

Der Mathematikunterricht im Wandel der Zeiten - Unterrichtsprojekt mit dem Algebrarechner TI-92 in den dritten RG - Klassen ab dem kommenden Schuljahr

1. Die Entwicklung der Mathematikkenntnisse

Mathematik hat von jeher eine wichtige Rolle im Leben der Menschen gespielt und ist so alt wie die Kulturgeschichte der Menschheit. Mit der Entwicklung von Zahlwörtern und Zahlensystemen bei den unterschiedlichsten Völkern begannen die Menschen auch zu rechnen. Heute durchdringt Mathematik nahezu alle Gebiete des Lebens. Mathematische Kenntnisse sind daher von solcher Wichtigkeit, daß in allen Schulen der ganzen Welt praktisch in jeder Schulstufe Mathematik unterrichtet und in fast keiner Schultype oder Klassenstufe "abgewählt" werden kann.

Als Erfinder der wissenschaftlichen Mathematik gelten die Griechen (z. B: **Euklidsche** Geometrie). Sie erkannten die Beweisbarkeit von allgemeingültigen Aussagen. Dieses Wissen der Griechen und Römer ging in Europa größtenteils verloren und kam erst allmählich mit den Arabern wieder zurück, mit denen gleichzeitig indische und arabische Rechenkunst (Zifferschreibweise) ins Abendland gelangten. Das Mittelalter brachte der Mathematik keine große Weiterentwicklung, diese setzte erst mit der Erfindung der Buchdruckerkunst ein.



Archimedes (Marmorrelief, Rom, Kapitolisches Museum)

Archimedes: * Syrakus um 285 v. Chr., † ebd. 212, bedeutendster griech. Mathematiker und Physiker der Antike. Berechnete krummlinig begrenzte Flächen, das Volumen von Rotationskörpern, gab einen Näherungswert für die Zahl π an; entdeckte das Hebelgesetz und das Archimedische Prinzip.

Die Grundlagen der neuen abendländischen Mathematik entstanden im 17. Jahrhundert. Für die berühmten Mathematiker der damaligen Zeit erwuchs die Beschäftigung mit der Mathematik aus der Notwendigkeit, physikalische Probleme zu erklären.



René Descartes

Descartes: * La Haye-Descartes (Touraine) 31.3. 1596, † Stockholm 11. 2. 1650, frz. Philosoph, Mathematiker und Naturwissenschaftler.

In der Physik formulierte Descartes einen der ersten Erhaltungssätze der Physik überhaupt, in der Optik ist er u. a. Mitentdecker des Brechungsgesetzes. In der Mathematik schafft er die Grundlagen der analyt. Geometrie und liefert einen Beitrag zur Theorie der Gleichungen.

Alle Mathematiker waren auch berühmte Physiker (und Philosophen), wie *Kepler*, *Newton*, *Bernoulli*, *Huygens*, *Pascal*, *Laplace*, *Descartes*, *d'Alembert*, *Euler* usw. (Den Schülern und Schülerinnen werden diese Namen aus dem Physik- **und** Mathematikunterricht bekannt sein.) Viele waren Autodidakten (z.B. *Leibniz*), weil die „moderne“ Mathematik an den Universitäten kaum gelehrt wurde. So manche „Veröffentlichung“ erfolgte eher als Brief an eingeweihte Mathematiker, denn die Wissenschaftler mußten Repressalien von seiten der Kirche und des Staates fürchten, wenn ihre Erkenntnisse von den gängigen Dogmen z.B. vom geozentrischen Weltbild abwichen. So hielt etwa *Descartes* seinen Wohnsitz geheim, ließ Briefe nur mit persönlichem Boten zustellen, weil er Bespitzelungen fürchtete und flüchtete geradezu ins tolerantere Holland und Schweden, um dort zu arbeiten.

Folgende berühmte Mathematiker der Neuzeit, deren Leistungen Schüler im Unterricht kennenlernen, seien ohne Anspruch auf Vollständigkeit genannt:

15. Jh.:

Johannes Müller (Regiomontanus):

Erste europäische **Trigonometrie** unabhängig von der Astronomie

16. Jh.:

Michael Stifel: Erste **Logarithmentafel** in zwei Zeilen aus je 10 Zahlen

Franciscus Vieta: Begründer der modernen **Algebra**

17. Jhdt.:

Rene Descartes: Begründer der **analytischen Geometrie**

Jakob Bernoulli: Beginn der **Wahrscheinlichkeitsrechnung**

Pierre de Fermat: Moderne **Zahlentheorie**

18. Jhdt.:

Gottfried Leibniz: Begründer der **Differentialrechnung**

Isaac Newton: Begründer der **Differentialrechnung, Iterationsverfahren**

Leonhard Euler: Erklärt den **Funktionsbegriff**, Einführung der Zahl e und der imaginären Einheit $i^2 = -1$

