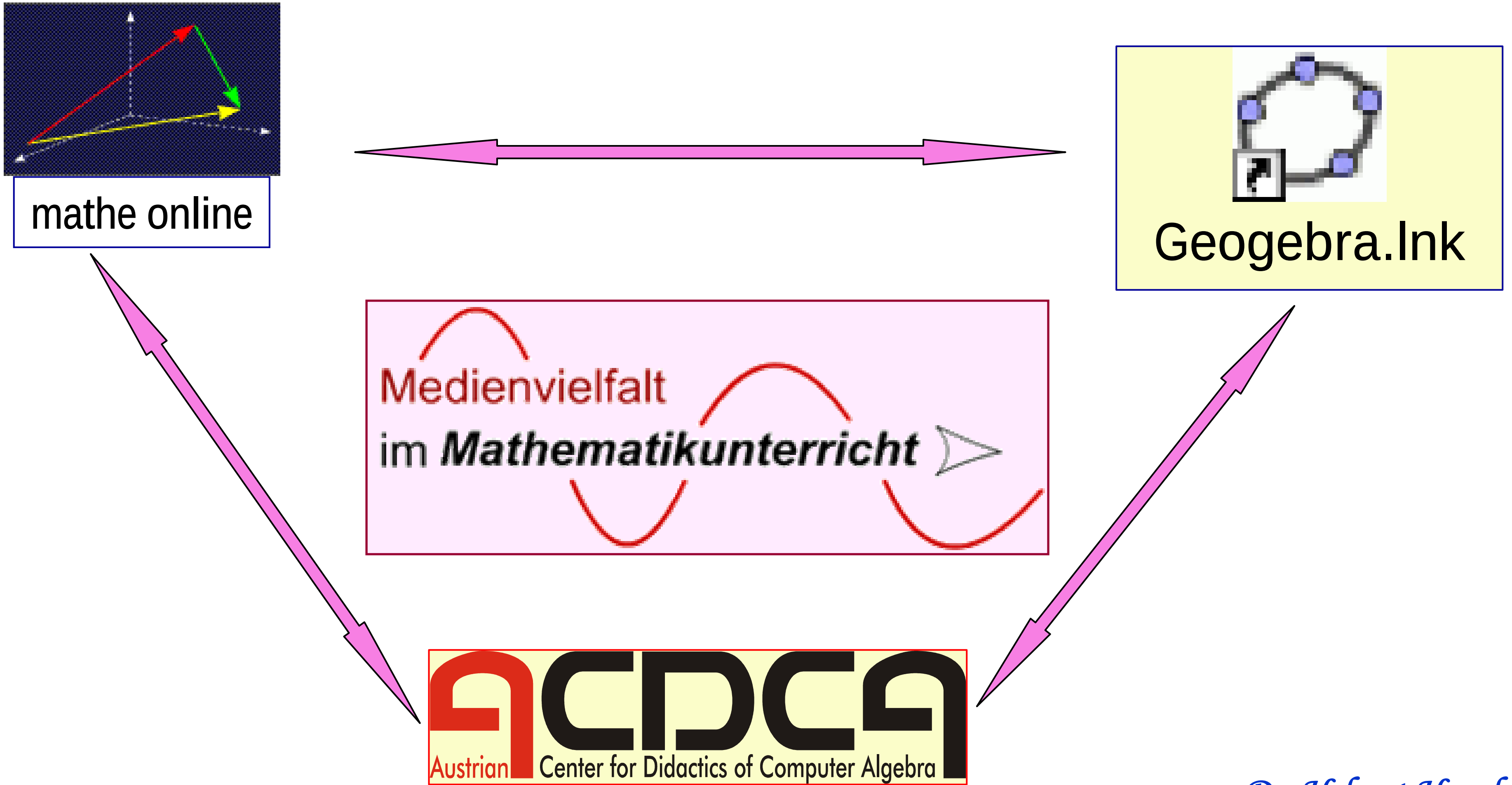
Didaktische Konzepte des computerunterstützten Mathematikunterrichts am Beispiel des Projektes



Dr. Helmut Heugl

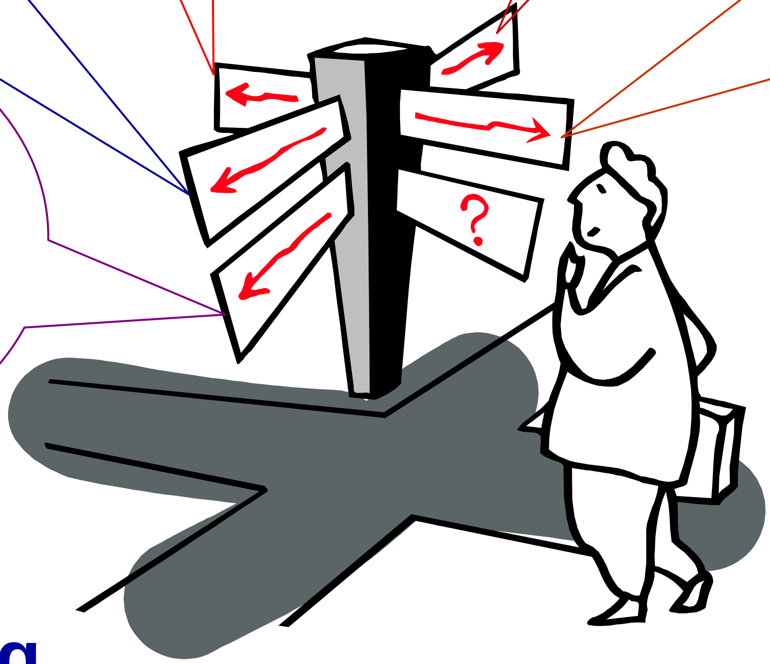
Elektronische Lernmedien
z.B. Lernpfade…

Elektronische (technologische) Werkzeuge
z.B. CAS, Excel…

Elektronische Kommunikations -medien
z.B. E-Mail, Plattformen…

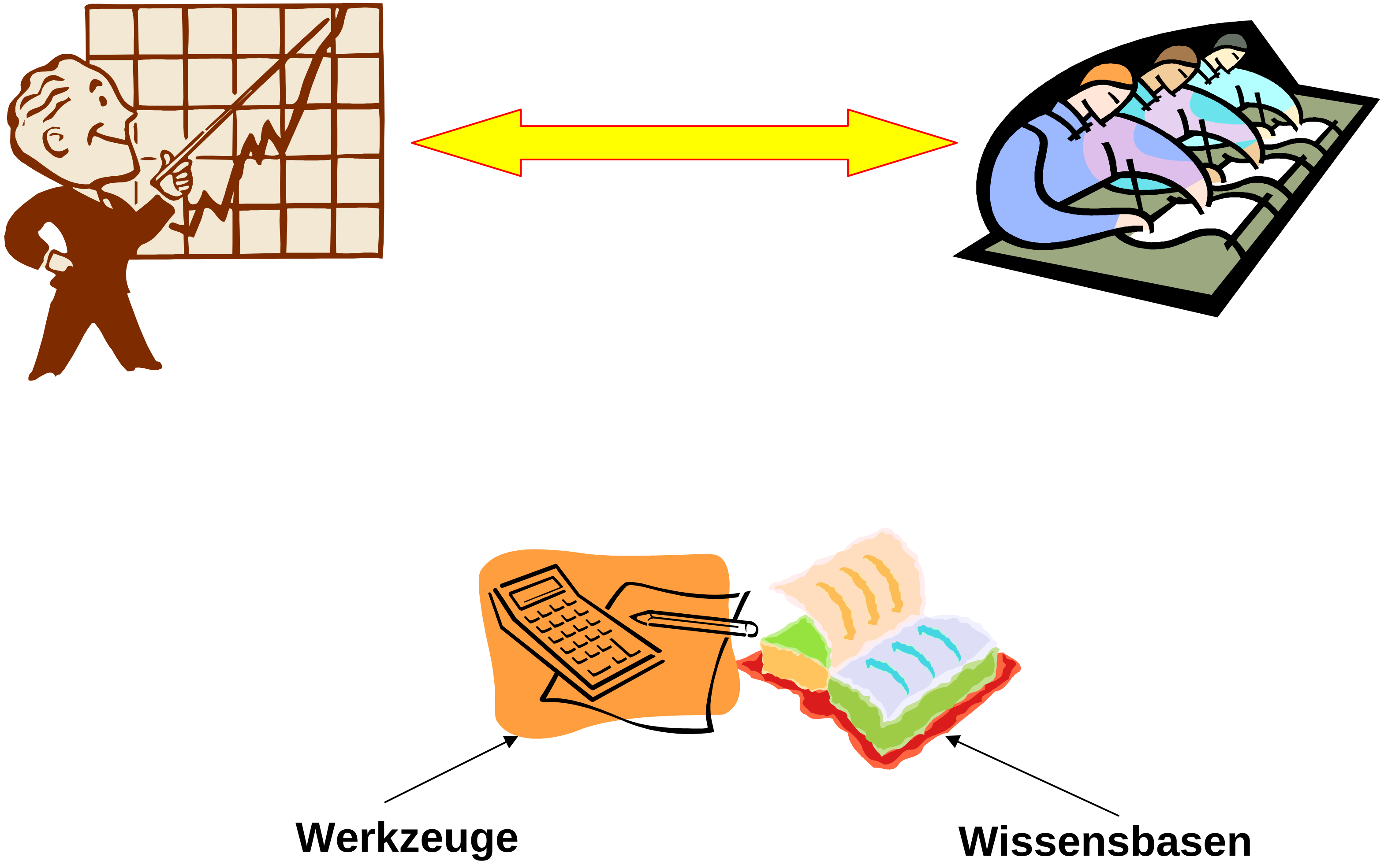
Elektronische Wissensbasen
z.B. Internet, elektronische Schulbücher

