Austrian Center for Didactics of Computer Algebra

www.acdca.ac.at

hheugl@aon.at

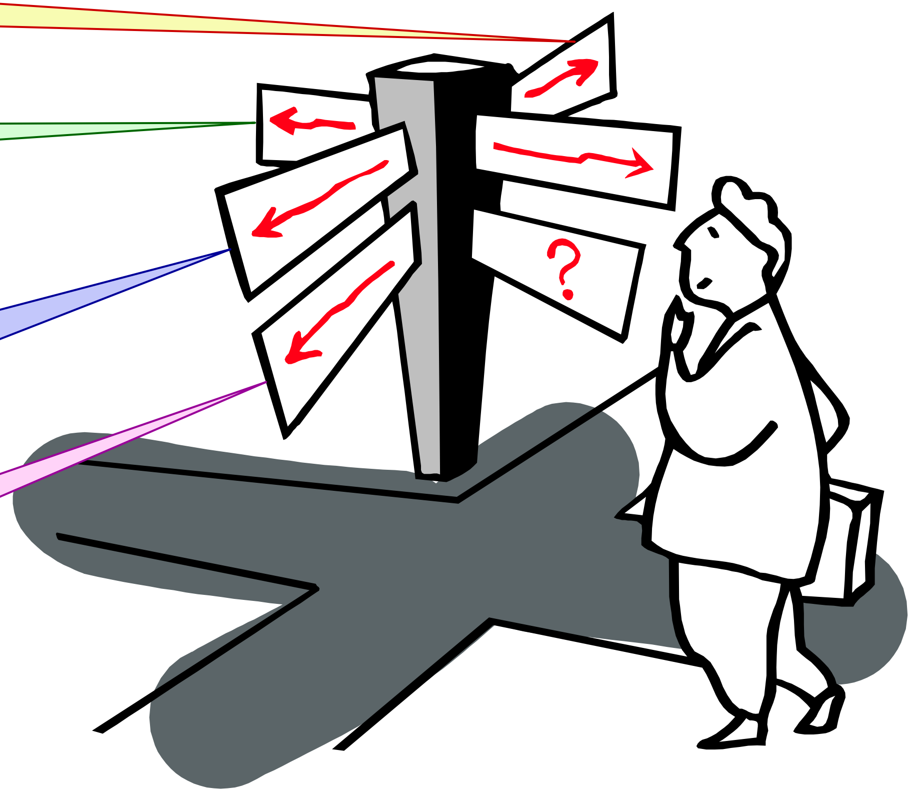
Standards ⇔ Technologie

1. Konzepte

2. Umsetzung

3. Einfluss von Technologie

4. Ausblick



Austrian Center for Didactics of Computer Algebra

Wels, November 2005

Dr. Helmut Heugl

1.1 Warum wir Qualitätsentwicklung – warum wir Standards brauchen

- Internationalisierung –internationale Vergleichbarkeit und zur Durchlässigkeit unseres Bildungssystems
- Hinterfragen der Vergabe von Berechtigungen
- Konsequenzen aus TIMSS und PISA

  Mehr Augenmerk auf langfristig verfügbare Kompetenzen

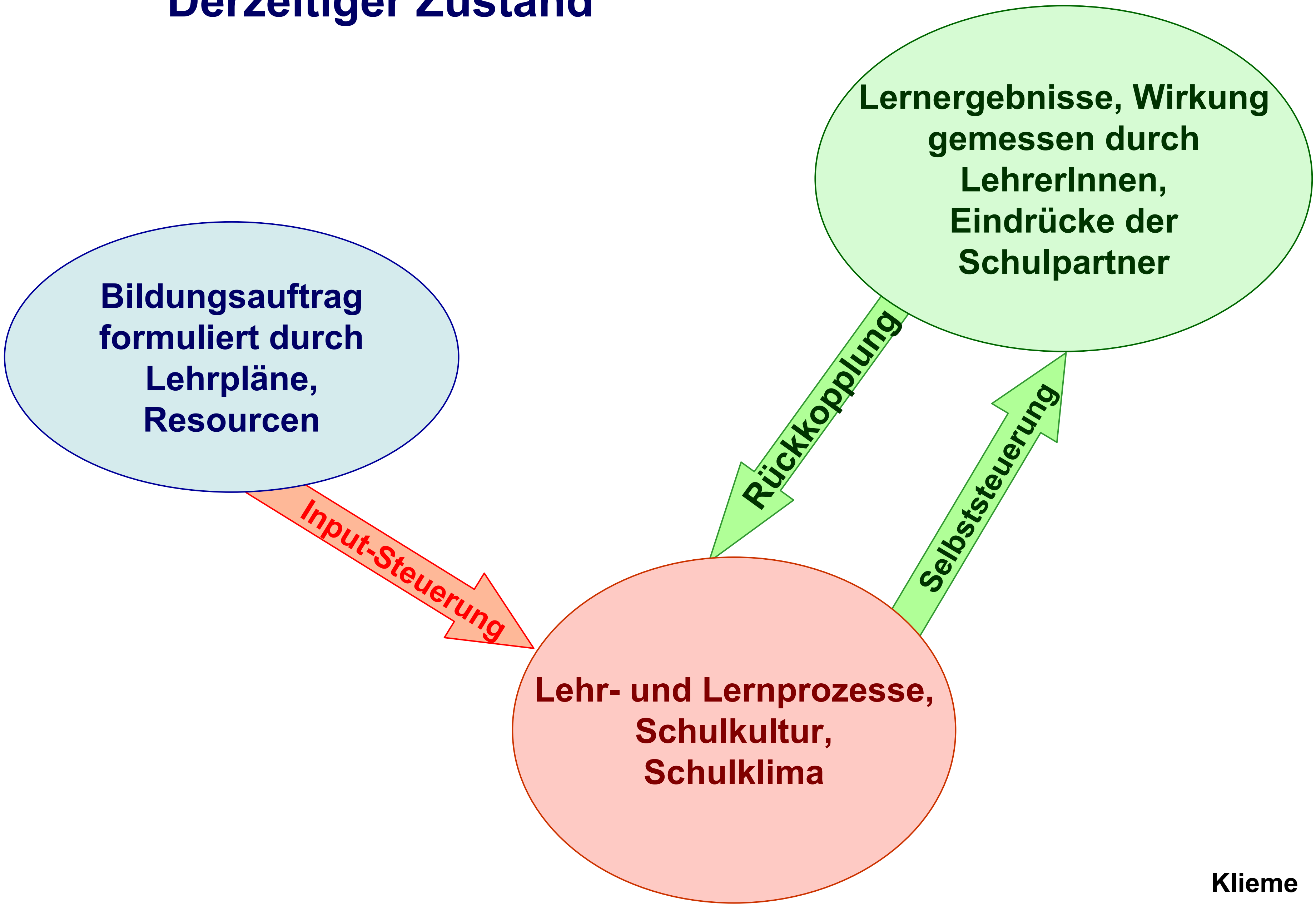
  Hinterfragender Bildungsziele und Inhalte nach ihrer Notwendigkeit und Brauchbarkeit für lebenslanges Lernen