Brook Taylor: Entwicklung von **Taylorpolynomen** bzw. Taylorreihen zur Annäherung von "schwierigen" Funktionen

19. Jhdt.:

Pierre Laplace: Überblick über die **Wahrscheinlichkeitsrechnung**

Louis Cauchy: Definition der Begriffe **Grenzwert, Stetigkeit** und **Integral**

Carl Friedrich Gauß: Algorithmus zur **Lösung von Gleichungssystemen**, Einführung der Zahlenebene für **komplexe Zahlen**, Fundamentalsatz der Algebra über die **Lösbarkeit von Gleichungen**

George Boole: Begründer der **Schaltalgebra** und formalen **Logik**

20. Jhdt.:

Richard Dedekind: Begründer des heutigen **Funktionsbegriffs**

Georg Cantor: Begründer der **Mengenlehre**

L.v. Kantorowitz: Begründer der **Linearen Optimierung**

Benoit Mandelbrot: Mitbegründer der **fraktalen Geometrie**

Netzplantechnik und Graphentheorie entwickeln sich in den 50er Jahren vor allem aus Erkenntnissen der NASA bei der Weltraumforschung

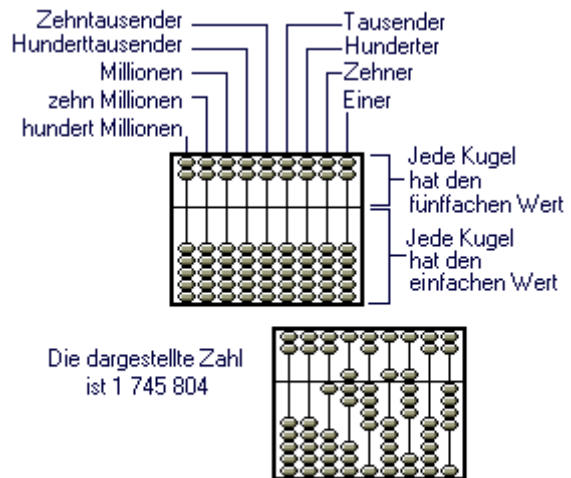
2. Die Entwicklung des Mathematikunterrichts

In den Klosterschulen des frühen Mittelalters wurde wenig Mathematik gelehrt, und es dauerte bis ins 19. Jahrhundert, bis die Mathematik als höhere Bildung in den Universitäten Einzug hielt.

Die Mathematik des Mittelalters bestand aus den vier Grundrechnungsarten, dem Zählen, Verdoppeln und Halbieren. (Letztere drei werden als eigene Fertigkeiten genannt.)

Im 8. Jh. beschrieb der schottische Mönch **Beda** ein Zählsystem durch Fingerbeugung

(z.B.: kleiner Finger der rechten Hand gebeugt = 100). Das Kopfrechnen mit Hilfe der Finger stand bis in das 16. Jh. im Gebrauch und war notwendig, weil Schreiben und Lesen oft nicht gekonnt wurden. Als weiteres Rechenhilfsmittel, das auch für Analphabeten geeignet war, fanden sich Rechenbretter (Abakus) und das Rechnen auf Linien (= Rechnen auf einem besonderen Rechenbrett).



Chinesischer Abakus: Zahlen werden dargestellt, indem die Kugeln zum Querstab hin verschoben werden

Im 15. Jh. kam es zur Gründung von kaufmännischen Rechenschulen in den Handelsstädten Hamburg, Nürnberg, Florenz und vermutlich auch in Wien. Die Kirche stand diesen Schulen anfangs ablehnend gegenüber, bedrohte sie sogar mit dem Kirchenbann, denn in diesen Schulen erfolgte der Unterricht nicht in lateinischer Sprache. Erst allmählich fand das Rechnen mit Ziffern in den Klosterschulen Eingang. Geometrie, kaufmännisches Rechnen und Anfänge des "Buchstabenrechnens" wurden gelehrt. Über die Hälfte der Rechenbücher waren in lateinischer Sprache abgefaßt.

Im 17. Jh. setzte sich die deutsche Sprache beim Abfassen von Mathematikbüchern und wissenschaftlichen Veröffentlichungen durch. In den Schulen kamen Flächen- und Körperberechnungen sowie Anfänge der Algebra hinzu. Die Schüler mußten viele Rechenregeln und handwerksmäßige Kunstgriffe lernen. Das Rechnen war stark mechanisiert, auf Verständnis oder exakte mathematische Beweisführung wurde nicht Wert gelegt.