Elektronische Arbeitsmittel
z.B. Word, MathType…

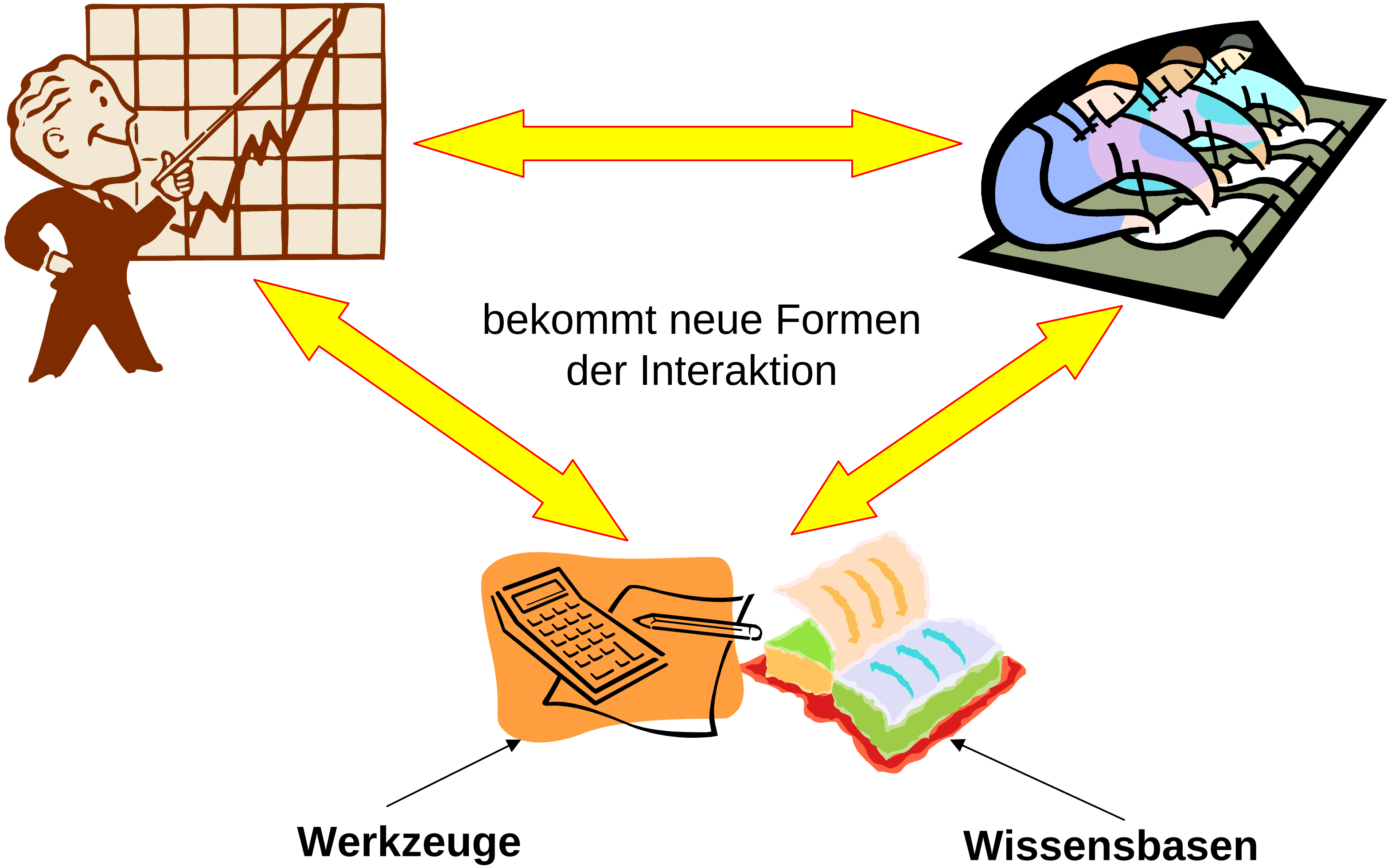


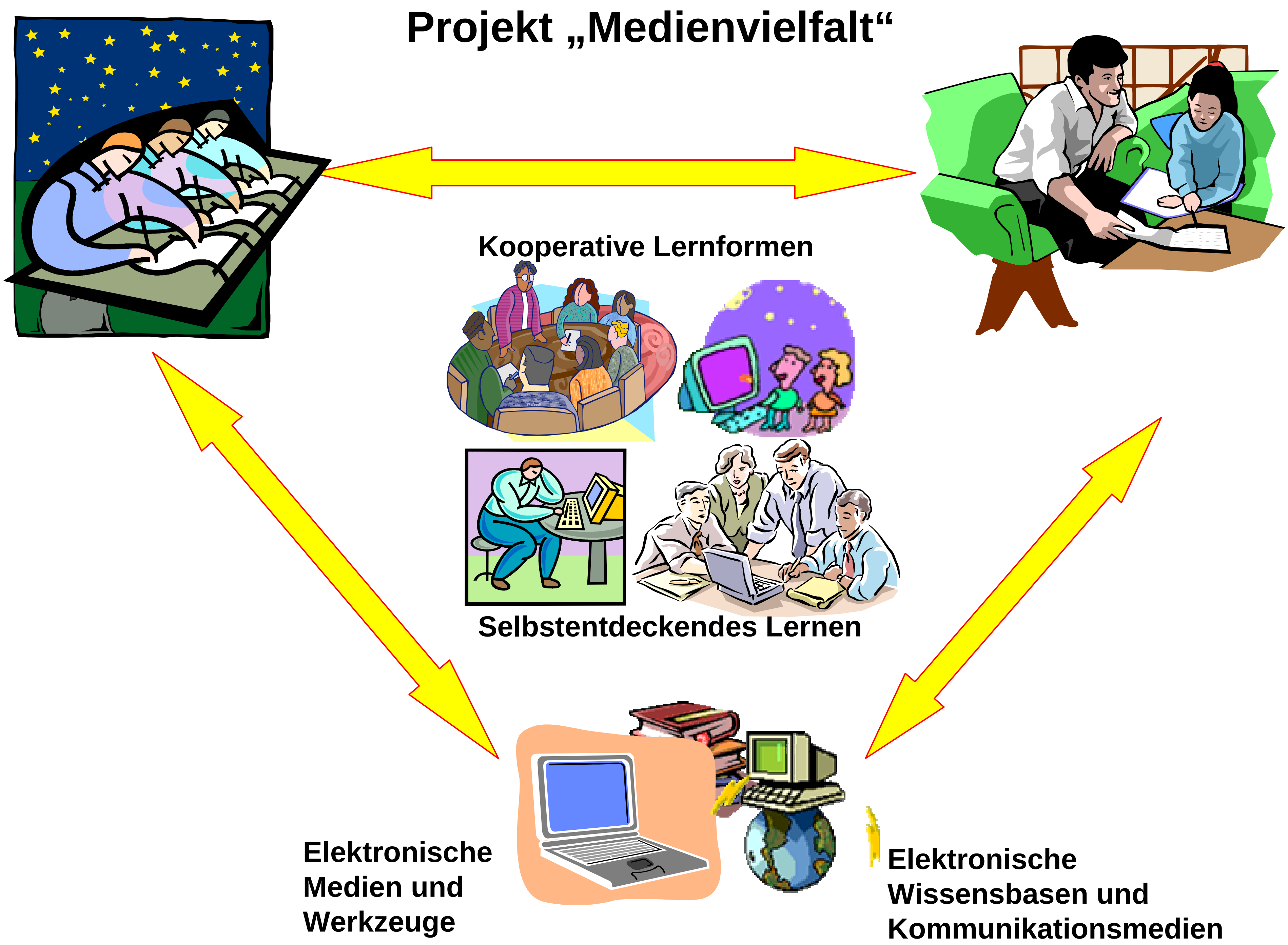
Begriffsklärung

Traditioneller Unterricht



Traditioneller Unterricht

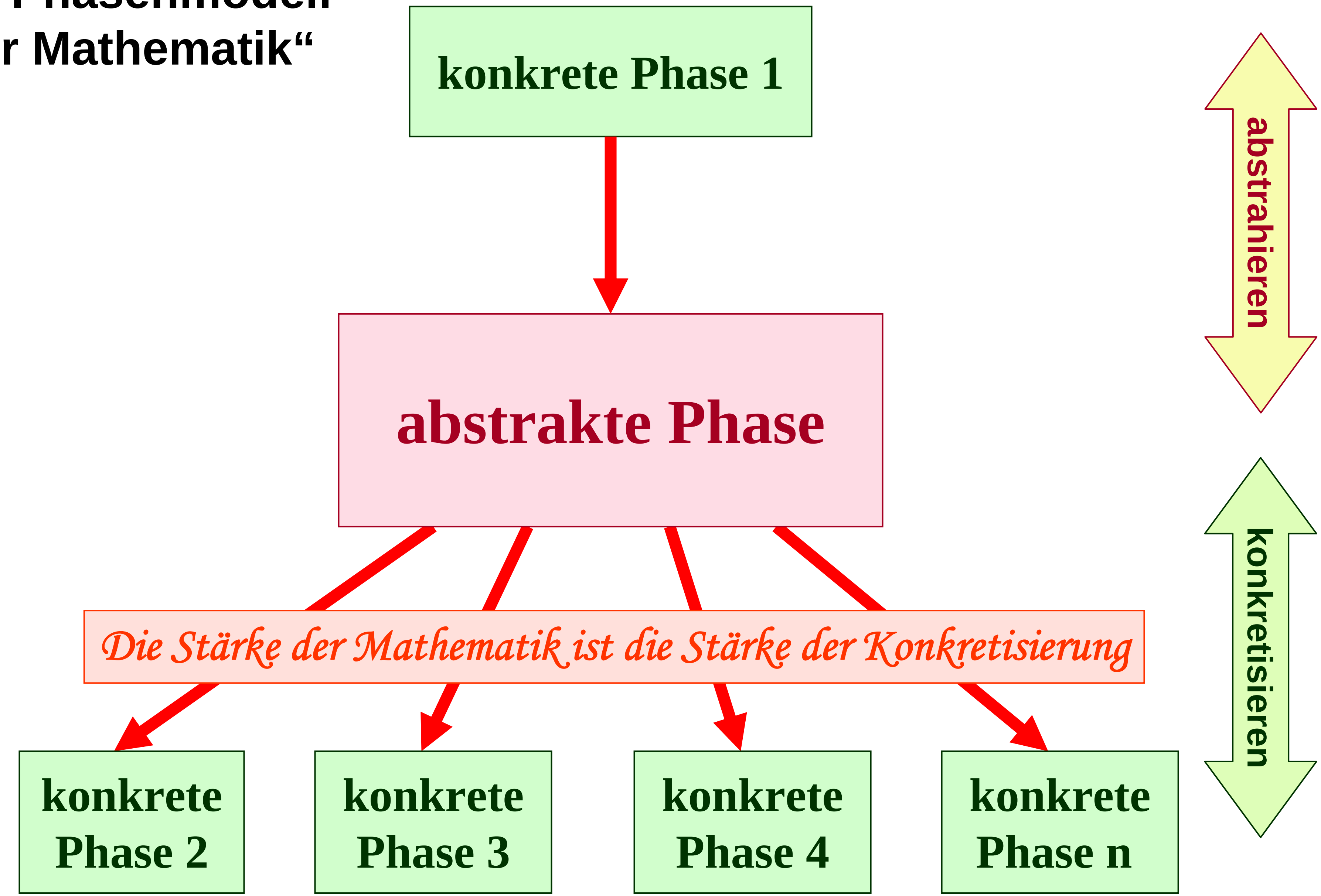



Projekt „Medienvielfalt“
Kooperative Lernformen
Selbstentdeckendes Lernen
Elektronische Medien und Werkzeuge
Elektronische Wissensbasen und Kommunikationsmedien

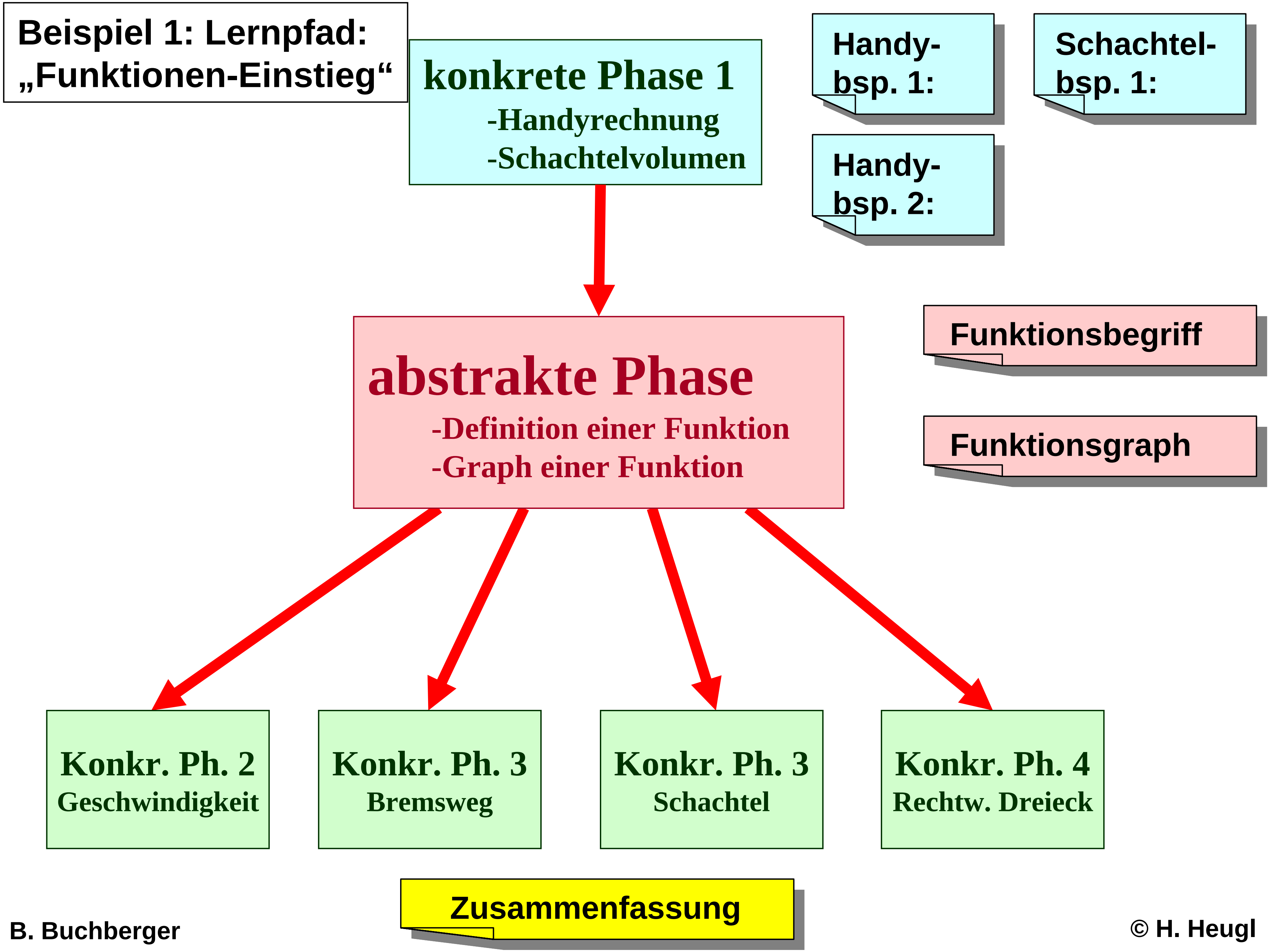
Medienvielfalt
im *Mathematikunterricht*

