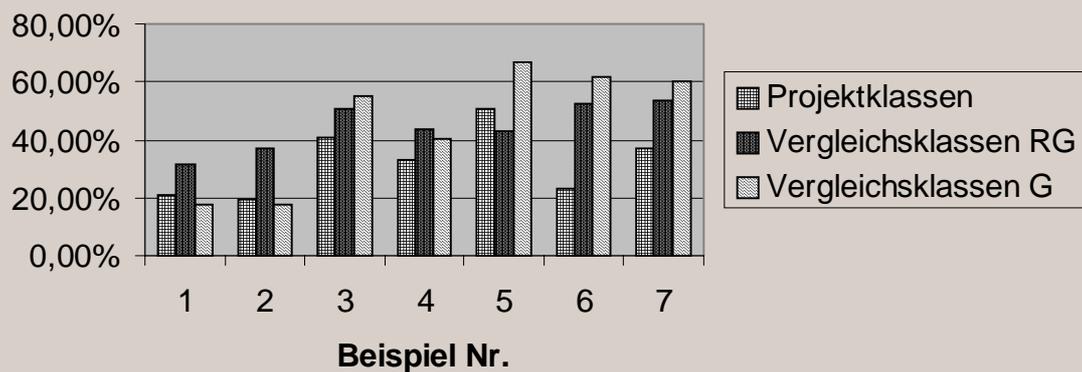
Danach folgen die **realgymnasialen Klassen (7 Klassen)** mit **30,9%** richtiger Begründungen gefolgt von den **Gymnasialklassen (5 Klassen)** mit **23,6%**. Die einzige **DERIVE-Klasse** wurde bei dieser Auswertung nicht berücksichtigt.



Begründungen mangelhaft/falsch



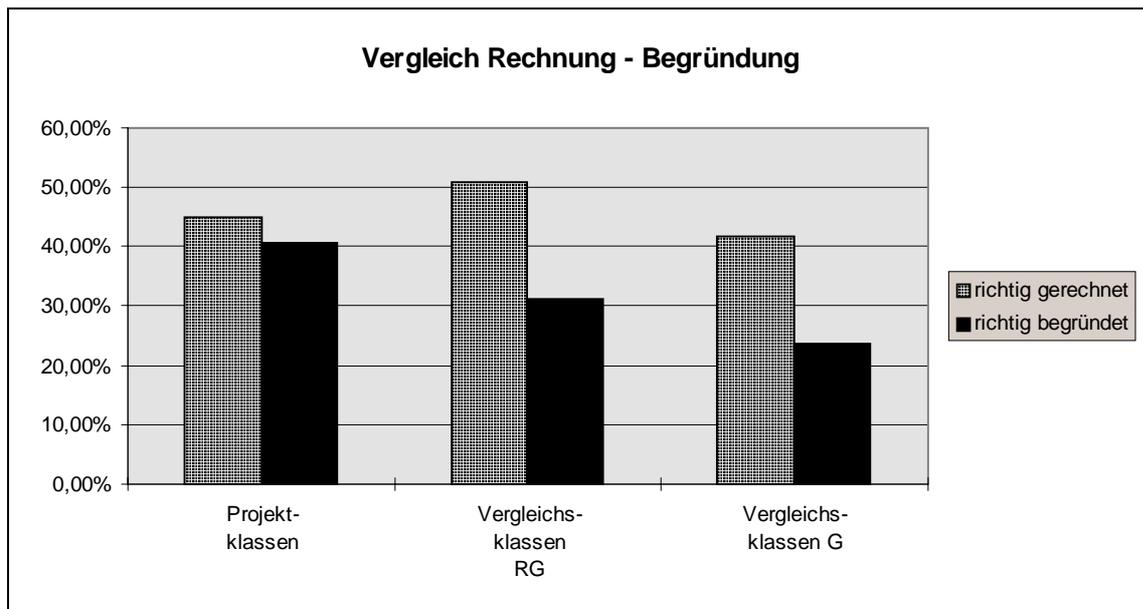
Begründung fehlt



Vergleich der Rechenfertigkeit mit der Begründungskompetenz

Dieses Ergebnis ist um so auffälliger, wenn man die Begründungsprozentsätze in Verhältnis zu den richtigen Rechenergebnissen setzt. Dieser Vergleichswert zeigt nur den Prozentsatz der richtig gerechneten und begründeten Beispiele auf, sagt jedoch nichts über das Verhältnis von falschen Rechnungen und richtigen Begründungen und umgekehrt aus.