  Die oft im Mittelpunkt der Qualitätsdiskussionen stehenden Schlüsselqualifikationen“ benötigen als Voraussetzung <u>eine fundierte fachliche Grundbildung</u>

  Bildungsabschlüsse müssen - zumindest was unverzichtbare Grundkompetenzen anlangt – vergleichbarer werden

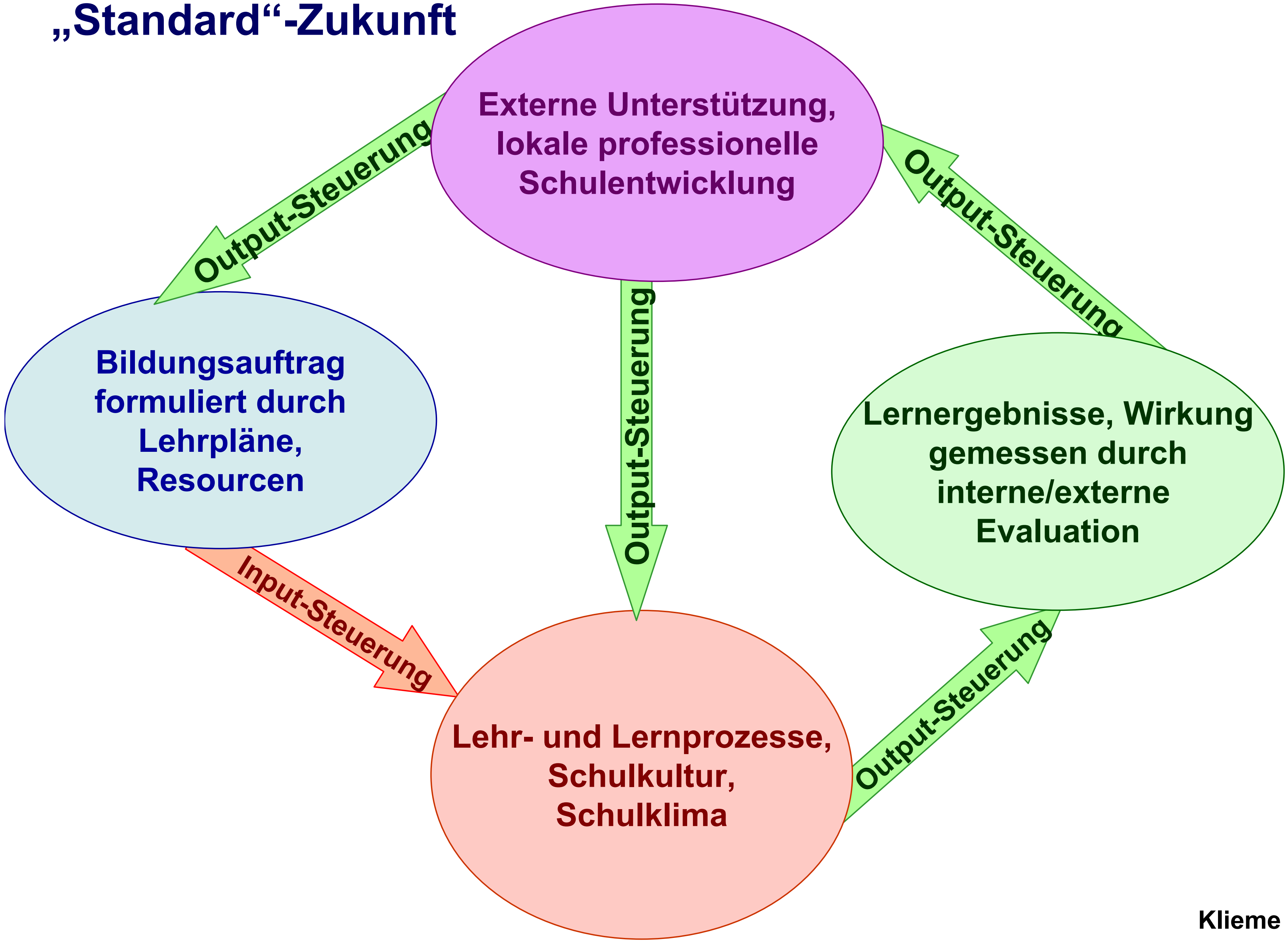
Annahme: Wir brauchen Standards!