Geometrie (2. Klasse) Koordinatensystem und geometrische Grundbegriffe Kongruenz - vermuten, erklären, begründen Dreiecke - Merkwürdige Punkte	**Vektorrechnung (5. / 6. Klasse)** Vektorrechnung in der Ebene, Teil 1 Vektorrechnung in der Ebene, Teil 2
Satz von Pythagoras (3. /4. Klasse) Pythagoras (3. Klasse) Pythagoras im Raum (4. Klasse)	**Wahrscheinlichkeitsrechnung (6. / 7. Klasse)** Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung
Zylinder - Kegel - Kugel (4. Klasse) Zylinder - Kegel - Kugel	**Differentialrechnung (7. Klasse)** Einführung in die Differentialrechnung
Beschreibende Statistik (4. Klasse) Beschreibende Statistik	**Integralrechnung (8. Klasse)** Einführung in die Integralrechnung
Funktionen (5. Klasse) Funktionen - Einstieg	**Kryptographie (WPG)** RSA-Algorithmus: Asymmetrische Verschlüsselung

„2-Phasenmodell der Mathematik“



B. Buchberger



B. Buchberger

Funktionenlernen „an Prototypen“

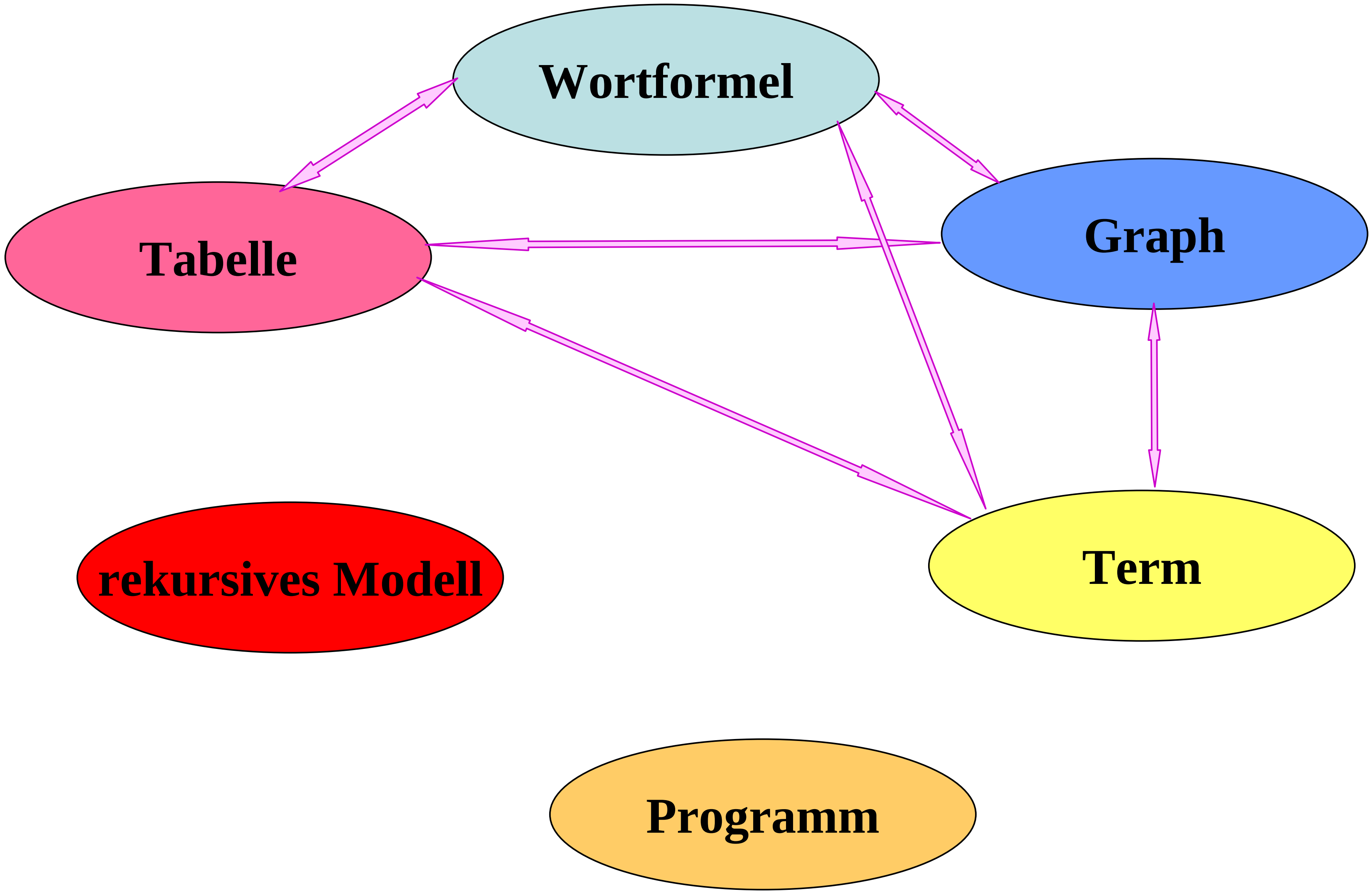
Der Computer als Medium für Prototypen:

Allgemeinbegriffe werden mittels prototypischer Repräsentanten kognitiv verfügbar gemacht. Der Computer bietet nicht nur eine größere Vielfalt an Prototypen an, sondern insbesondere auch solche, die ohne ihn nicht verfügbar wären.

[W. Dörfler, 1991]

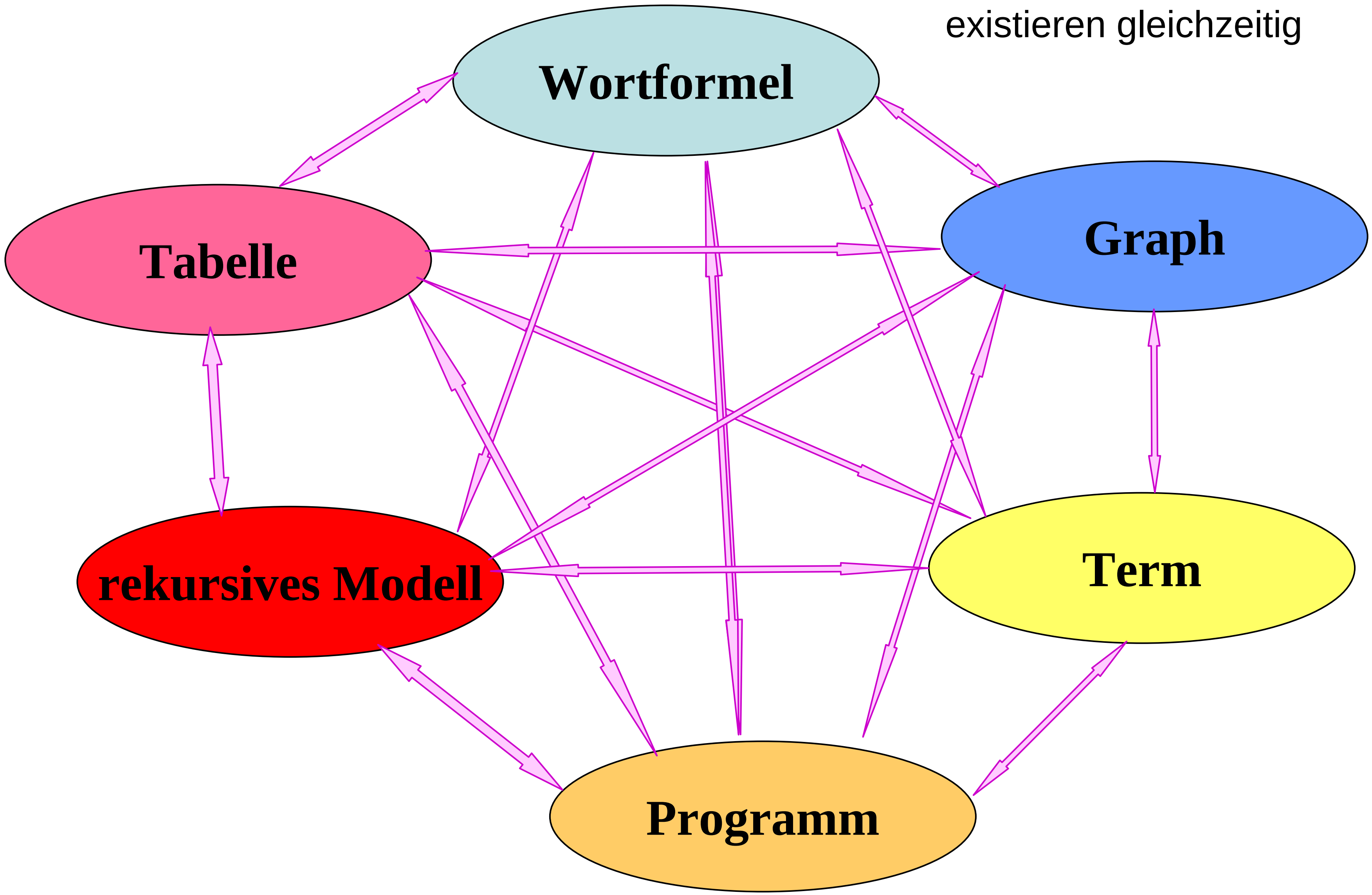
Prototypen von Funktionen

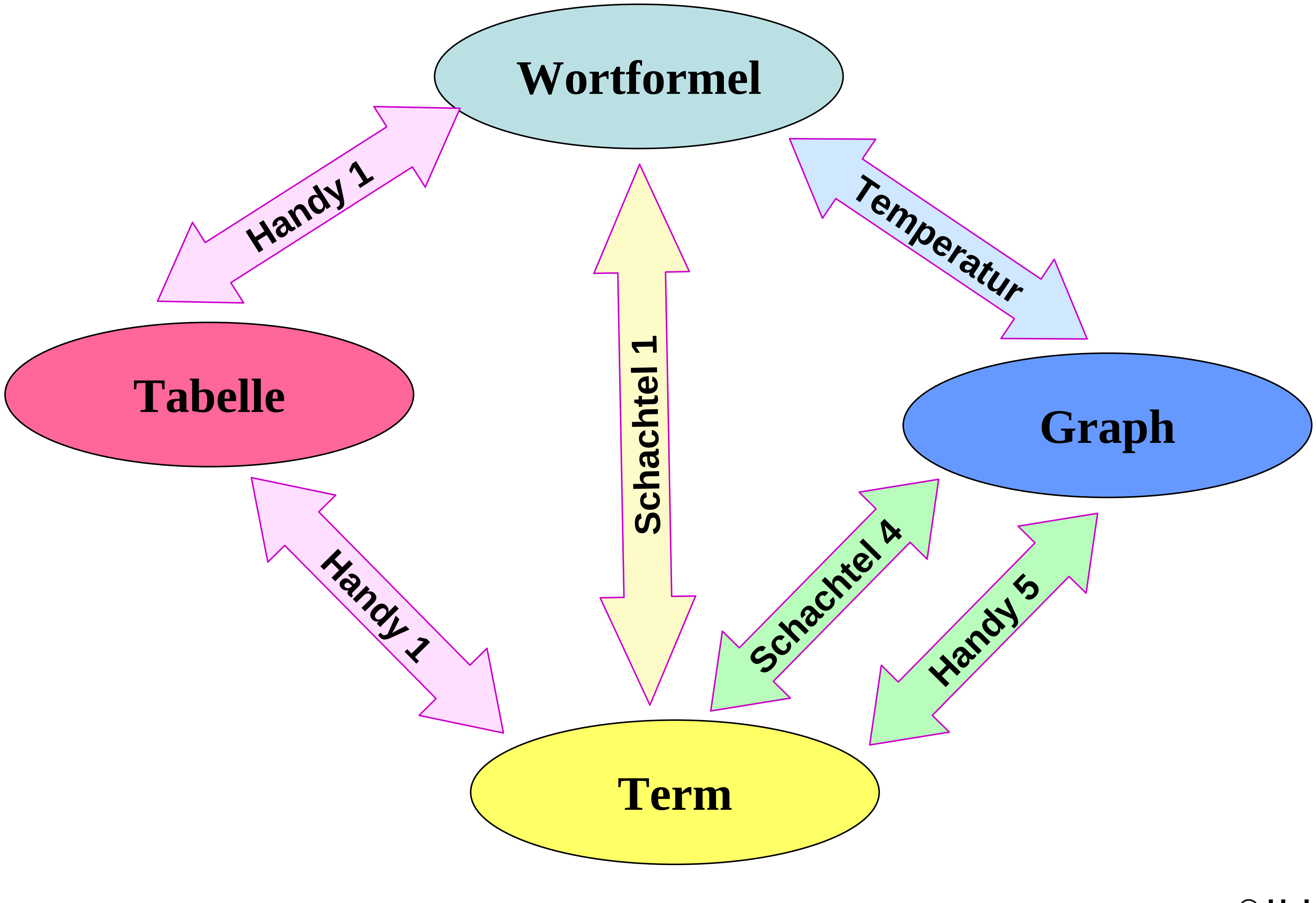
klassisch → existieren nebeneinander



Prototypen von Funktionen

technologiegestützt →
existieren gleichzeitig




Wortformel
Handy 1
Temperatur
Schachtel 1
Tabelle
Graph
Handy 1
Schachtel 4
Handy 5
Term