Bei den **Projektklassen** ist dieser Prozentsatz sehr hoch (**ca. 90%**). Im Realgymnasium liegt dieser Vergleichswert bei **ca. 60,8%** und bei den Gymnasialklassen bei **ca. 56,6%**.



Dieses Ergebnis lässt einige Interpretationen und Fragen zu:

Wurde in den TI-92 Klassen mehr Wert auf das Sprechen über Mathematik gelegt?

Fördert das Arbeiten mit einem elektronischen Gerät die Diskussionsbereitschaft und die Argumentierbereitschaft bei Schülern?

Ist durch eine bessere Begründungskompetenz auch ein besseres Verständnis mathematischer Zusammenhänge gegeben?

Welche Auswirkung hat diese Begründungskompetenz in Bereichen wie Argumentieren, Testen, Modellbilden, Interpretieren und Zugänge zu offenen Aufgabenstellungen?

Zweiter Schluss: Der zweite Teil der Hypothese 1 scheint bestätigt zu sein!

Der Einsatz eines algebrafähigen Taschenrechners erhöht die Möglichkeiten im Begründen und Beschreiben mathematischer Zusammenhänge während des Unterrichts, fördert also das Erreichen dieser Qualifikationen!

Dieser Schluss ist jedoch nur unter der Bedingung zulässig, wenn die Zeit, die nicht für händisches Rechnen verwendet wird, in dieses Lernziel investiert wird. An dieser Stelle soll angemerkt werden, dass der Rechner in der Unterstufe eher als didaktisches Werkzeug als als reiche Rechenhilfe Verwendung finden sollte. Der beste CAS-Befehl nützt nichts, wenn der Mensch nicht mehr entscheiden kann, welchen Befehl er auswählen muss, um ein bestimmtes (mathematisches) Ziel zu erreichen.

Auswirkungen beim Anwenden von Formeln und bei der Fehleranalyse

Einleitend sei vermerkt, dass die Versuchslehrer in einem Bereich der elementaren Algebra - Formeln, Üben, Fehleranalyse - einen verstärkten Einsatz des TI-92 im Unterricht versucht haben. Die Unterlagen (Ziele, Unterrichtsplanung, Arbeitsblätter) zu diesem Beobachtungsfenster befinden sich auf der Homepage von ACDCA bei den Unterrichtsmaterialien der 3. Klasse.

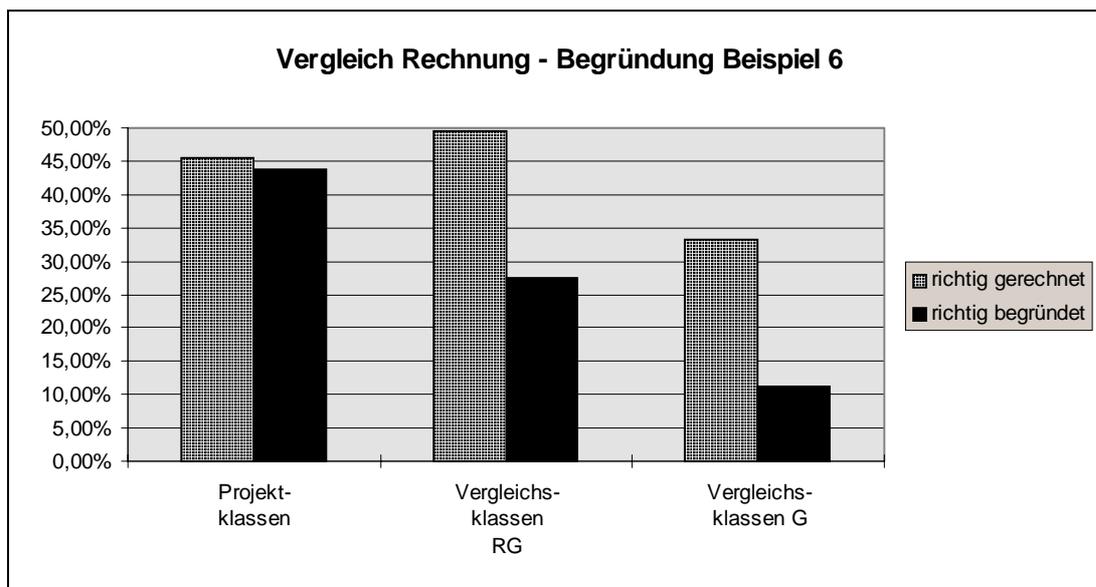
Es sind zwei Beispiele kurz im Anhang angeführt.