Mit der Einführung der allgemeinen Schulpflicht und einer Schulreform unter Kaiserin Maria Theresia wurden breitere Bevölkerungsschichten mit den grundlegenden Mathematikkenntnissen vertraut. In den theologisch geführten Gymnasien spielten Mathematik und Mathematiklehrer verglichen mit den tragenden Fächern Latein und Griechisch aber eine sehr untergeordnete Rolle.

In den höheren Schulen und Gymnasien des 19. Jahrhunderts wurde viel Rechenfertigkeit, aber auch exaktes Beweisen von Lehrsätzen verlangt. Die Geometrie nahm breiten Raum ein. Zum Lehrstoff gehörten (ohne Anspruch auf Vollständigkeit): Berechnung von Flächen und Körpern, ebene und sphärische Trigonometrie, Logarithmen, analytische Geometrie, Lösen von komplizierten Gleichungen, Grundbegriffe der Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung, Folgen und Reihen, Grenzwerte und Stetigkeit, relativ einfache Funktionen und der Begriff des Differentialquotienten. Auf Anwendungen in der Physik wurde immer hingewiesen.

3. Der Mathematikunterricht im 20. Jahrhundert

In unserem Jahrhundert kam es zur Einführung von Integralrechnung, komplexen Zahlen, Funktionenlehre, einfachen Differentialgleichungen, Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mengenlehre, Vektorrechnung, Aussagenlogik*, Boolescher Algebra*, Schaltalgebra*, Matrizenrechnung*, Linearer Optimierung*, Netzplantechnik*, Graphentheorie und Systemanalyse* in den Lehrplänen der Realgymnasien und Gymnasien.

Schon aus der gewaltigen Zunahme an Lerninhalten wird klar, daß sich in unserem Jahrhundert und hier wieder in den letzten Jahren die Art und Weise, wie Mathematik vermittelt wird, stark geändert hat. Noch bis in die 60er Jahre blieb der Lehrplan ziemlich unverändert.

1967 erschien ein neuer Lehrplan, der viele Änderungen brachte. „Neue Mathematik“ wurde zu einem Schlagwort. Neu waren nicht nur Inhalte, sondern auch Methoden.

Ältere Kollegen und Eltern waren mit dem Einzug der Mengenlehre gleichermaßen verunsichert. Ich erinnere mich an mein erstes Unterrichtsjahr, wo eine ältere Kollegin mir ihre dritte Klasse für drei Wochen überließ und mir den Auftrag erteilte, Mengenlehre zu unterrichten. Daß dieses isolierte Betrachten eines Kapitels, das Unterrichten von Mengenlehre als Selbstzweck, nicht gut gehen konnte, ist mir erst später klar geworden. In den neuen Lehrplänen wird man daher heute die einst so unbedingt notwendige Mengenlehre vergeblich suchen. Die Mengenlehre hat ihren Schrecken verloren, sie wurde auf das reduziert, was sie ist: ein manchmal recht brauchbares Hilfsmittel zur Vereinfachung von mathematischen Inhalten (Boolesche Algebra, Gruppentheorie, Wahrscheinlichkeitsrechnung).

Ebenso wie die Mengenlehre wurden auch die Wahrscheinlichkeitsrechnung und die Statistik als neue Lerninhalte der 60er Jahre zum Alptraum für Schüler und die oft überforderten Lehrer, die in Seminaren und Kursen in die für sie neue Materie eingeschult werden mußten und dieses Kapitel oft aus „Zeitmangel“ ausließen. Dabei ist gerade die Statistik wie kaum ein anderes Kapitel geeignet, lebensnahen und fächerübergreifenden Unterricht zu gestalten.

Bis dahin als unverzichtbar angesehene Lerninhalte verschwanden (z.B. gedrehte Kegelschnitte, Rentenrechnung, geometrische Reihen, zusammengesetzte Schlußrechnungen) oder werden deutlich gekürzt (endloses Rechnen mit schwierigsten Bruchtermen, komplizierte Textaufgaben).

Der Unterricht in Mathematik war allerdings völlig geändert, als nach der Verwendung von Logarithmenbüchern und Tabellen sowie des Rechenstabes in den 70er Jahren der Taschenrechner in der Schule Einzug hielt. Auf Rechenfertigkeit wird in den letzten Jahrzehnten immer weniger Wert gelegt. Das Abschätzen von Ergebnissen und näherungsweise Lösen von Aufgaben wird wichtiger. Die Lösungsstrategie gewinnt mehr Bedeutung als die Lösung an sich. Leichter ist v.a. für schwächere Schüler, die früher zu einem „Paradebeispiel“ in mühevoller „Handarbeit“ ein Dutzend ähnlicher Aufgaben lösen konnten, die Mathematik nicht geworden.