Derzeitiger Zustand



Klieme

„Standard"-Zukunft



Klieme

Verschiedene Arten von Standards

	Minimal-standards	Regel-standards	Ideal-standards
Inhaltsbezogene Standards	Kern-lehrpläne		
Produktorient. Standards		PISA Aufgaben	NCTM principles a. standards
Prozessorient. Standards			

Interpretation of the concept of standards

	Minimal-standards	Regel-standards	Ideal-standards
Inhaltsbezogene Standards			
Produktorient. Standards		Regel-standards	
Prozessorient. Standards			

- **„Orientierungs- und Evaluationsstandards“, die ein erwartetes Niveau ausdrücken**

  Man darf sich am <u>Anfang keine allzu tollen Ergebnisse</u> erwarten, aber durch entsprechende Steuermaßnahmen sollte das Ergebnis <u>im Laufe der Zeit besser</u> werden.

- **„Berechtigungsstandards“**

  Es müssten möglichst viele Schüler/innen die Standards erfüllen.

Nicht

„Teaching to the Tests“

sondern

„Testing to the Teaching“

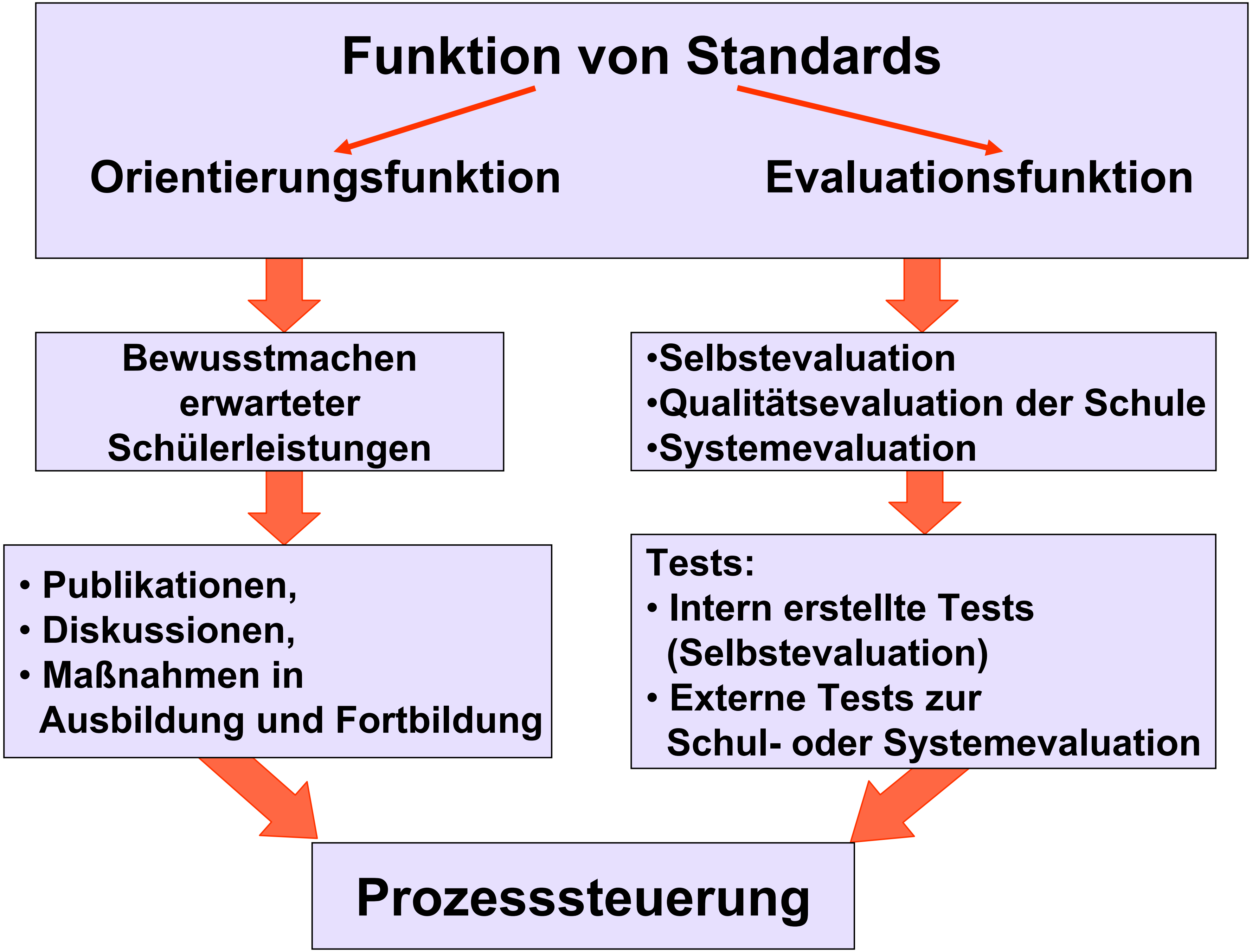
W. Herget

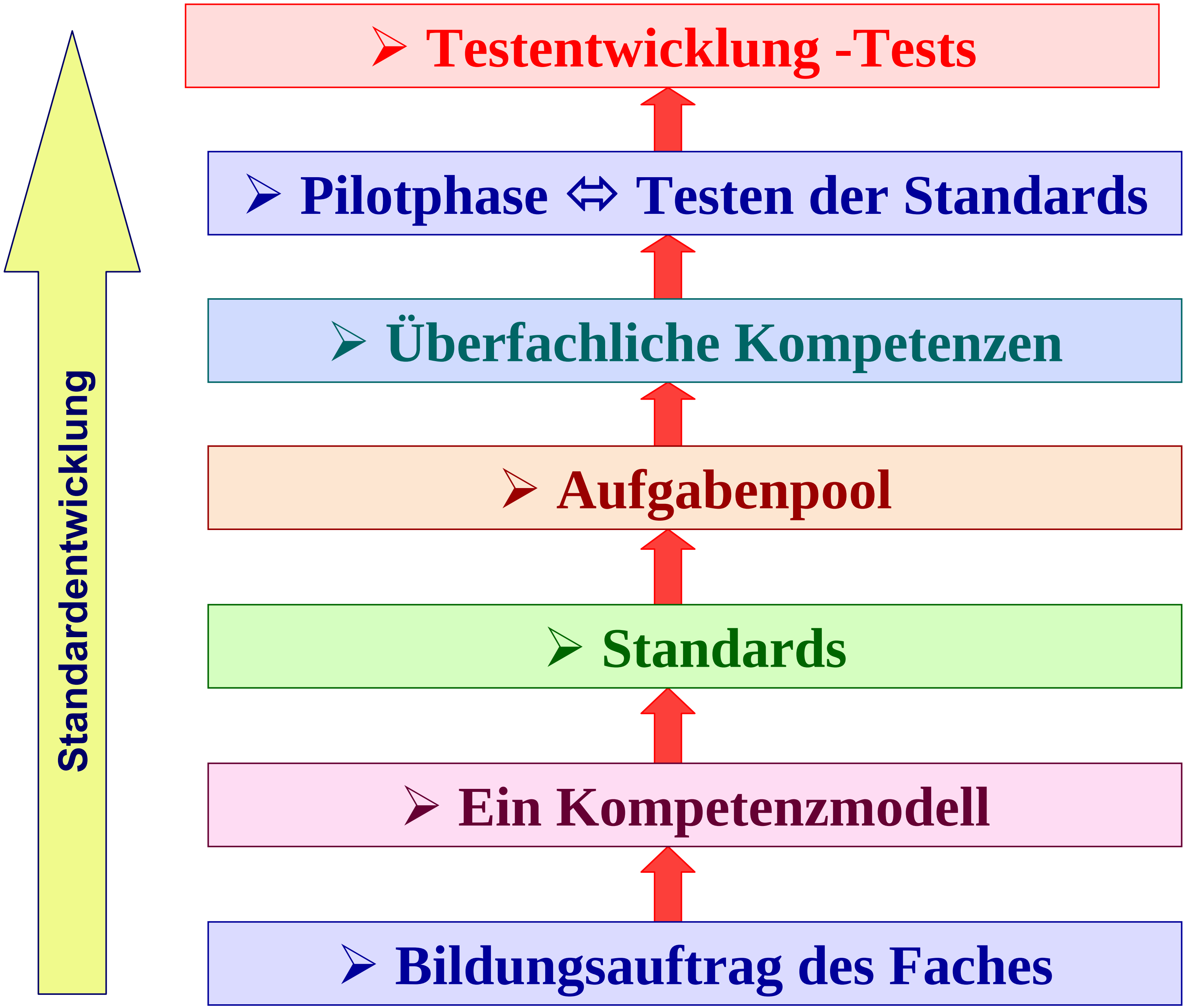
Begriffsklärung V