Beispiel: Lernpfad:
„Einführung in die Differentialrechnung“

konkrete Phase 1
- Sekanten/Tangentensteigung“
- Mittlere Änderungen bei Datenmengen

abstrakte Phase
- Differenzenquotient
- Differentialquotient
- Tangente

Konkr. Ph. 2
Innermathematische Aufgaben

Konkr. Ph. 3
Geschwindigkeit

Konkr. Ph. 3
Wirtschaftsmath. Aufgaben

Konkr. Ph. 4
Extremwertprobleme

B. Buchberger

Differentialrechnung –abstrakte Phase

Informiere dich in der Enzyklopädie Wikipedia über den Begriff Differentialrechnung. Lies vorläufig nur die Einleitung, um das zentrale Thema und einige der Begriffe, die dich erwarten, kennen zu lernen. Notiere alle Begriffe, die für dich neu sind, in deinem Heft.

Differenzenquotient

Der Differenzenquotient (die mittlere Änderungsrate) ist das Verhältnis der Änderung der Funktionswerte *f(b) - f(a)* zur Änderung der Argumente *b - a* im betrachteten Intervall [a; b].

Differenzenquotient: = $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

Differenzenquotient

Er kann auch als **mittlere Änderung** der Funktionswerte pro Argumenteinheit aufgefasst werden und ist ein Maß dafür, wie "schnell" sich eine Funktion in diesem Intervall ändert.
Schreibe die Definition des Differenzenquotienten zusammen mit einer Skizze in dein Heft.

Differentialquotient

Der Differentialquotient ist definiert als Grenzwert eines Differenzenquotienten im Intervall [*a; b*].

Differentialquotient $$f'(a) := \lim_{b \to a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Definition der Tangente

Mit Hilfe des Differentialquotienten können wir jetzt die Tangente an einen Funktionsgraphen definieren.

Definition

Die **Tangente** an die Funktion *f*(*x*) an der Stelle *x*=*a* geht durch den Punkt A = (*a*, *f*(*a*)) und hat als **Steigung *k*** den **Differentialquotienten *f'*(*a*)**.

$$k = f'(a) = \lim_{b \to a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

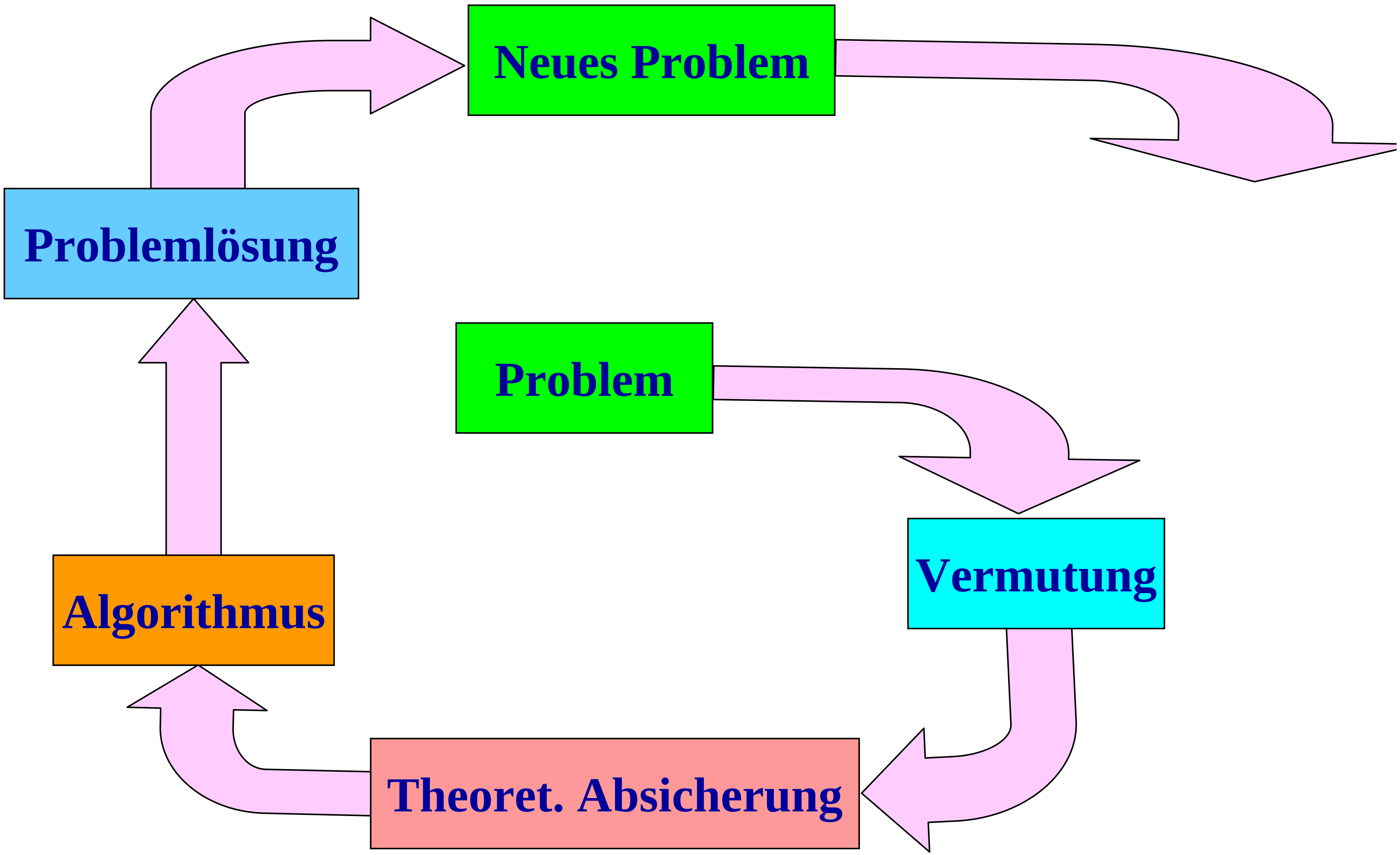
Tangente

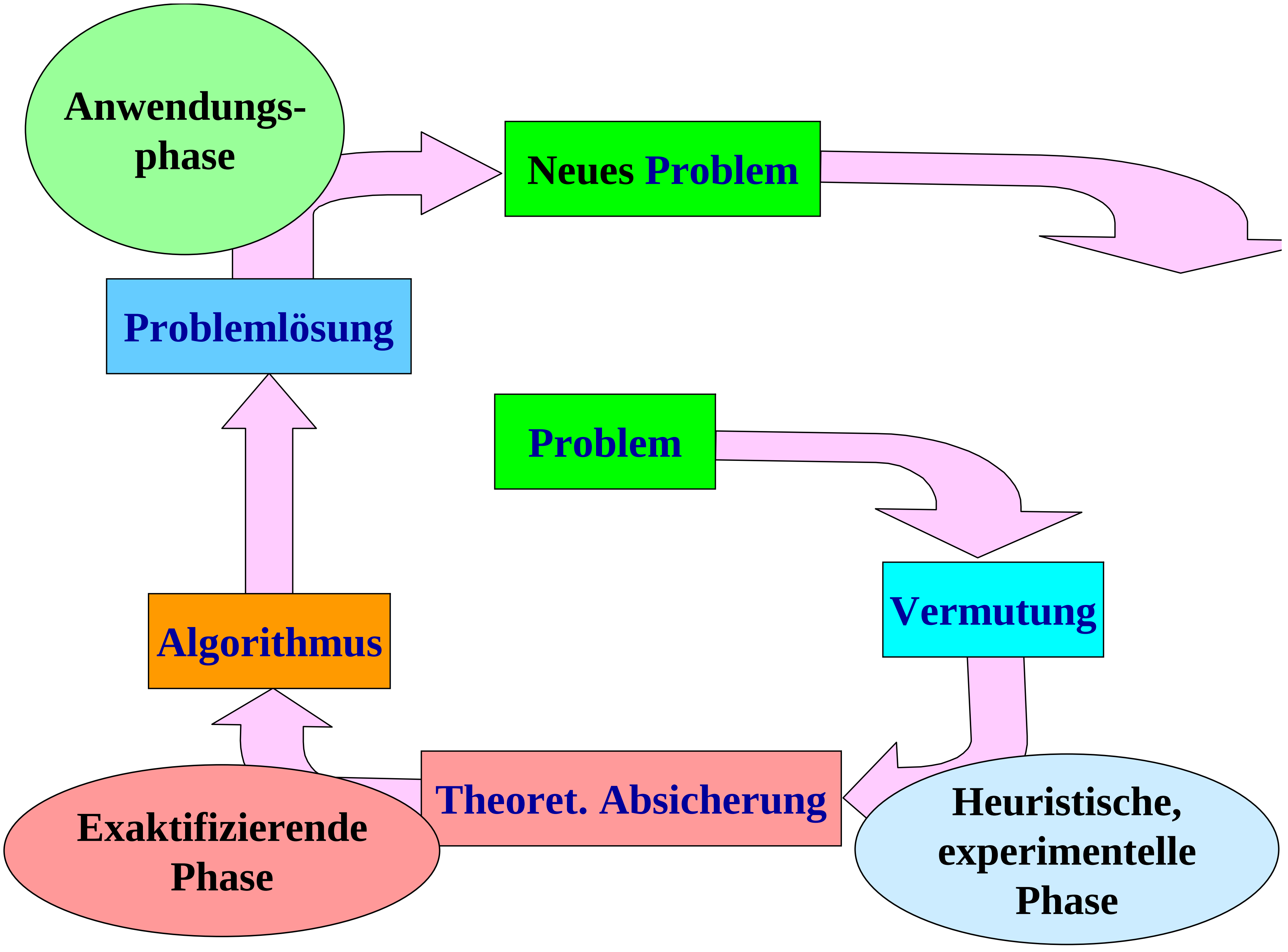
Differentialrechnung:

„Wieviel Rechenfertigkeit braucht der Mensch?“ [Herget]