* Lehrplan am Realgymnasium

4. Der Mathematikunterricht im Umbruch

4.1. Ziele im Unterricht

Im 19. Jahrhundert kommt es zur Trennung der „Angewandten“ von der „Reinen“ Mathematik. Der scheinbare Gegensatz von Anwendungsbeispielen (oft an den Haaren herbeigezogene „Anwendungen“ von Schiffen und Leuchttürmen, Trichtern und Bojen sind jedem Maturanten bekannt) und trockenen Beweisen ist auch noch heute im Unterricht spürbar. Aber Angewandte und Reine Mathematik kann man schon längst nicht mehr trennen.

Manchmal bringt zuerst die Theorie neue Erkenntnisse, deren Anwendbarkeit sich erst später zeigt. Als Beispiel seien hier die von *Josef Radon* 1917 in Wien veröffentlichten Grundlagen zur Lösung riesiger Gleichungssysteme genannt. Damals hätte man gewußt, **wie** man solche Systeme löst, aber der Rechenaufwand war nicht zu tätigen, und wozu Gleichungssysteme mit 1 000 oder mehr Unbekannten brauchbar sein sollten, war nicht klar. Erst mit der Entwicklung leistungsstarker Rechner war es möglich, solche riesigen Gleichungssysteme zu lösen, und damit war die mathematische Grundlage der Computertomographie geschaffen. Denn die „Bilder“, die ein Computertomograph bietet, sind keine Bilder im physikalischen Sinn, sondern in Graustufen dargestellte, errechnete Lösungen von riesigen Gleichungssystemen, deren Unbekannte von Gewebestrukturen verschluckte Röntgenstrahlenintensitäten sind.

Des öfteren verlangt wohl die Anwendung neue mathematische Verfahren. Die Kosten- und Preistheorie entstand aus wirtschaftlicher Notwendigkeit, die Graphentheorie entwickelte sich für die Weltraumfahrt, Bezierkurven entstanden im Karosseriebau der Autoindustrie usw. Auch Kapitel aus der Reinen Mathematik wie Integral- oder Differentialrechnung sind letztendlich aus der Anwendung entstanden. Wie sollten die Physiker sonst Arbeit oder Geschwindigkeiten ausrechnen?

Der „neue“ österreichische Lehrplan (der nächste „neue“ Lehrplan ist bereits in Arbeit) in Mathematik nennt u.a. *Anwenden* als ein Unterrichtsziel. Der Schüler soll die Möglichkeit haben, schöpferisch tätig zu sein, das kritische Denken, Argumentieren und Interpretieren lernen und die praktische Nutzbarkeit von Mathematik erfahren. Mathematisches Wissen und Können bleibt selbstverständlich ein fundamentales Ziel.

Aus reiner Anwendung heraus werden diese Fähigkeiten nicht schulbar sein. Theorie wird notwendig sein, um Allgemeingültiges, mathematische Idealisierungen und exakte Beweisführung von den oft notwendigen Vereinfachungen und Näherungen der Anwendung zu trennen.

Eine wichtige Aufgabe des Unterrichts im Hinblick auf Angewandte Mathematik wird meines Erachtens darin bestehen, aus „Texten“ (besser aus Problemstellungen der Wirklichkeit) mathematische Sachverhalte „herauszufiltern“, Modelle zur Lösung des Problems zu entwickeln und diese letztendlich auf ihre Tauglichkeit zu durchleuchten. Der Möglichkeit, unterschiedliche Rechenverfahren bzw. Software einzusetzen, um zum Ziel zu kommen, wird genügend Raum zu geben sein.

Ein Beispiel aus der Praxis möge dies zeigen: Eine Holzverarbeitungsfirma schneidet unterschiedlich bemaßte Bretter aus Baumstämmen und lagert sie bis zum Verkauf. Die betroffene Firma wandte sich an die Universität Klagenfurt, um zu errechnen:

(1) Wie muß man zuschneiden, um wenig Abfall zu haben (Extremwertaufgabe?), (2) es sollen möglichst viele Bretter entstehen, die sich gut verkaufen lassen (Preis-Nachfrage- Problem?), aber (3) die Lagerhaltungskosten sollen minimal sein (Optimierungsproblem?).

Zur Lösung dieser Aufgabe mußten nicht nur neue mathematische Modelle entwickelt, sondern leider auch eine neue Software programmiert werden, weil die bestehende untauglich war. Ohne Computereinsatz gäbe es keine Lösung.

Da Mathematik in viele Bereiche des Lebens eingreift, wird fachübergreifender Unterricht bzw. ein gutes Allgemeinwissen ein Gebot der Zukunft sein. Es sei mir - als leidenschaftliche Anhängerin einer umfassenden Allgemeinbildung - erlaubt, die Bedeutung der AHS doppelt zu unterstreichen. Keine einseitig gebildeten Techniker werden Probleme der Zukunft lösen können. Nur Kompetenz auf vielen Gebieten wird der Jugend im nächsten Jahrtausend Arbeitsplätze sichern.