Standardmessungen zur Systemevaluation bzw. Qualitätsevaluation einer Region, einer Schule	Standardmessungen zur Individualdiagnose für einzelne Schüler(innen) oder Schülergruppen
↓	↓
➢ Systemsteuerung ➢ Qualitätsentwicklung in einer Region, in einer Schule	➢ Individual- oder Gruppentherapien ➢ Fördermaßnahmen
↓	↓
Messung am Ende eines Bildungsabschnittes	Messung während des Bildungsabschnittes

Zusammenfassung

Was Bildungsstandards sind	Was Bildungsstandards nicht sind
➢ Leistungsstandards	➢ Keine Prozessstandards ⇔ legen nicht fest, was guter Unterricht ist
➢ Fachbezogene Standards	➢ Kein Instrument der Lehrer-innenbeurteilung
➢ Regelstandards	➢ Schränken Autonomie nicht ein
➢ Instrument der Outputsteuerung	➢ Kein Instrument der Berechtigungsvergabe
	➢ Keine Minimalstandards


Funktion von Standards
Orientierungsfunktion
Evaluationsfunktion
Bewusstmachen erwarteter Schülerleistungen
•Selbstevaluation
•Qualitätsevaluation der Schule
•Systemevaluation
• Publikationen,
• Diskussionen,
• Maßnahmen in Ausbildung und Fortbildung
Tests:
• Intern erstellte Tests (Selbstevaluation)
• Externe Tests zur Schul- oder Systemevaluation
Prozesssteuerung