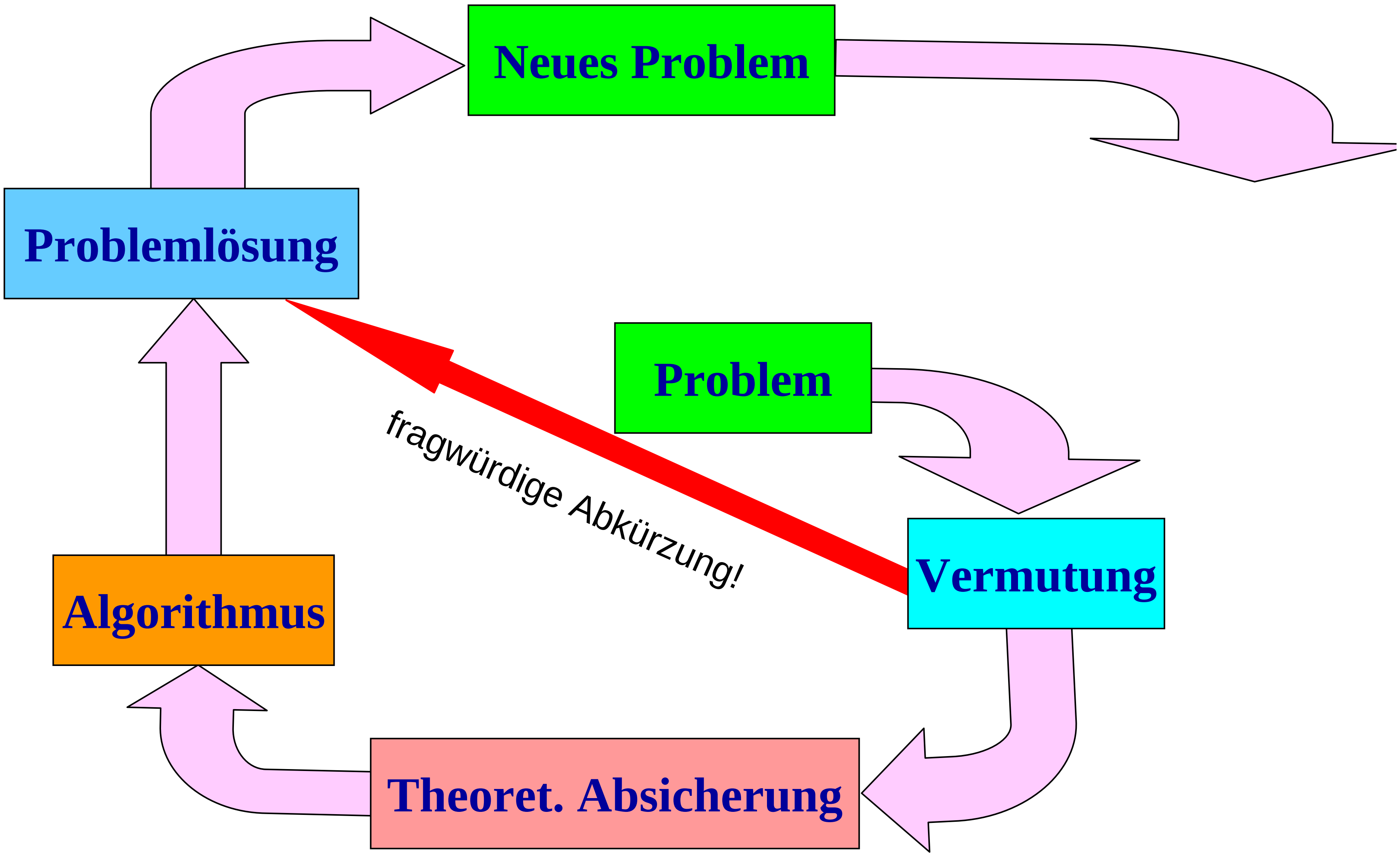
Differentialrechnung

Der Weg des Lernenden in die Mathematik




Anwendungs-
phase
Neues Problem
Problemlösung
Problem
Vermutung
Algorithmus
Theoret. Absicherung
Exaktifizierende
Phase
Heuristische,
experimentelle
Phase

Der Weg des Lernenden in die Mathematik



Beispiel: Lernpfad: „Einführung in die Integralrechnung“

1. Die heuristische, experimentelle Phase

Beispiel: Entdecken der Idee des bestimmten Integrals durch experimentieren mit Unter- und Obersummen

Gegeben: $f(x)=x^2/4+2$, $a=0$, $b=3$

Zeichne Ober- und Untersummen im Intervall [a,b] mit Hilfe von ***„Geogebra“***. Starte mit **$n=4$**, ändere den Wert von n ($n \in \mathbb{N}$).

Beschreibe den Einfluss von n auf die Ober- und Untersumme und auf die Differenz von Ober- und Untersumme.

Experimentieren mit Ober- und Untersummen

2. Die exaktifizierende Phase

Beispiel:

Berechne das bestimmte Integral

$$\int_a^b x^2\,dx$$

unter Nutzung der Definition des Integrals. Verwende z. B. die Idee der “Mittelsummen”

$$x_i = a + \frac{b-a}{n}\cdot i = -2 + \frac{6}{n}\cdot i$$

$$\xi_i = \frac{1}{2}\left(x_{i-1} + x_i\right) = \frac{1}{2}\left[a + \frac{b-a}{n}\cdot(i-1) + a + \frac{b-a}{n}\cdot i\right] =$$

$$\ldots = \ldots = \frac{-2n+6i-3}{n}$$

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{b-a}{n}\cdot f(\xi_i) =$$

$$= \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{6}{n}\cdot\frac{(-2n+6i-3)^2}{n^2} =$$

$$= \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{6}{n}\cdot\frac{4n^2+36i^2+9-24ni+12n-36i}{n^2}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{24n^2+216i^2+54-144ni+72n-216i}{n^3}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{24n^3+36n\cdot(n+1)(2n+1)+54n-144n\cdot\frac{n\cdot(n+1)}{2}+72n^2+36\frac{n(n+1)}{2}}{n^3}$$

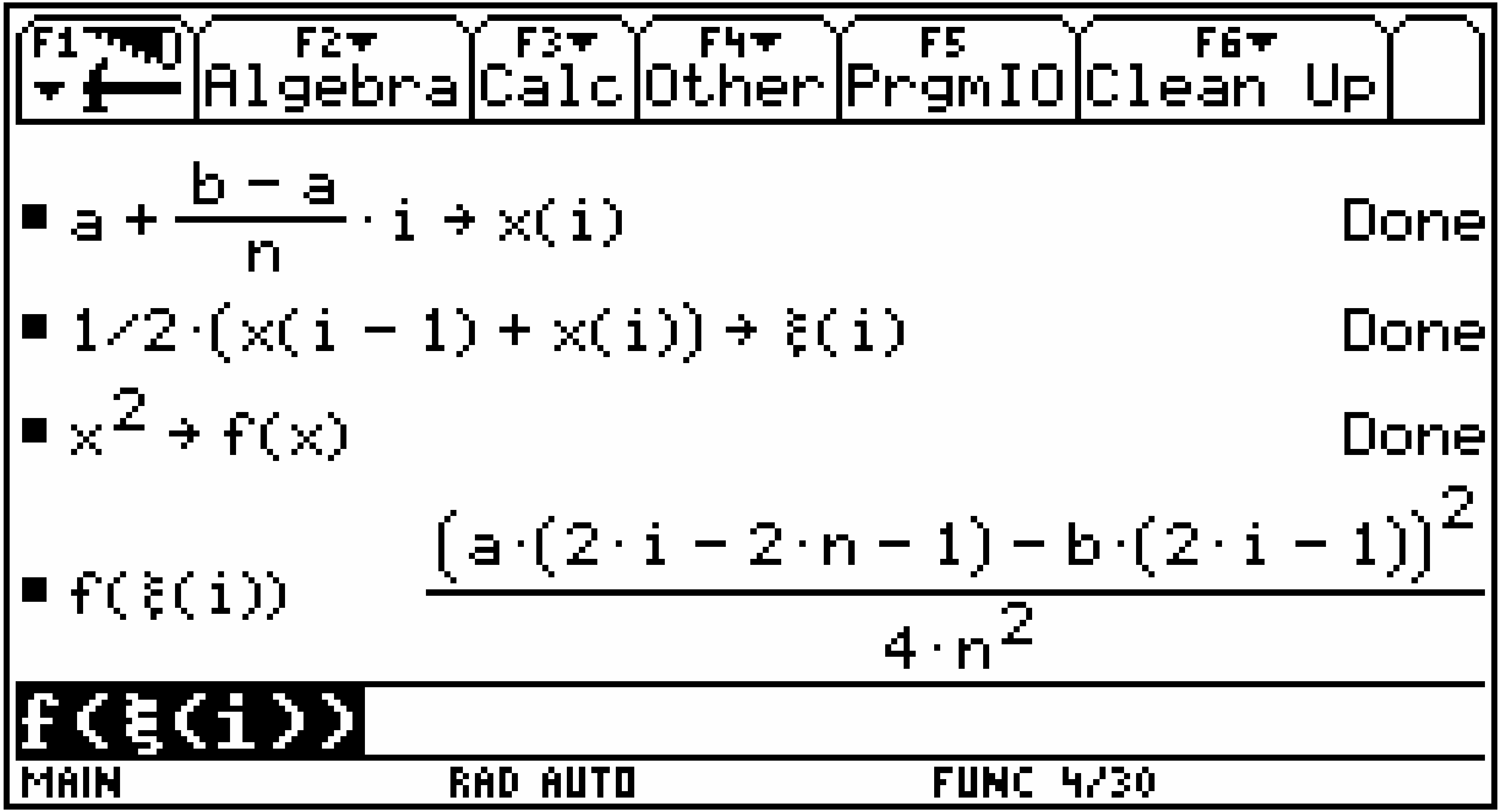
$$\vdots$$

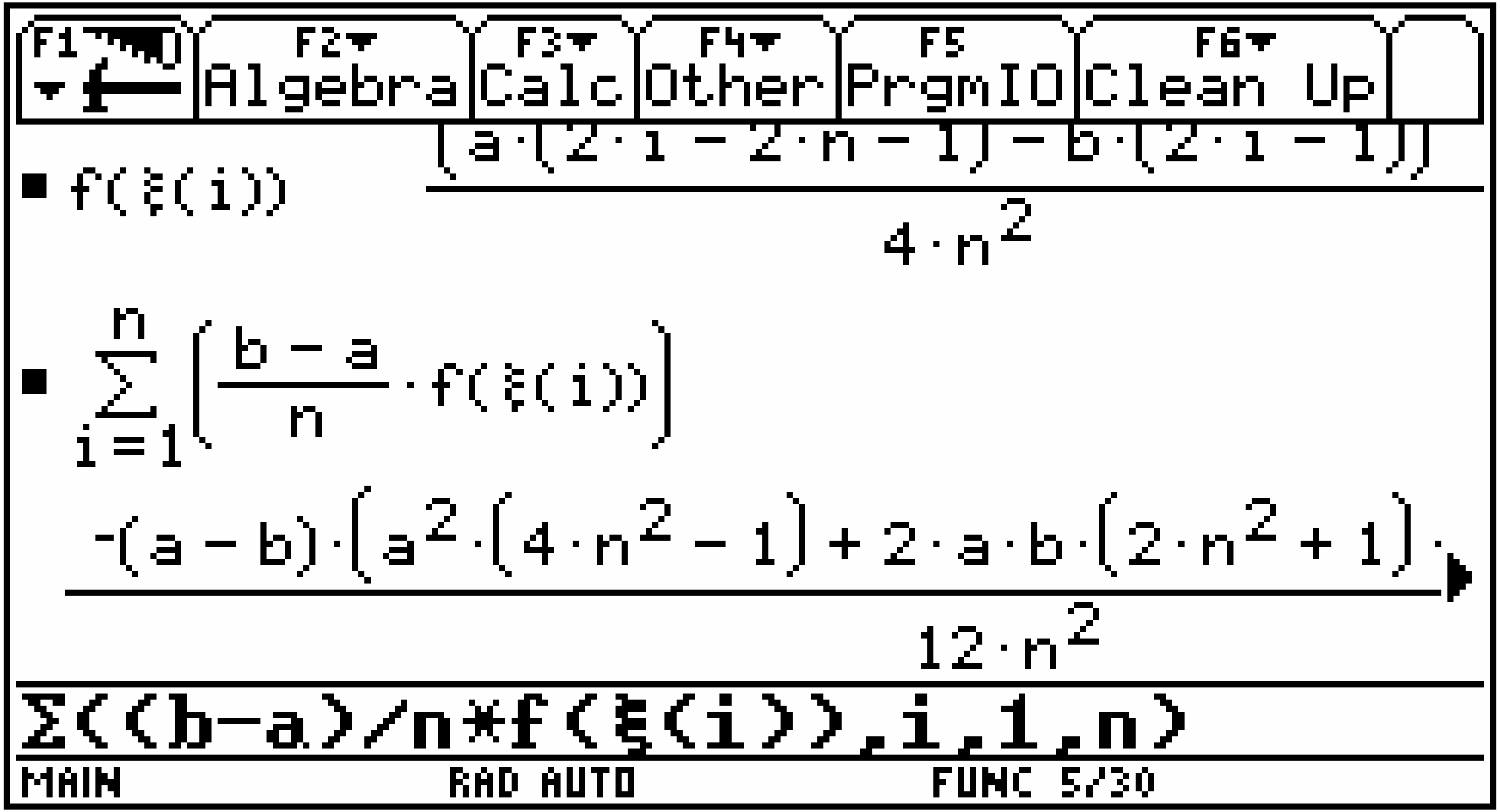
$$= 24 + 72 - 144\cdot\frac{1}{2} = 24E^2$$