4.2. Der Computer im Mathematikunterricht

Der Computer mit seinen Möglichkeiten an Rechenschnelligkeit und Genauigkeit sowie graphischer Darstellung wird sicher den Mathematikunterricht des nächsten Jahrhunderts total verändern. Die Lehrbücher der 80er Jahre trugen dem insofern Rechnung, daß ein starker Zusammenhang zwischen Mathematik und Informatik hergestellt wurde. Ab der 5. Klasse wurden die Schüler immer wieder aufgefordert, Beispiele dadurch zu lösen, daß sie ein kleines Computerprogramm erstellten. Flußdiagramme und Strukturdiagramme fanden sich sehr zum Leidwesen der Mathematiklehrer, die keine Informatikkenntnisse hatten, in den Lehrbüchern. Fast jeder Mathematiker sah sich gezwungen, wenigstens die Grundregeln des Programmierens zu erlernen. Mühsam haben wir Programme erstellt, die darin gipfelten, ein Ei, das ein Kreis sein sollte, zu zeichnen. Gott sei Dank vollzog sich die Softwareentwicklung in einem so atemberaubenden Tempo, daß Programmieren immer mehr zu einem Vorgang für einige wenige Eingeweihte wird und das Hauptgewicht auf der Anwendung erstklassiger fertiger Mathematikprogramme liegt.

Die Hinwendung zur Anwendbarkeit der Mathematik wird vermehrt Rechenverfahren in den Unterricht bringen, die ohne Computer undurchführbar sind. Als ein Beispiel sei das Kapitel „Vernetzte Systeme“ aus dem Lehrplan der 7. Klasse Realgymnasium genannt: Unterschiedliche Modelle zur Populationsentwicklung z.B. der Einfluß der Umweltbelastung auf das Bevölkerungswachstum können am Bildschirm schnell sichtbar gemacht werden. Näherungsverfahren, Matrizenrechnung, Lösen von größeren Gleichungssystemen sind ebenfalls Beispiele, die Computereinsatz notwendig machen.

Eine große Hilfe für den Unterricht ist die Computergraphik. „Auf Knopfdruck“ kann jede Menge Kurven mit der gewünschten Skala dargestellt werden. Das Zeichnen von Graphen war bis jetzt eine zwar notwendige aber mühevollere Sache. Die Struktur von Funktionstermen, die Auswirkung von Veränderungen in den Koeffizienten auf den Kurvenverlauf läßt sich mittels Computer viel schneller erkennen.

Letztendlich ist ein Computer auch ein Rechner, der von langen Rechnungen entlastet und Zeit läßt für das Diskutieren von Ergebnissen und Lösungswegen, der aber auch erlaubt, reine Strukturmathematik zu betreiben.

Die am BG/BRG Piaristengasse bis jetzt am Computer eingesetzten Mathematikprogramme waren v.a. DERIVE und CABRI.

DERIVE ist ein Programm mit großen symbolischen, numerischen und graphischen Fähigkeiten. Es ist weltweit im Einsatz, hat in den letzten 10 Jahren die Arbeit von Wissenschaftlern und Ingenieuren erleichtert und hat nun auch in den Schulen Einzug gehalten. Über Derive gibt es viele Veröffentlichungen in englischer, aber auch in asiatischen Sprachen. In Europa ist neben Spanien Österreich ein Zentrum für den Schuleinsatz des Programms. Die Einsatzmöglichkeiten des Programms in der Oberstufe sind so vielfältig, daß nur einiges erwähnt werden soll: Graphische Darstellungen, Schaltalgebra, Einstieg in die Chaosmathematik, Splines, Approximationen (Taylorreihen), Analytik usw. Für die Unterstufe sind die graphischen Anwendungen (Funktionsgraphen), Lösen von Gleichungen, Termumformungen, etc. mögliche Einsatzgebiete.

CABRI ist ein Konstruktionsprogramm, das außer in Mathematik auch im Unterrichtsfach Geometrisch Zeichnen Verwendung findet. Prof. Müller ist seit Jahren Fachmann für dieses

Programm und hat schon viele Lehrer in der Anwendung von CABRI eingeschult. CABRI bietet durch seine einfache Handhabung auch viele Einsatzmöglichkeiten für die Unterstufe (Dreieckskonstruktionen, Ortslinien usw.).