Testentwicklung -Tests
Pilotphase ⇔ Testen der Standards
Überfachliche Kompetenzen
Aufgabenpool
Standards
Ein Kompetenzmodell
Bildungsauftrag des Faches
Standardentwicklung

Kompetenzmodell

- Zur Vermittlung zwischen abstrakten Bildungszielen und konkreten Aufgabensammlungen
- Als Vorgabe, als Raster für die Formulierung der Standards und die Entwicklung von Aufgaben

Kompetenzen ⇔ **kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten, die von Lernenden entwickelt werden können und sie befähigen, bestimmte Entscheidungen zu treffen und bestimmte Tätigkeiten in variablen Situationen auszuüben**

Grundlage für das Kompetenzmodell:
Der Bildungsauftrag des Faches

Bildungsauftrag ⇔ Verschiedene Rollen des Faches Mathematik

- **Mathematik ⇔ Technik des Problemlösens durch Schließen**

  3 Phasen des Problemlöseprozesses: Modellieren – Operieren - Interpretieren

- **Mathematik als Sprache**

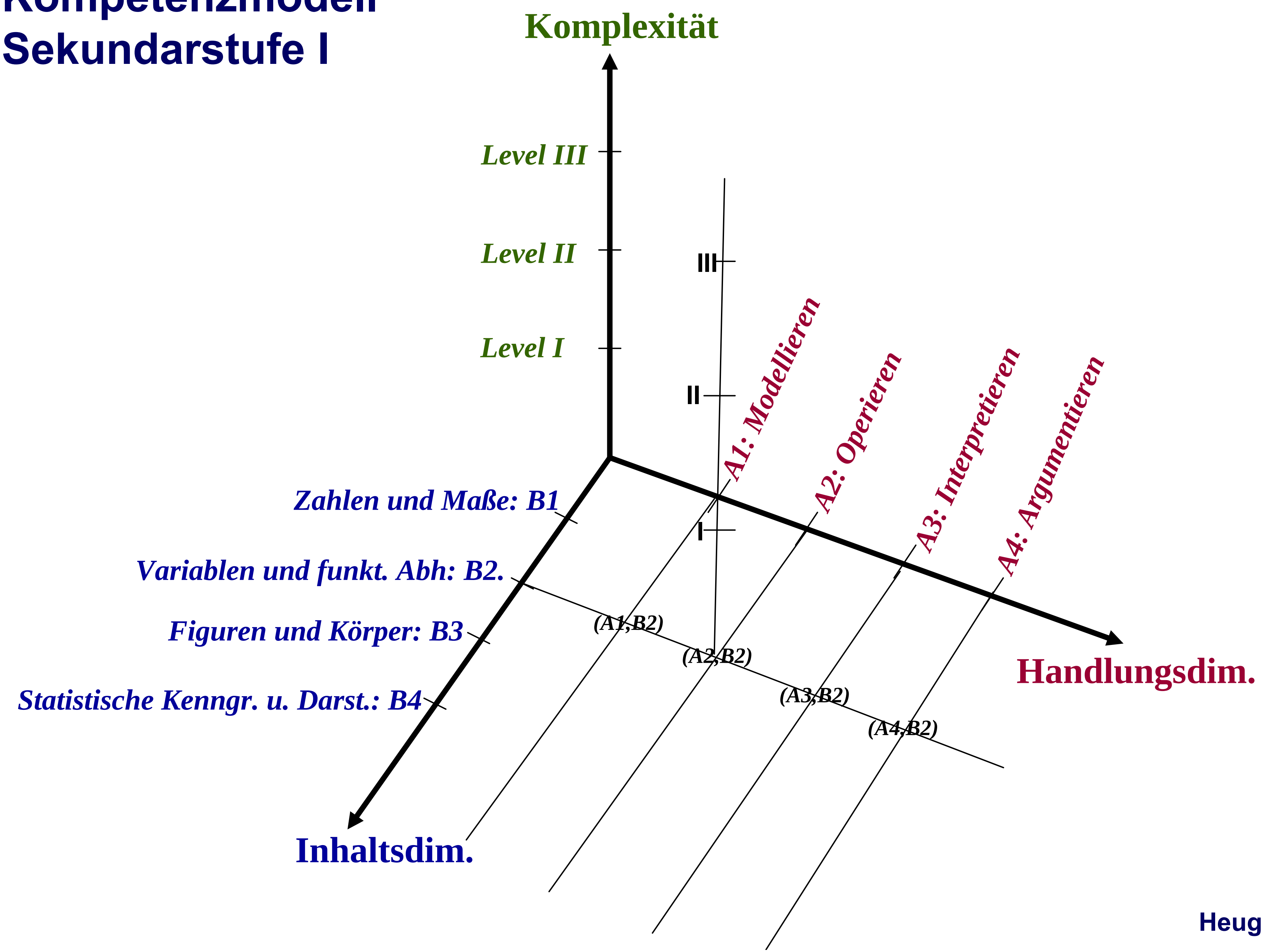
  Die Schüler sollen 3 Arten von Sprachen lernen:
  die Muttersprache – Fremdsprachen - Mathematik

- **Mathematik als Denktechnologie**

  Experimentieren, Analogisieren, Generalisieren, Spezialisieren; logisches Schließen; Argumentieren, Begründen; Dokumentieren, Präsentieren, usw.