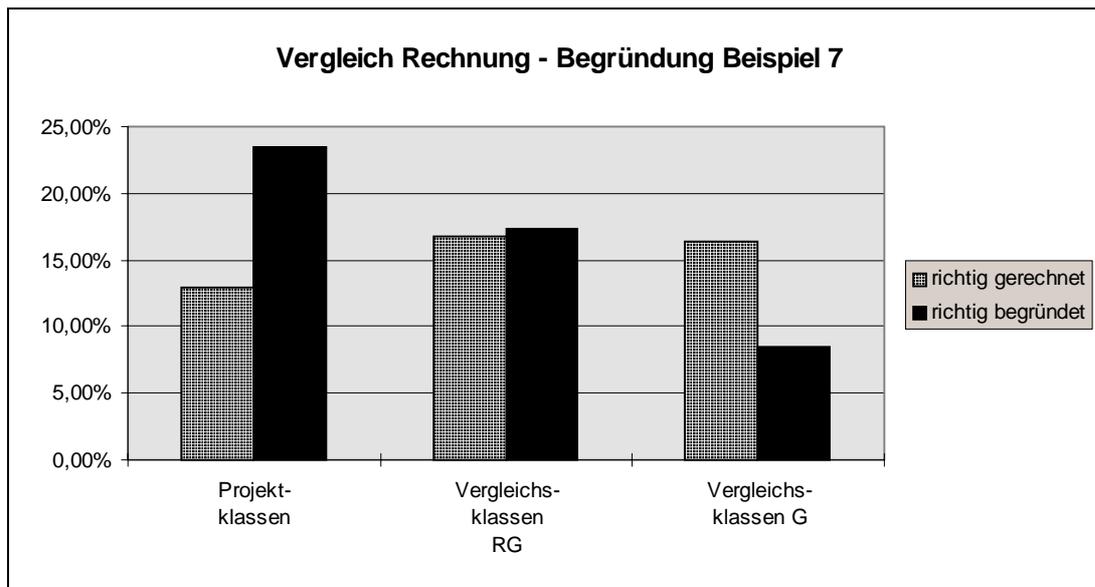
Nach der Durchführung kritisierten die Projektlehrer Folgendes an der Vorgangsweise beim Beobachtungsfenster:

Die didaktische Vorgangsweise war zwar für einen algebraerfahrenen Menschen scheinbar sinnvoll, die doppelte Reflexion (Gleichung mit vielen Variablen und für einige Variablen richtige Ausdrücke einsetzen) zeigte aber große Probleme bei Schülern. Dieses Unterrichtsmodell müsste nochmals genau hinterfragt und neu gestaltet werden. Es muss ein direkterer Weg gefunden werden, der dem Schüler nicht ein zu hohes Abstraktionsvermögen abverlangt. Die dabei entwickelten Teststrategien scheinen jedoch beibehalten werden zu können.

Bei den Beispielen 6 und 7 des Tests zeigt sich jedoch, was die rechnerische Richtigkeit (Richtigstellung) betrifft, bei den **Projektklassen fast das schlechteste Ergebnis** aller beteiligten Klassen (**Projektklassen: 45,5% und 12,8%!!**, **RG-Klassen: 49,5% und 16,8%**, **G-Klassen: 33,3% und 16,4%**)

Das Ergebnis des Tests zeigt jedoch bei den Projektklassen auch einen relativ hohen Prozentsatz an richtigen Begründungen (**Projektklassen: 43,7% und 23,5%!!**, **RG-Klassen: 27,4% und 17,4%**, **G-Klassen: 11,3% und 8,5%**). Bei diesen beiden Beispielen ist der Gesamtprozentsatz der Projektklassen sogar höher als die richtig gerechneten Beispiele! Dies zeigt, begründen können heißt noch nicht auch richtig durchführen können. Dazu gehören noch weitere Qualifikationen.