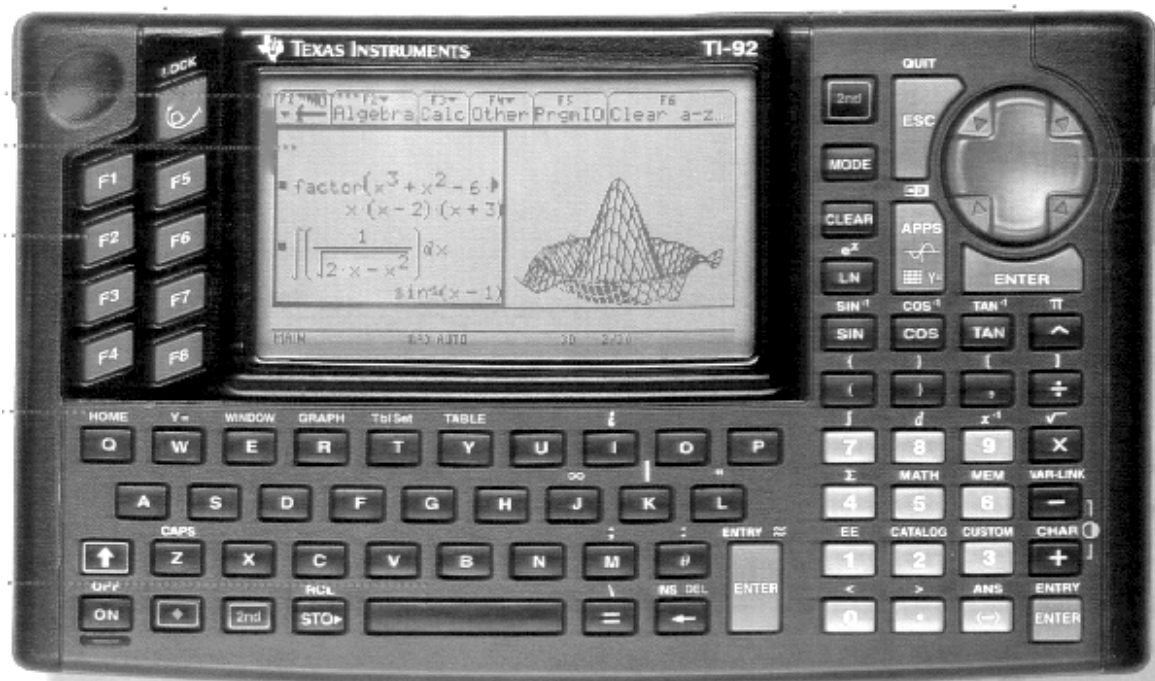
4.3. Der Symbolrechner TI - 92

Der TI - 92 ist ein programmierbarer Taschenrechner, der die Technologien Computeralgebra und Computergeometrie zu Verfügung hat. Er entstand aus einer Kooperation zwischen dem Taschenrechnerhersteller Texas Instruments, Soft Warehouse, Inc. (den Entwicklern von DERIVE) und der Universität Joseph Fourier (den Entwicklern von CABRI GEOMETRIE).

Ab dem Schuljahr 1997/98 wird österreichweit ein Unterrichtsprojekt zum Einsatz des TI - 92 im Mathematikunterricht gestartet. Österreich hat damit weltweit eine Vorreiterrolle bezüglich Einführung eines so leistungsstarken Rechners im regulären Mathematikunterricht übernommen. Die Erfahrungen von Lehrern und Schülern mit diesem Gerät sind für Bildungsexperten anderer Länder interessant und werden mit Neugier erwartet.

Schon vor 4 Jahren nahm Prof. Braun mit einer 4. Klasse an einem Forschungsprojekt über den Einsatz des Computers im Mathematikunterricht teil. Allen Kindern wurde damals für zu Hause ein PC zur Verfügung gestellt. Das benutzte Programm war DERIVE. Die damals durchwegs positiven Erfahrungen bewogen die Mathematiklehrer, auch eine Teilnahme am Projekt TI-92 in Erwägung zu ziehen.

Sicher ist der Einsatz eines so leistungsstarken Rechners in der Unterstufe keine Notwendigkeit, ja vielleicht sogar nicht ohne Gefahr, händisches Rechnen zu vernachlässigen. Trotzdem war die große Mehrheit der Eltern der kommenden 3RG - SchülerInnen dafür, mit der im Lehrplan vorgesehenen Einführung eines Taschenrechners gleich den TI-92 zu besorgen und damit am Unterrichtsprojekt teilzunehmen.



Die Vorteile eines Taschenrechners gegenüber einem PC sind klar: Jedes Kind hat in der Schule und zu Hause sein Gerät. Die Schule wird Overheaddisplays ankaufen, sodaß die Lehrer den Bildschirm ihres Rechners für alle SchülerInnen sichtbar machen können. Das wird Erklärungen sehr erleichtern. Die Schüler werden über das Display auch ihre Bildschirme an

die Tafel projizieren und somit „an der Tafel vorrechnen“ können. Die Rechner dürfen auch bei Schularbeiten und der Matura eingesetzt werden.