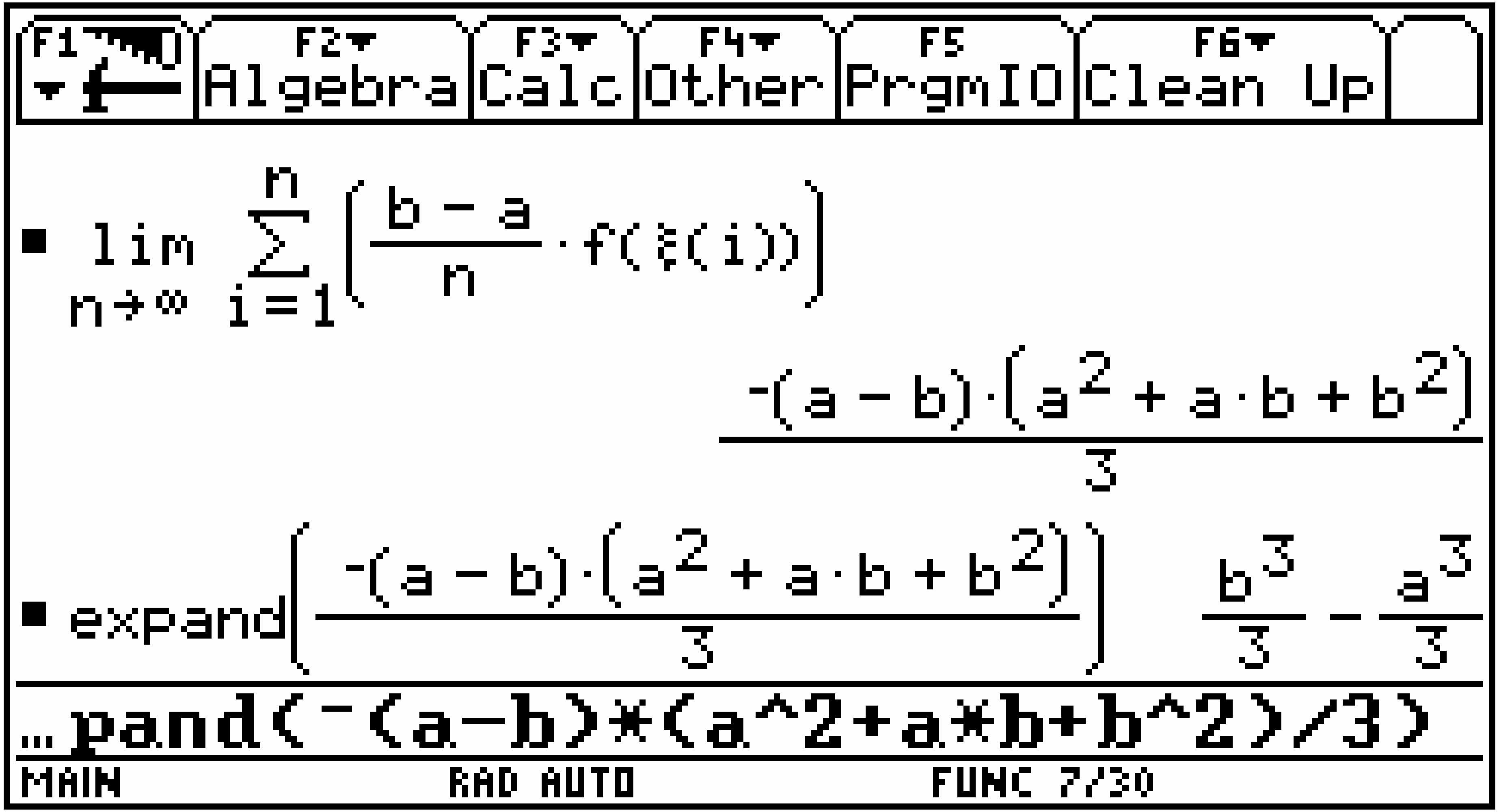
PROBE $\int_{-2}^{4} x^2\,dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_{-2}^{4} = \frac{72}{3} = 24E^2$

VERWENDETE FORMEL

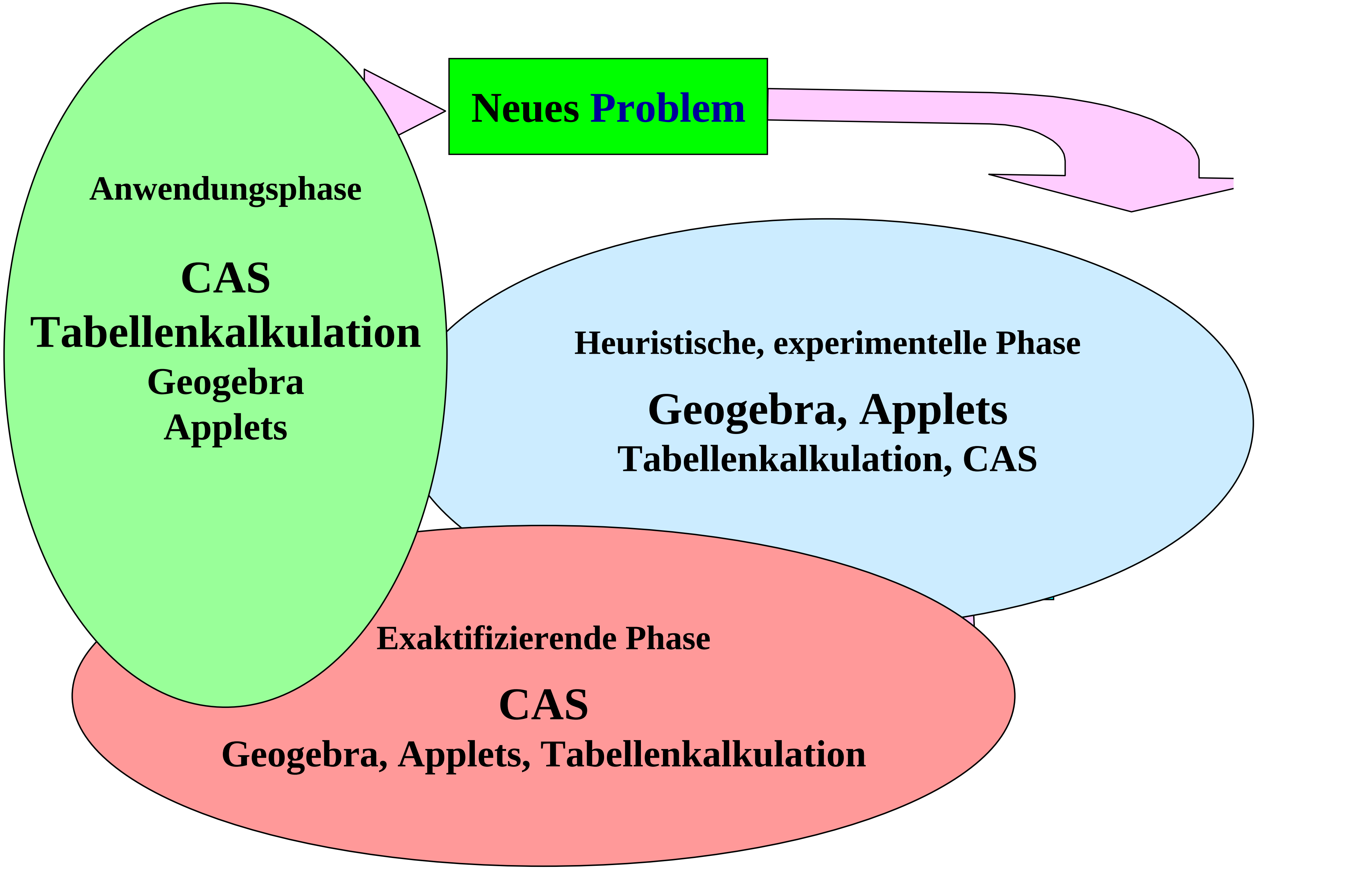
$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n\cdot(n+1)}{2} \qquad \sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n\cdot(n+1)\cdot(2n+1)}{6}$$

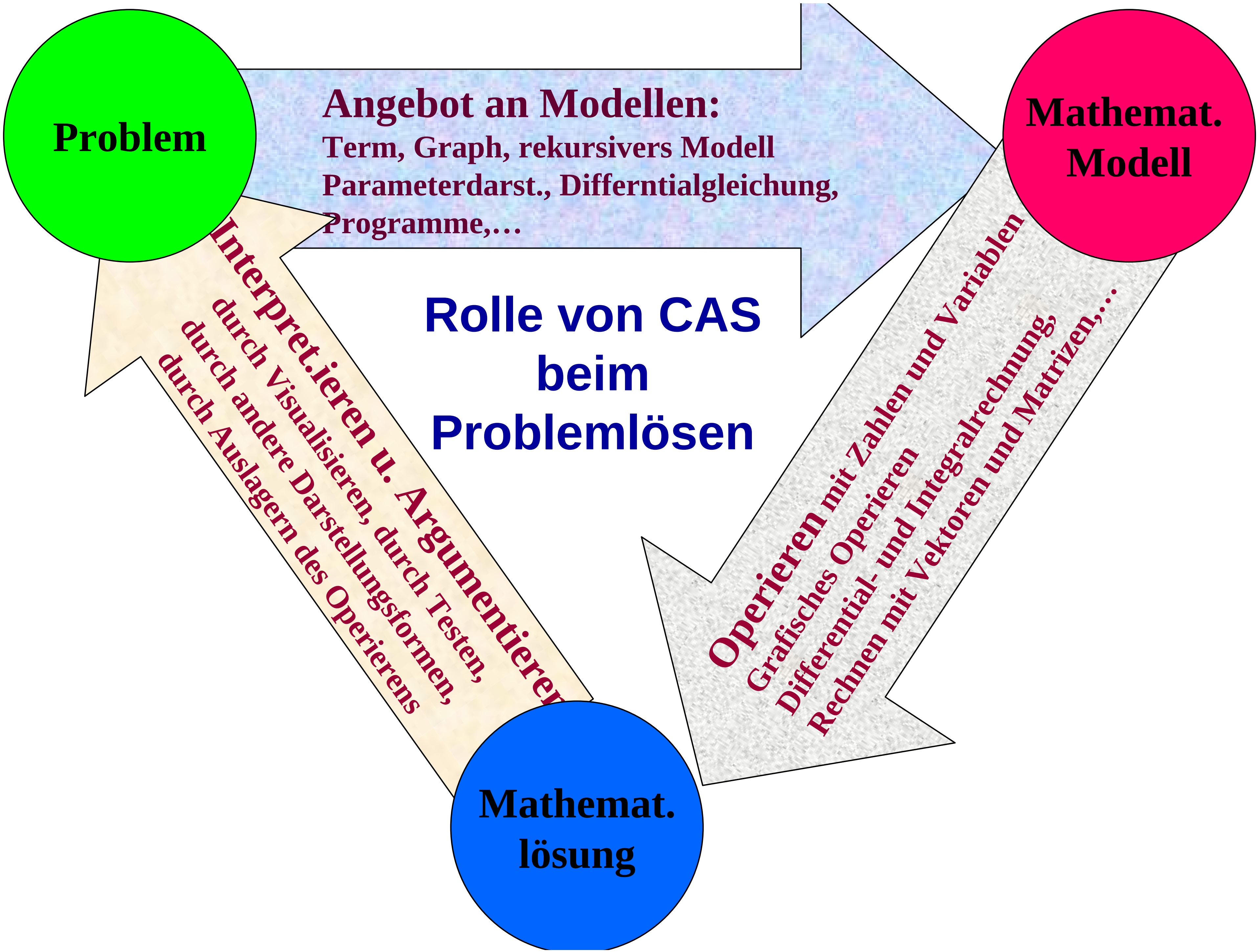

F1 F2 Algebra F3 Calc F4 Other F5 PrgmIO F6 Clean Up
$a+\frac{b-a}{n}\cdot i \rightarrow x(i)$ Done
$1/2\cdot(x(i-1)+x(i)) \rightarrow \xi(i)$ Done
$x^2 \rightarrow f(x)$ Done
$f(\xi(i))$ $\frac{(a\cdot(2\cdot i-2\cdot n-1)-b\cdot(2\cdot i-1))^2}{4\cdot n^2}$
f(ξ(i))
MAIN RAD AUTO FUNC 4/30