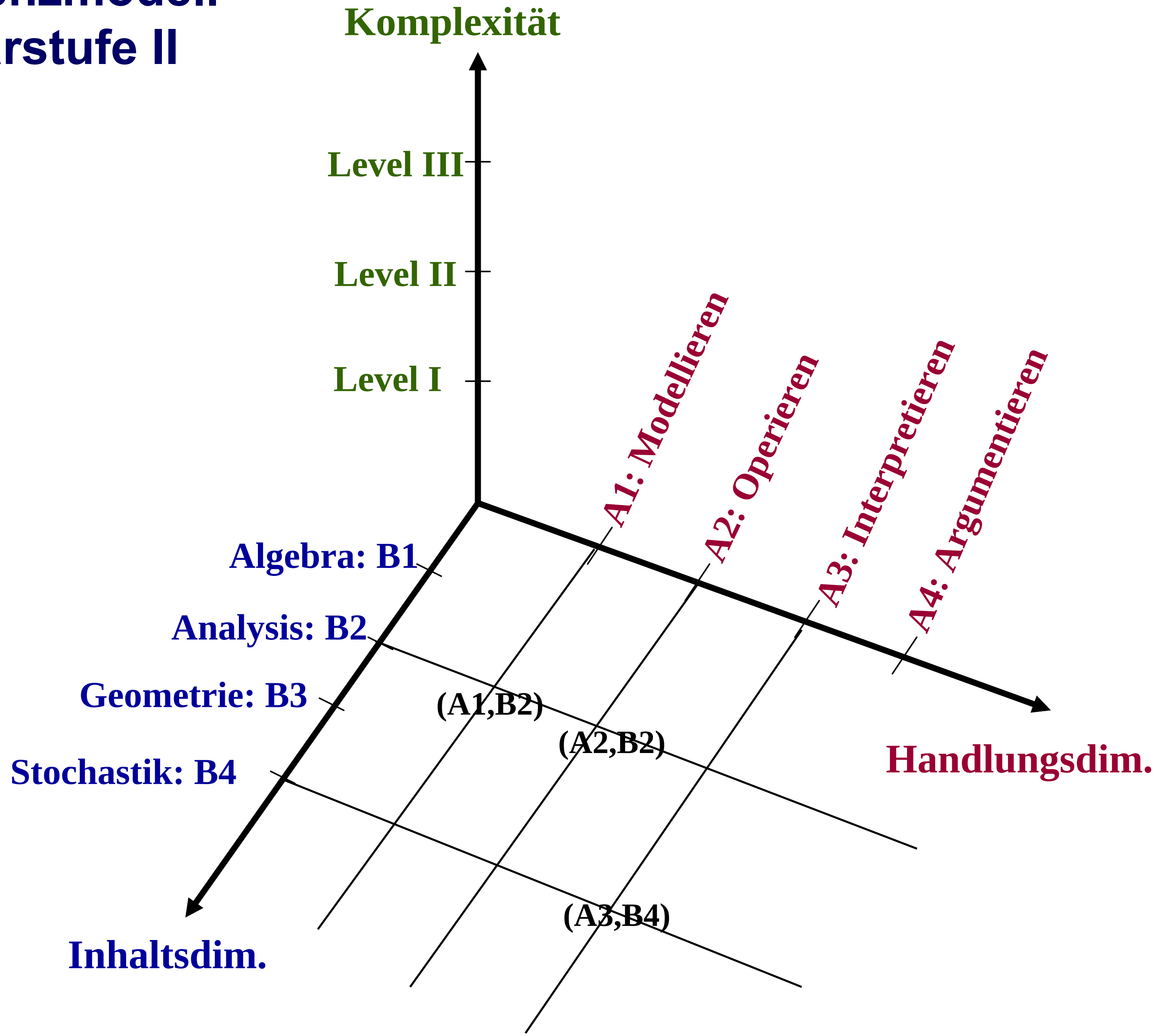
Heugl

Kompetenzmodell
Sekundarstufe I



Heugl

Kompetenzmodell
Sekundarstufe II



Standards

Ein Teilbereich aller im Mathematikunterricht erworbenen Kompetenzen ⇔ nämlich die unverzichtbaren Grundkompetenzen ⇔ Standards

Standards beschreiben Ausprägungen von Kompetenzen, über die Schülerinnen und Schüler an bestimmten Punkten ihrer Schullaufbahn verfügen sollen.