Der TI-92 zeichnet sich dadurch aus, daß rasch zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Tabellen oder Termen einerseits und Graphiken andererseits) gewechselt werden kann. Damit ist ein tieferes Problemverständnis erzielbar.

Der Rechner erzieht zu genauem Arbeiten. Definitionsbereiche müssen beachtet werden, Ergebnisse müssen überlegt, geprüft und diskutiert werden. Durch den Taschenrechnereinsatz können auch zusätzliche Fragen entstehen wie: Warum ist dieses Problem unlösbar?

Ein großes Betätigungsfeld ist das Behandeln von Sonderfällen, denn diese sind es, die dem Mathematiker in der Praxis das Leben schwer machen. Denke ich an meine Schulzeit zurück, so hatte jede Gleichung oder jedes Gleichungssystem „schöne“ Lösungen. Generationen von Mathematiklehrern erfanden solche Beispiele. Unlösbares kam so gut wie nie vor. Es entspricht der Intention des Mathematiklehrplanes, mehr die Lösbarkeit oder die verschiedenen Lösungsfälle eines Problems zu bearbeiten, als mechanisch etwas auszurechnen. Diese Arbeit nimmt uns die Maschine ab, das mathematische Umfeld muß der Mensch überlegen. Probleme erkennen und exaktes Denken wird von den Schülern stärker gefordert als früher. Leichter ist die Mathematik durch den Einsatz von Computern nicht geworden!

Selbstverständlich gibt es genug Aufgabenstellungen, für die ein Einsatz des TI-92 nicht sinnvoll erscheint. Ein Rechenhilfsmittel sollte nicht zum Selbstzweck werden oder womöglich noch zur Erschwerung von Rechnungen beitragen.

Die Lehrer der kommenden 3RG -Klassen werden für das TI-92 - Projekt speziell eingeschult. Während des Schuljahres werden die Teilnehmer am Unterrichtsprojekt aus Niederösterreich unter Leitung des zuständigen Fachinspektors Hofrat Dr. Heugl immer wieder zusammentreffen und ihre Arbeit, Erfahrungen und etwaige Probleme besprechen.

Und was sagen die Betroffenen zu diesem Projekt? Alle SchülerInnen waren restlos begeistert, was sicher auch dazu beigetragen hat, Eltern und Lehrer zu überzeugen.

Sofort haben wir uns an die Arbeit gemacht, um wenigstens etwas die Sprache des TI-92 zu erlernen. Als echter Amerikaner „spricht“ und „versteht“ er nur Englisch, und so wurden einige Mathematikstunden in Englisch gehalten, was zur Freude der SchülerInnen den Mathematiklehrern ebenso schwer fiel wie den Kindern.

Sollte der Rechner, der Gleichungen löst, Terme umformt, Dreiecke konstruiert, Kurvendiskussionen samt Zeichnung und Flächenberechnung mittels Integral in Blitzesschnelle kann, ein Motivationsschub sein, sollte er gar Freude an Mathematik im Besonderen und an der Schule im Allgemeinen vermitteln, so ist er die Geldausgabe (ca. 2 400 Schilling) schon wert.

Trotzdem wird auch weiter die Lehrperson wesentlich für einen gelungenen Unterricht sein. Der amerikanische Psychologe *J.S. Bruner* schreibt, der Lehrer sei „ nicht nur Vermittler, sondern auch Vorbild. Wer in Mathematik nichts Schönes oder Packendes zu sehen vermag, wird kaum imstande sein, andere dafür zu erwärmen, daß sie das Erregende spüren, das in der Sache liegt. Ein Lehrer, der seiner eigenen Intuitivität nicht Ausdruck geben will oder kann, dürfte wenig Erfolg damit haben, bei seinen Schülern Intuition anzuregen.“

5. Ist Mathematik Allgemeinbildung?

Wenn man die stürmische Entwicklung der Mathematik und damit verbunden des Mathematikunterrichts betrachtet, erhebt sich die Frage, ob dieses Wissen und Können noch unter den Begriff Allgemeinbildung fällt. Obwohl kaum jemand die Wichtigkeit und Anwendbarkeit von Mathematik bezweifeln wird, werden Stimmen laut, die der heute in den Schulen vermittelten Mathematik jede Allgemeinbildung absprechen, sie als für das Leben unbrauchbare Fertigkeit abtun. Tatsächlich wird - bei den geringen Preisen der Taschenrechner - sogar auf die 4 Grundrechnungsarten zu verzichten sein. Andere Dinge, wie die Berechnung von Kreditzinsen, sind sowieso so kompliziert, daß oft nicht einmal Bankfachleute genau wissen, nach welchen Kriterien der Computer rechnet.