Das 7. Beispiel zeigt bei den Projektklassen eine fast doppelt so hohe Begründungskompetenz wie Richtigstellungskompetenz. Dies ist einerseits verblüffend, andererseits muss man hier die Frage aufwerfen, wie genau man im Unterrichtsgeschehen diese Begründungskompetenz im Bereich der elementaren Algebra fordern soll. Ein Vorgang, der manchmal nur wenige Sekunden braucht, wird durch eine Beschreibung ein Monsterbeispiel von Minuten, wenn diese genau durchgeführt werden soll. Weiters ist zu bedenken, dass nicht alle Wissensinhalte - speziell angewandtes "Werkzeugdenken" - kalkülhaftes Vorgehen - wirklich immer beschrieben werden können - oft reicht das richtige "Gefühl", eine andere Art des Wissens. Beim Modellbilden, Argumentieren, Interpretieren und bei Zugängen zu offenen Aufgaben erscheint eine Beschreibung weit sinnvoller .

Dritter Schluss: Die zweite Hypothese scheint nicht bestätigt zu sein!

Selbst ein systematischer didaktisch geplanter Einsatz des TI-92 ist kein Garant für die Verbesserung von Kompetenzen wie Formeln ergänzen und Fehler analysieren, wenn der Taschenrechner nicht zur Verfügung steht. Ein vorhandenes Begründungsmuster bewirkt nicht automatisch die richtige Durchführung.

Weitere Versuche in diese Richtung sind erforderlich. Bessere didaktische Planungen sind gefragt. Es sei noch angemerkt, dass im Beobachtungsfenster der Rechner als Test- und Fehlerauffindungswerkzeug eingesetzt wurde. Bei dieser Untersuchung standen jedoch keine Hilfsmittel zur Verfügung. Dieser Teilbereich müsste getrennt untersucht werden. Es handelt sich dabei um die Bereiche Üben und Testen. Der Rechner hat hier keine eigenständige Funktion als Rechenhilfe, sondern dient nur als Überprüfung der vom Schüler gedachten Vorgänge.

Abschießende Bemerkungen:

Sehr interessant wäre bei dieser Datenmenge eine Fehleranalyse der Beispiele. Es könnten dabei wesentliche Unterschiede bei Vergleichs und Projektklassen auftreten.

Weiters könnte eine Auswertung der Schülerantworten Aufschlüsse über die qualitativen Unterschiede zwischen diesen beiden Typen von Klassen geben.

Es sind noch viele Fragen offen, die den Einsatz eines algebratauglichen Hilfsmittels im Bereich der elementaren Algebra betreffen. Didaktische Komponenten sollten jedoch in der Unterstufe im Vordergrund stehen, die händisch Rechenfertigkeit in den grundlegenden elementaren algebraischen Bereichen sollte erhalten bleiben. Wir sind gespannt auf die weitere Entwicklung.

Anhang:

Arbeitsblatt Nr. 5 - Formeln ergänzen

Vervollständige nach einer der drei folgenden Formeln:

$$(u + v)^2 = u^2 + 2uv + v^2$$

$$(u - v)^2 = u^2 - 2uv + v^2$$

$$u^2 - v^2 = (u + v)(u - v)$$

Beispiel 1)

Versuche a, b und c zu bestimmen (Arbeite mit einem Bleistift - es könnten Fehler auftreten!)

Gegeben	Gesucht	Gesucht	Gesucht	Vollständige Formel
$4x^2 + a + 25 = (b + c)^2$	a =	b =	c =	

Gib danach die Gleichung in den TI-92 ein!

Belege wie in Abbildung 1 mit dem "Mit"-Operator (2nd+K) die Variablen a, b und c mit den vorgegebenen Werten a = 20x, b = 2x und c = 5 (siehe schwarz umrandete Ein- und Ausgabe).

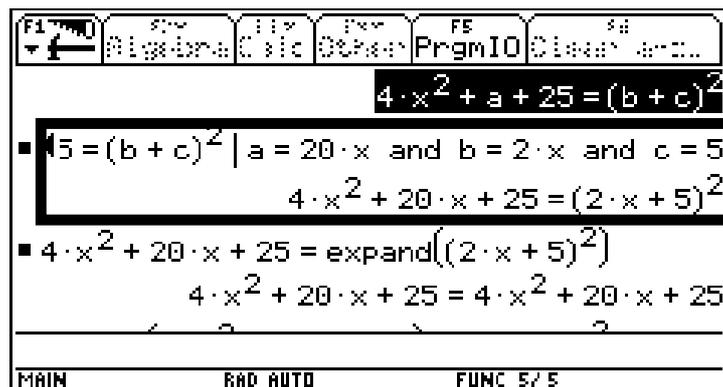


Abbildung 1 - Belege die Variablen mit deinen Werten

Führe folgende Überprüfungen durch (Testverfahren):

- 1) Expandiere eine Seite der Gleichung nachdem du die gesuchten Variablen belegt hast.
- 2) Faktorisiere eine Seite der Gleichung nachdem du die gesuchten Variablen belegt hast.