F1 F2 Algebra F3 Calc F4 Other F5 PrgmIO F6 Clean Up
■ f(ξ(i)) (a·(2·i − 2·n − 1) − b·(2·i − 1)) / (4·n^2)
■ Σ_{i=1}^{n} ((b − a)/n · f(ξ(i)))
−(a − b)·(a^2·(4·n^2 − 1) + 2·a·b·(2·n^2 + 1)· / 12·n^2
Σ((b−a)/n*f(ξ(i)),i,1,n)
MAIN RAD AUTO FUNC 5/30


F1 F2 Algebra F3 Calc F4 Other F5 PrgmIO F6 Clean Up
$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{b-a}{n}\cdot f(\xi(i))\right)$
$\frac{-(a-b)\cdot(a^2+a\cdot b+b^2)}{3}$
$\text{expand}\left(\frac{-(a-b)\cdot(a^2+a\cdot b+b^2)}{3}\right) \quad \frac{b^3}{3}-\frac{a^3}{3}$
...pand(⁻(a−b)*(a^2+a*b+b^2)/3)
MAIN RAD AUTO FUNC 7/30

Zur Bedeutung elektronischer Werkzeuge in den Lernpfaden




Rolle von CAS beim Problemlösen
Problem
Angebot an Modellen:
Term, Graph, rekursivers Modell
Parameterdarst., Differntialgleichung,
Programme,…
Mathemat. Modell
Operieren mit Zahlen und Variablen
Grafisches Operieren
Differential- und Integralrechnung,
Rechnen mit Vektoren und Matrizen,…
Mathemat. lösung
Interpret.ieren u. Argumentieren
durch Visualisieren, durch Testen,
durch andere Darstellungsformen,
durch Auslagern des Operierens

Ziel des Projektes „Medienvielfalt“

Kooperative Lernformen

Selbstentdeckendes Lernen

Elektronische Medien und Werkzeuge

Elektronische Wissensbasen und Kommunikationsmedien

ein besserer Beitrag des Faches Mathematik zu einer höheren Allgemeinbildung und zur Persönlichkeitsentwicklung

zur Kommunikationsfähigkeit mit Experten und mit der Allgemeinheit

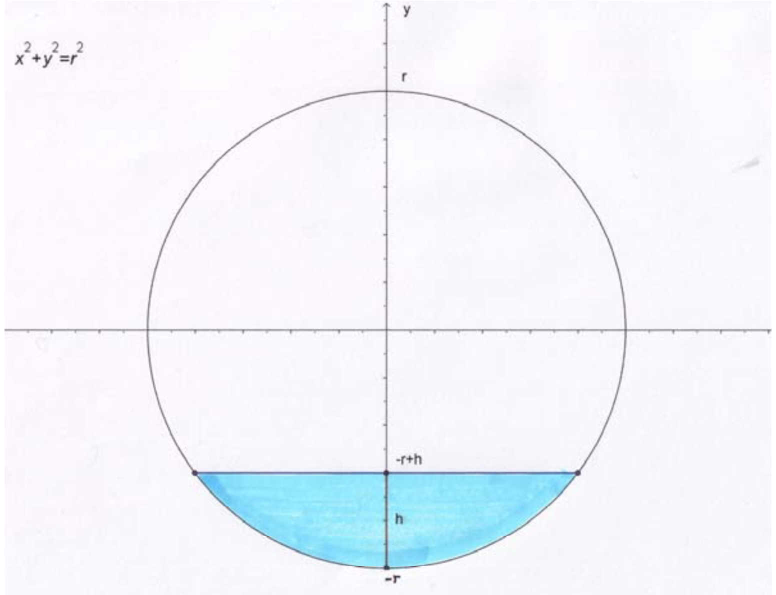
R. Fischer

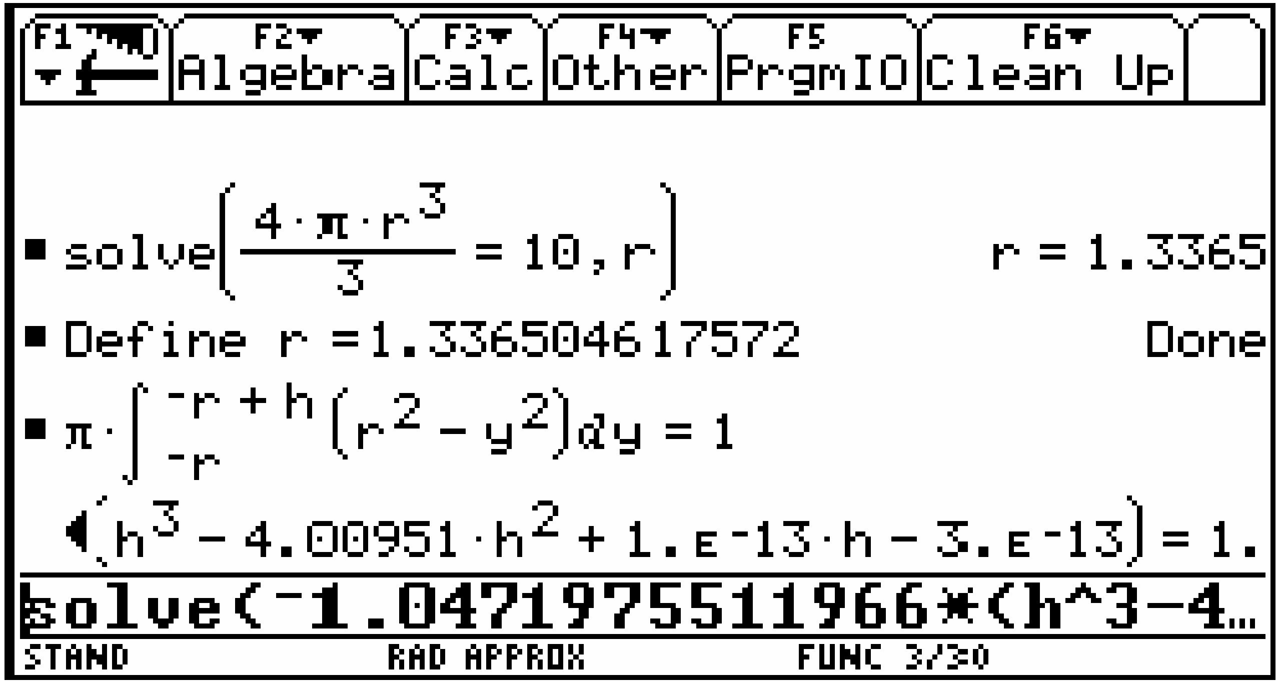
3. Die Anwendungsphase

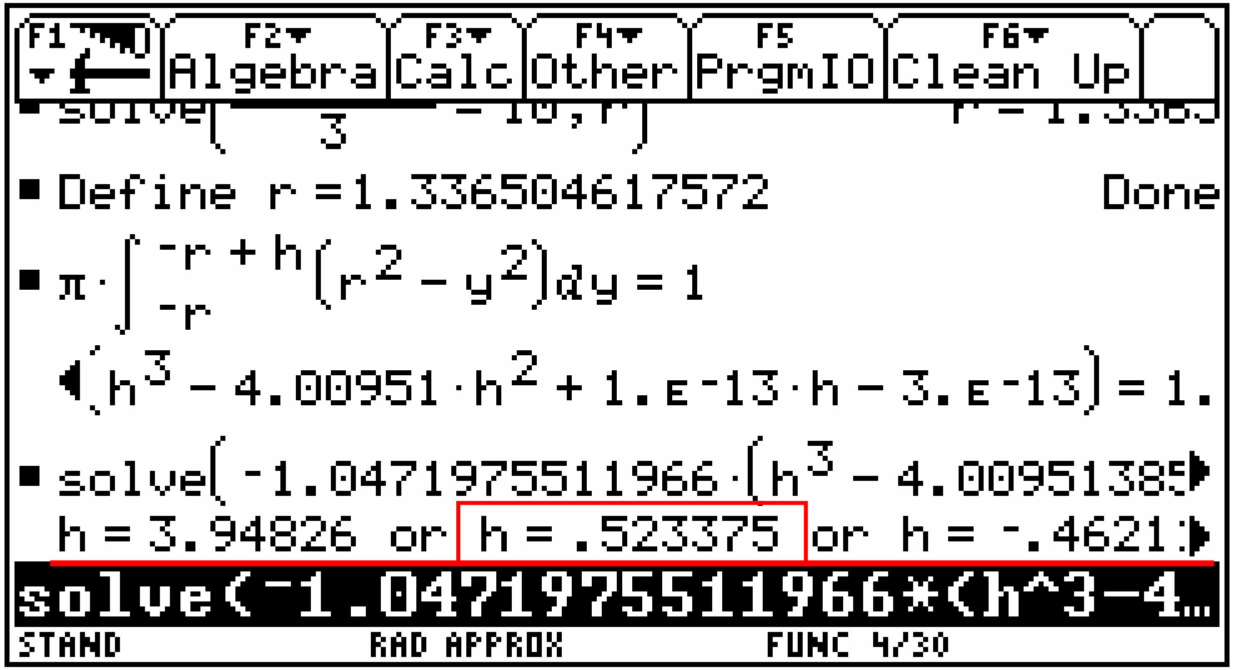
Beispiel [Schmidt, G.,1997]

Eine Firma stellt kugelförmige Öltanks her, die 10000 Liter fassen. Im Inneren des Tanks soll ein Kontakt angebracht werden, der bei nur 1000 Liter Ölmenge ein Warnsignal als Aufforderung für das Nachfüllen gibt.

In welcher Höhe muss dieser Kontakt beim kugelförmigen angebracht werden?




F1 F2 Algebra F3 Calc F4 Other F5 PrgmIO F6 Clean Up
solve(4·π·r^3/3 = 10, r)
r = 1.3365
Define r =1.336504617572
Done
π·∫ (r^2 − y^2) dy = 1
(h^3 − 4.00951·h^2 + 1.E−13·h − 3.E−13) = 1.
solve(⁻1.0471975511966*(h^3−4…
STAND RAD APPROX FUNC 3/30


F1 F2 Algebra F3 Calc F4 Other F5 PrgmIO F6 Clean Up
Define r =1.336504617572
Done
π·∫ (r^2 − y^2) dy = 1
(h^3 − 4.00951·h^2 + 1.E−13·h − 3.E−13) = 1.
solve(⁻1.0471975511966·(h^3 − 4.00951385
h = 3.94826 or h = .523375 or h = ⁻.4621
solve(⁻1.0471975511966*(h^3−4…
STAND RAD APPROX FUNC 4/30

Einladung von Herrn Prof. Peitgen von der Florida Atlantic University erhalten, als Postdoc in einem NSF Projekt mit zu arbeiten (http://www.math.fau.edu/Teacher/MSP/).

E-Learning

Unter **„E-Learning“** kann man all die Lernprozesse verstehen, die unter Verwendung elektronischer Trägermedien wie Internettechnologien, Lernplattformen oder von Online-Diensten gestatten, unabhängig von Zeit und Ort aufbereitete Inhalte und Lernsequenzen durchzuarbeiten.

Oft sind diese Lernsequenzen von Selbstprüfungsaufgaben, Aktivierungs- und Vertiefungsprogrammen und durch Teletutoren, die man im Zweifelsfalle über das globale Netz oder telefonisch kontaktieren kann, begleitet.