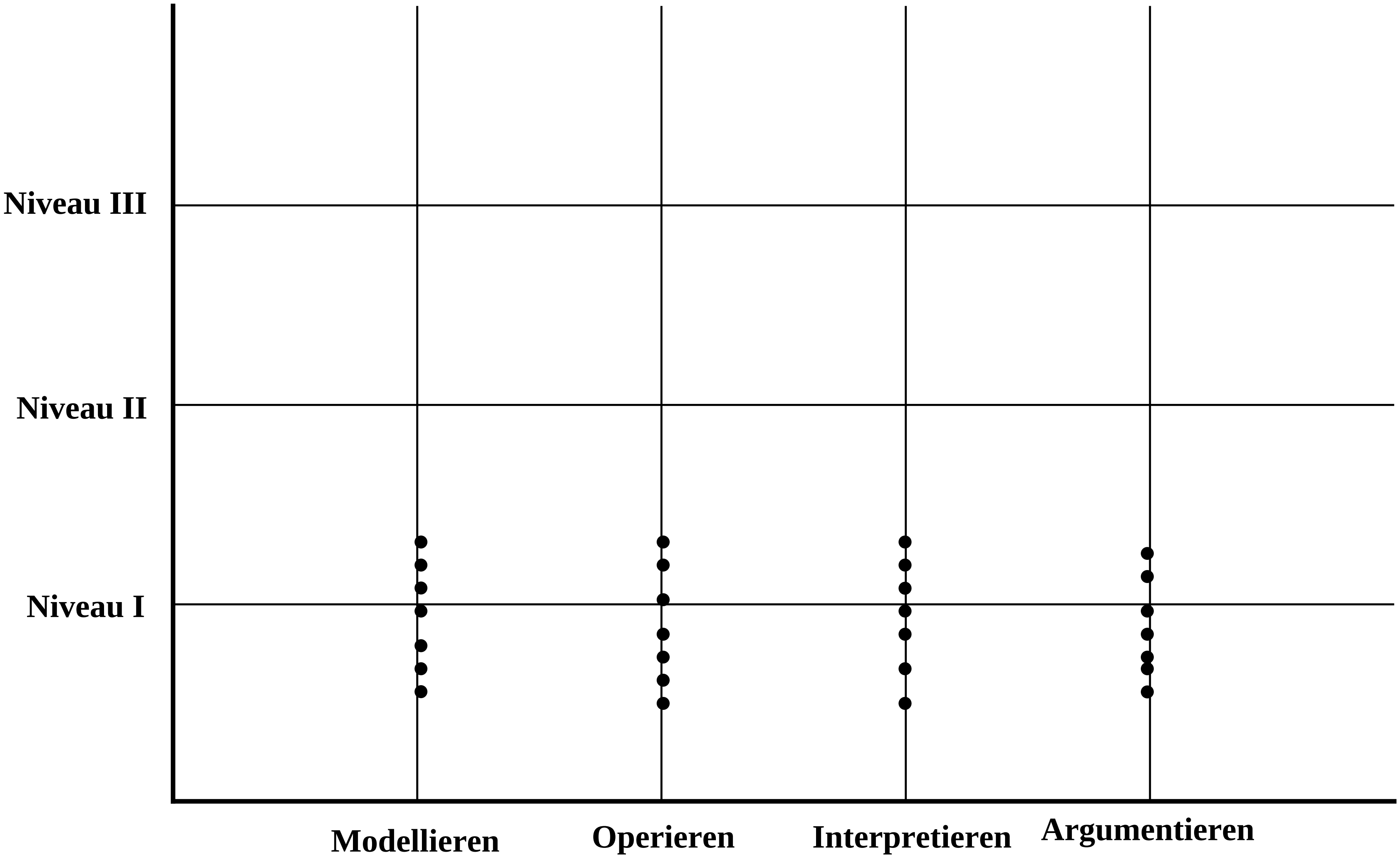
Bildungsstandards beschreiben langfristige Kompetenzen

Mathematische Standards haben eine Handlungs-dimension und eine Inhaltsdimension

Handlungsdimension (A)	Inhaltsdimension (B)
A4: Argumentieren Ich kann einzelne Rechenschritte begründen wie auch begründen, warum etwas falsch ist	**B1: Arbeiten mit Zahlen und Maßen** Ich kenne die Begriffe „Prozent“ und „Zinsen“ und kann damit verständig umgehen

Standard

Ich kann beim Prozentrechnen begründen, warum etwas falsch ist



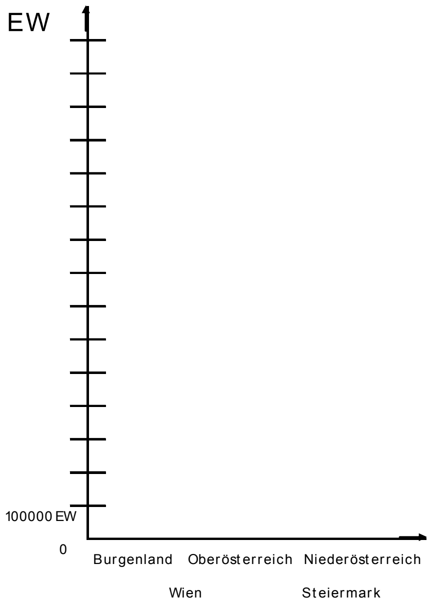
Anforderungsstufen so, dass man über schwächer Schüler auch positive Aussage machen kann

Bandbreite innerhalb der Komplexitätsbereiche

Aufgabe 1a: Bevölkerungsstatistik

Stelle die Einwohnerzahlen folgender österreichischer Bundesländer mit einem Balkendiagramm dar:

Bundesland	Einwohnerzahl
Burgenland	200.000
Wien	1 600 000
Oberösterreich	1 400 000
Steiermark	1 200 000
Niederösterreich	1 500 000