Mathematik braucht man zwar heute mehr denn je für viele Studienrichtungen, denn selbst Disziplinen, die früher nur mit sogenannten geisteswissenschaftlichen Methoden arbeiteten, haben die Mathematik entdeckt. Volkswirtschaftler beschäftigen sich mit Spieltheorie, Soziologen und Psychologen errechnen Korrelationskoeffizienten und selbst die Pädagogik untermauert ihre Erkenntnisse lieber mit Statistik als pädagogischer Intuition. Aber schließlich könnten diese Fertigkeiten auch die Universitäten vermitteln, was allerdings die universitäre Ausbildung noch weiter verlängern würde. Sinnvoller Umgang und Verstehen von Mathematik erfordert meines Erachtens aber einen langen Lernprozeß, der langsam vom einfachen, konkreten zu immer abstrakterem, analytischem Denken führen muß.

Wenn Europa auch nur annähernd wirtschaftlich mit Amerika und den asiatischen Ländern mithalten will, wird die Zukunft unserer Jugend gerade im technisch - naturwissenschaftlichen Bereich liegen. Es wäre keine kluge Entscheidung, ausgerechnet die wichtigste technische Hilfswissenschaft aus dem Fächerkanon zu streichen oder wenigstens vehement zu kürzen, wie das manchmal gefordert wird.

Mathematik ist als intellektuelle Herausforderung zu verstehen. Durch ihr hohes Anspruchsniveau entzieht sie sich zwar den heute sehr stark geförderten Ideen eines lustvollen Lernens, bei dem der Lehrer eher Animator als Wissensvermittler ist, wobei jedoch die Schüler bei Projekten im Teamwork soziales Umgehen lernen sollen, und die Lerninhalte von den Schülern ausgewählt und im eigenen Lerntempo erarbeitet werden. Und trotzdem, ein gelöstes Beispiel, ein selbst geführter Beweis oder auch nur das Verstehen einer Herleitung, das Erkennen der Exaktheit, die keinen noch so kleinen Fehler verzeiht, können Freude vermitteln.

Daß Mathematik notgedrungen zur Genauigkeit erzieht, ist hinlänglich bekannt. Mit den ihr eigenen strengen Gesetzmäßigkeiten, den Grundregeln und daraus abgeleiteten Sätzen, den genauen Definitionen, bei denen jedes veränderte Wort eine Sinnänderung bedeutet, ist die Mathematik wie eine Sprache mit einer ihr eigenen Grammatik. Tatsächlich sind die allgemeinbildenden Werte von Latein und Mathematik durchaus ähnlich, und es verwundert nicht, daß manchmal gerade „Realisten“ Latein einer lebenden Sprache vorziehen.

Fähigkeiten, die durch Beschäftigung mit Mathematik bzw. Naturwissenschaften erworben werden, sind das Erkennen von Problemen, das Trennen des Wesentlichen vom Unwesentlichen, das klare Formulieren des Problems und der Versuch, eine Lösungsstrategie zu entwerfen. Diese Fähigkeiten sind auch im Leben von unschätzbarem Wert. Das Hinterfragen, warum etwas so und nicht anders abgelaufen ist, das Analysieren von Geschehnissen, das Bedürfnis, anstehende Probleme nicht vor sich herzuschieben, sondern möglichst gleich und gründlich einer brauchbaren Lösung zuzuführen und dabei auch neue, ungewöhnliche Methoden einzusetzen, sind Fertigkeiten, die nicht nur in der Mathematik, sondern auch im Alltag brauchbar sind.

Literatur- und Quellenangabe:

- O. Becker: Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung (Frankfurt 1975)
D. Davidenko: Ich denke, also bin ich - Descartes' ausschweifendes Leben (Frankfurt 1993)
H. Engelbrecht: Geschichte des Österreichischen Schulwesens Bd 1-5 (Wien 1982-1988)
A. Garcia: Mathematisches Praktikum mit DERIVE (Bonn 1995)
J. Humenberger/H. Ch. Reichel: Fundamentale Ideen der Angewandten Mathematik
(Mannheim 1995)
G. Kowalewski: Große Mathematiker (Berlin 1938)
M. Kronfellner: Historische Aspekte im Mathematikunterricht (Referat, Wien 1997)
B. Kutzler: Symbolrechner TI-92 (Bonn 1996)
W. Lietzmann: Überblick über die Geschichte der Elementarmathematik (Leipzig 1928)
H. Meschkowski: Wandlungen des mathematischen Denkens (München 1985)
R. Müller: Beispiele und Gedanken zum Einsatz des TI-92 (Referat, Wien 1997)
R. Teschner: Ist Mathematik noch zu retten? (Referat, Wien 1997)
F. Schlöglhofer: Einsatzmöglichkeiten des TI-92 (Referat, Wien 1997)
F. Villicus: Die Geschichte der Rechenkunst (Wien 1891)
H. Wieleitner: Geschichte der Mathematik (Leipzig 1922)