Die Belegungen der gesuchten Variablen stimmen. Überprüfe mit den von dir gefundenen in der Tabelle. Wenn ein Fehler aufgetreten ist, dann mache zum falsch eingetragenen Wert eine Falschzeichen und schreibe darunter mit Farbstift die richtige Lösung. Schreibe die vollständige Formel in die Tabelle.

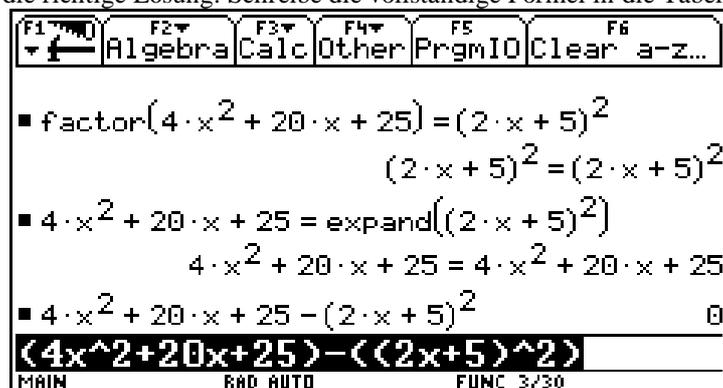


Abbildung 2 - verschiedene Testverfahren

Du hast damit verschiedenste Testverfahren gelernt und kannst diese selbständig anwenden.

Bearbeite die weiteren Beispiel selbständig und verwende bei der Überprüfung jeweils ein anderes Testverfahren. Einige Beispiele sind nicht leicht!

Gegeben	Gesucht	Gesucht	Gesucht	Vollständige Formel
Beispiel 2) $25x^2 + a + 4y^2 = (b + c)^2$	a =	b =	c =	
Beispiel 3) $(u + v)^2 = 49a^2 + 42af + m$	m =	u =	v =	
Beispiel 4) $36 - 36u + e = (c - r)^2$	c =	e =	r =	
Beispiel 5) $a + 12cd + m = (2c + e)^2$	a =	e =	m =	
Beispiel 6) $4x^2 + 2xy + a = (b + c)^2$	a =	b =	c =	
Beispiel 7) $j - 4d^2 = (5s - r)(5s + r)$	r =	j =	-----	
Partnerbeispiel *)				

*) Erfinde ein Beispiel selbst und bitte deinen Tischnachbar, dieses zu bearbeiten - so habt ihr zwei Beispiele, die ihr dann gemeinsam testen könnt.

Arbeitsblatt Nr. 6 - Welcher Term ist das Quadrat eines Binoms

Welcher der in der ersten Spalte gegebenen Terme ist das Quadrat eines Binoms (vollständiges Quadrat)?

Ändere die Terme, die keine vollständigen Quadrate sind, so ab, dass Quadrate von Binomen entstehen (Verwende einen Farbstift bei deiner Veränderung)!

Versuche zu erklären, welche Fehler gemacht wurden!

Schreibe die Terme (richtige oder veränderte Terme) als Quadrat eines Binoms in die letzten Spalte

Gegebener Term	vollständiges Quadrat ? Ja/Nein	Gesucht Glied 1 Glied 2	Gesucht doppeltes Produkt	Quadrat des Binoms
Beispiel 1) $16x^2 + 8ax + a^2$	JA	$4x$ a	$8ax$	$(4x + a)^2$
Beispiel 2) $a^2 - af + f^2$				
Beispiel 3) $r^2 + 4r$				
Beispiel 4) $16b^2 - 40bc + 25c^2$				
Beispiel 5) $a^2 + 64m^2$				
Beispiel 7) $81s^2 + 18s + 1$				
Beispiel 8) $x^2/4 - 2x + 4$				

Die zweite Spalte bezieht sich auf die Angabe in Spalte eins. In Spalte 3, 4 und 5 sollen bereits deine Veränderungen berücksichtigt sein!