[Dorninger]

The Window-Shuttle-Strategie – Lernschritte

- Aktivieren verschiedener Prototypen eines mathematischen Objektes in verschiedenen Fenstern

- Arbeiten mit einem Prototypen in einem Fenster

- Pendeln in ein anderes Fenster – Untersuchen der Auswirkung der Tätigkeit in einem Fenster auf den Prototypen im anderen Fenster

Window-Shuttle-Strategie

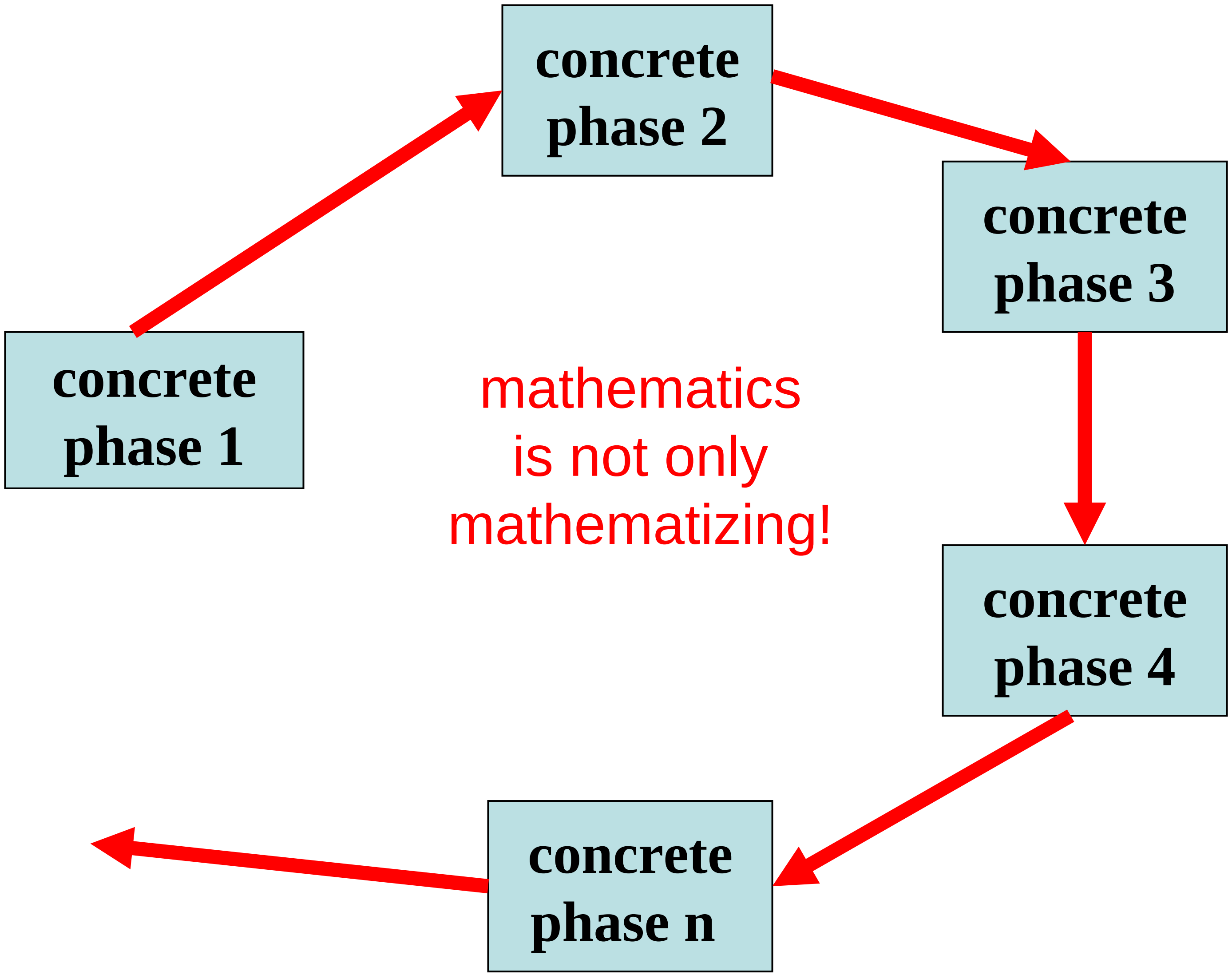
⇔

Geogebra

Austrian Center for Didactics of Computer Algebra

Einige Ergebnisse von beobachtetem Schülerverhalten

- Schüler nutzen das Angebot der parallelen Verfügbarkeit verschiednere Prototypen. “Shutteln” und damit Nutzen der Vorteile einzelner Prototypen wird eine übliche Tätigkeit.
- Verschiedene Schüler entwickeln Neigungen zu verschiedenen Prototypen.
- Es ist nicht nur leichter, Tabellen zu erhalten, man kann mit Tabellen (in Tabellen) auch rechnen (Data/Matrix Editor).
- Die verfügbaren Teststrategien fördern die Entscheidungskompetenz bei der Wahl eines Modells.


concrete phase 2
concrete phase 3
concrete phase 1
mathematics is not only mathematizing!
concrete phase 4
concrete phase n

Technologie ⇔ Standards

- Veränderungen bei der Rolle der Mathematik

- Veränderungen beim Kompetenzmodell und bei den Standards

- Veränderungen bei den Aufgaben

Technologie im Mathematikunterricht

Online Learning
Nutzen von „Online learning“ Medien

in Planung

Arbeiten mit interaktiven Lernumgebungen
Lernpfade, Internet-basierten Lernumgebungen

aktuell

Arbeiten mit Internet – Aufbau einer Homepage
Lehr- und Lernmaterialien, didaktische Anleitungen

Nutzung von Computeralgebra Systemen (CAS) im MU
Arbeiten mit Technologie im Unterricht, zu Hause, bei Prüfungen

Austrian Center for Didactics of Computer Algebra

Austrian Center for Didactics of Computer Algebra

Arbeitsbereich Leistungsmessung - Leistungsbeurteilung

- **Erfahrungsberichte über neue Formen der Leistungsmessung, -beurteilung**
  siehe Homepage: Projektberichte der Projekte III und IV

- **Aufgabensammlungen**

  -**Unterrichtsbeispiele für CAS-Unterricht**
  -**CAS-gestützte Schularbietsangaben**
  -**CAS-gestützte Maturaaufgaben**

  siehe Homepage

Neue Instrumente und Methoden der Leistungsmessung und -beurteilung

- **Schriftliche Jahresprüfungszeit**

  Die Prüfungszeit pro Schuljahr wird vorgegeben (z.B.: 250 Minuten), die Länge der einzelnen schriftlichen Prüfungenwird je nach Zielen festgesetzt.

- **Fach- und Projektarbeiten**

  Kurze Themen werden von Schülern in selbständigem Lernener arbeitet und in Referaten den Mitschülern präsentiert und dokumentiert.

- **Fächerübergreifende Schularbeiten**

  Aus einem fächerübergreifenden Thema ergeben sich Noten für zwei Fächer

- **Leistungsmessung bei kooperativen Lernformen**

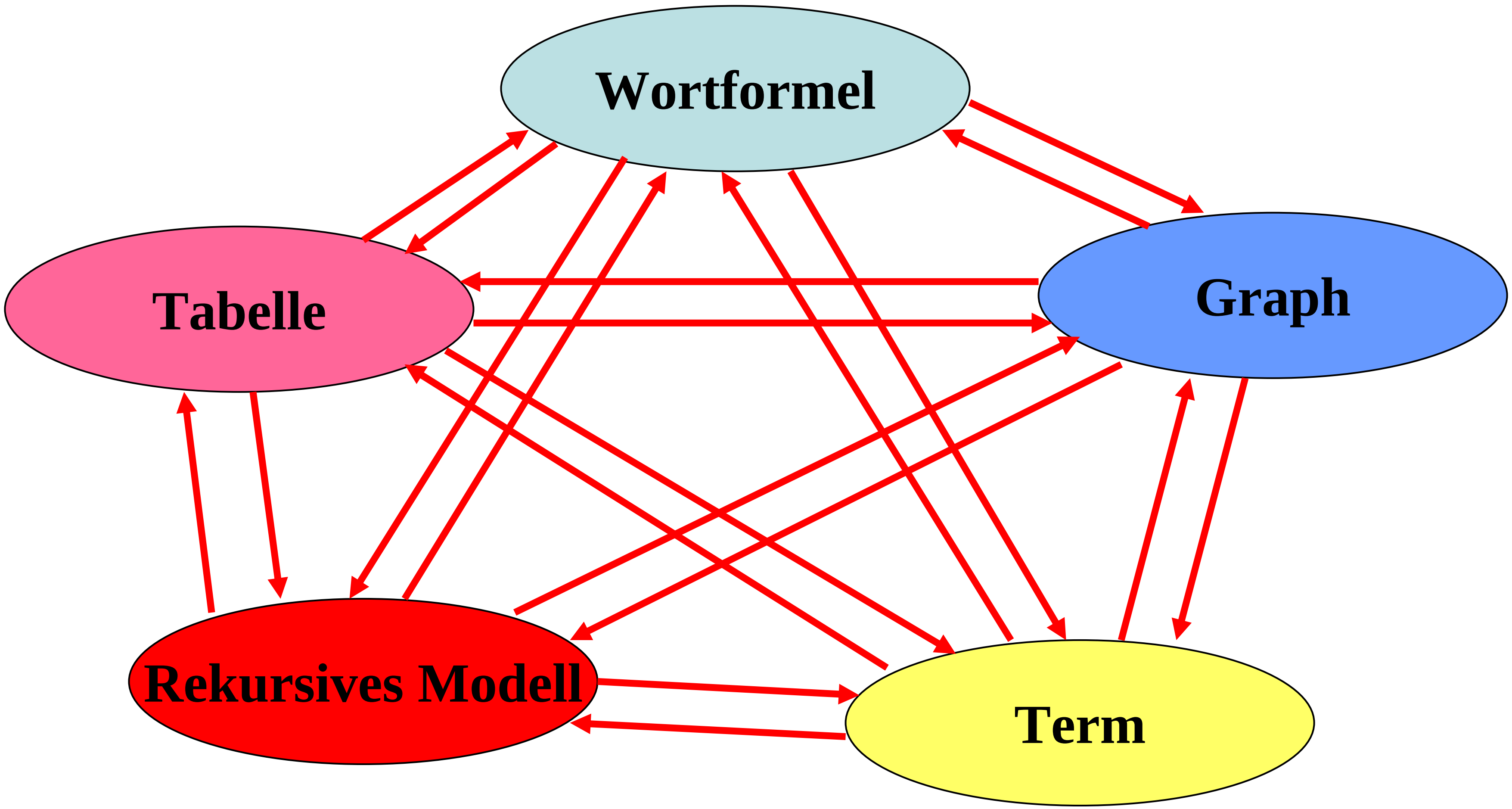
  Wichtig: Nicht nur Messung der Gruppenkompetenz, auch Messung der Einzelkompetenz

- **Innere Differenzierung in der Prüfungssituation**

  Ein „Genügend“-Schüler muss nicht dasselbe geprüft werden wie ein „Sehr gut“-Schüler

- **Leistungsportfolio**

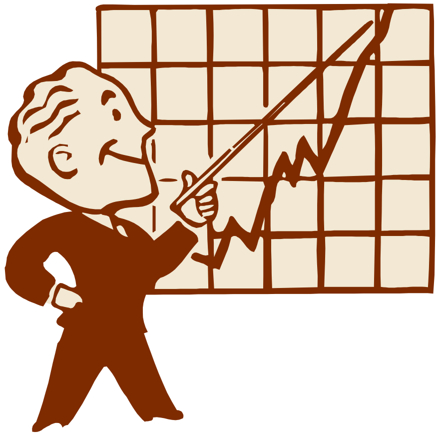
Prototypen von Funktionen

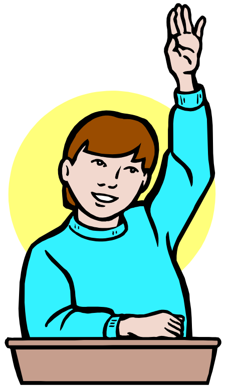


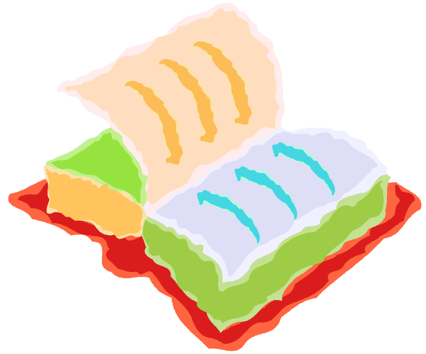
„function mode“
y(x)

„polar mode“
r(Θ)

„parametric mode“
x(t) und y(t)







Begriffsklärung

Elektronische Lernmedien:

-Lernpfade,
-CD-ROM- und Internet-basierte Lernumgebungen,
-Applets (siehe mathe online),
-dynamische Webseiten (z.B. exportierte GeoGebra Arbeitsblätter),
-interaktive Tests (z.B. auf mathe online, hot potatoes)

Elektronische (technologische) Werkzeuge:

-Computeralgebra,
-Tabellenkalkulation
-Grafikrechner,
-Mathematische Online-Werkzeuge
-Mathematische Berechnungen in Java Scripts
-Dynamische Geometriesoftware
-Geogebra

Elektronische Kommunikationsmedien:

-E-Mail,
-Plattformen,
-geschlossene Communities (z.B. auf schule.at, welearn)

Elektronische Arbeitsmittel:

-Word,
-Math Type,
-Power Point
-TI-connect
-Zeichenprogramme

Elektronische Wissensbasen:

-Internet,
-Intranet (Schulnetzwerke)
-elektronische Wissensbasen auf CD-Rom,
-elektronische Schulbücher,…