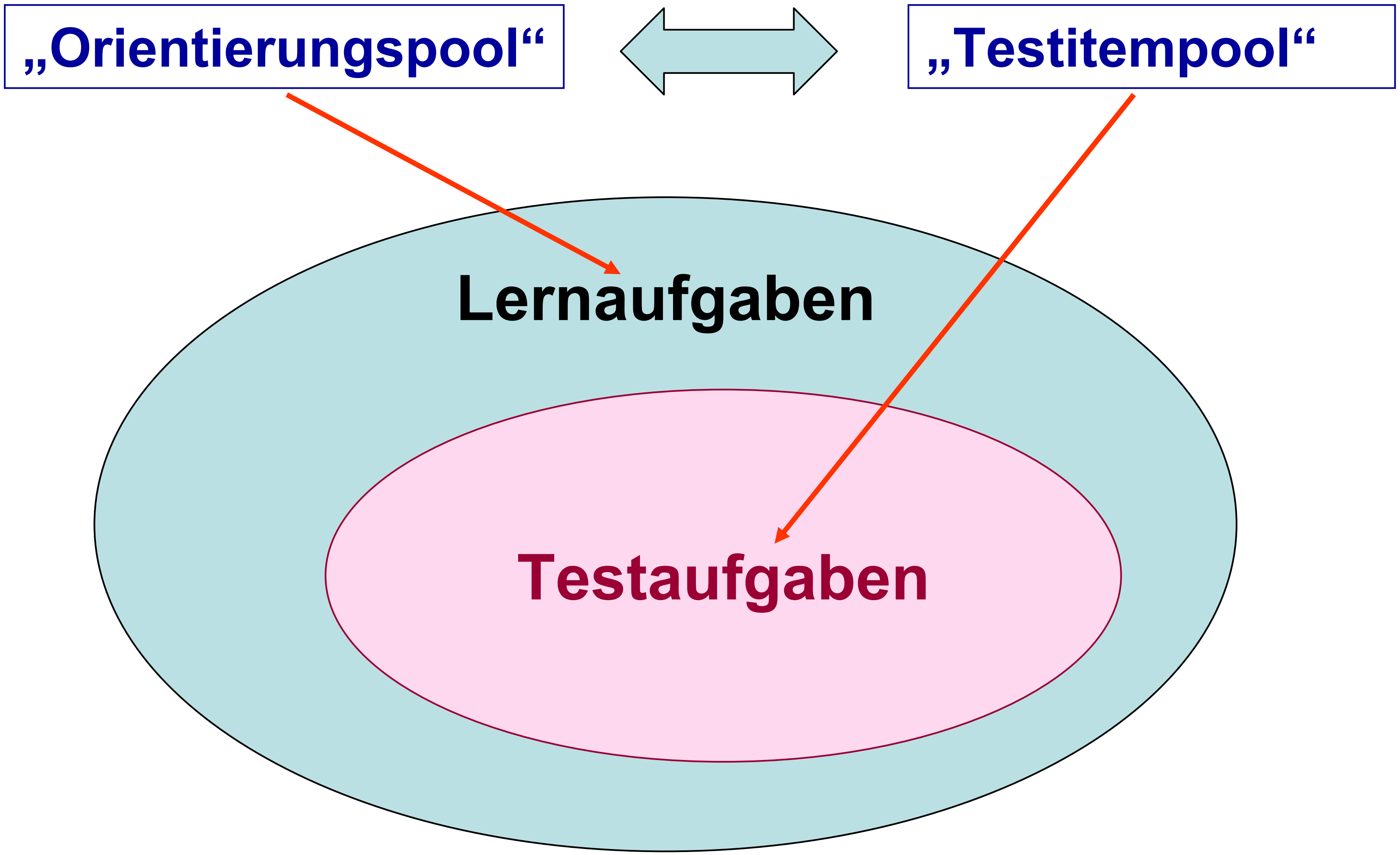


Aufgabe 1b: Bevölkerungsstatistik

Stelle die Einwohnerzahlen folgender österreichischer Bundesländer grafisch dar:

Bundesland	Einwohnerzahl
Burgenland	228 000
Wien	1 609 000
Oberösterreich	1 380 000
Steiermark	1 202 000
Niederösterreich	1 542 000

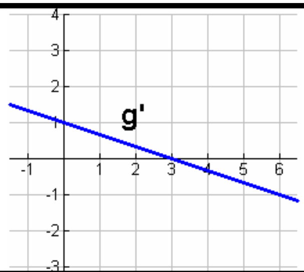
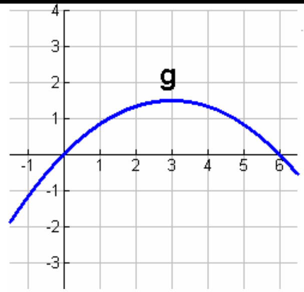
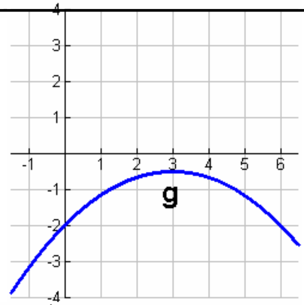
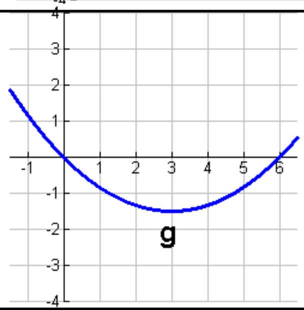
Aufgabenpools



Aufgabe 1: Funktionsgraf ⇔ Ableitungsgraf:

A3/B2/L3

Von welchen der drei angegebenen Funktionen A, B, C kann g' die Ableitungsfunktion sein? Begründe deine Entscheidung!

		Begründung
	A ❑	
	B ❑	
	C ❑	

Standards ⇔ Nachhaltigkeit ⇔ langfristige Kompetenzen

Aufgabe 2: „Brutto => Netto“

Der Bruttopreis B einer Ware enthält 20% Mehrwertsteuer. Stelle eine Formel für den Nettopreis N dieser Ware auf!

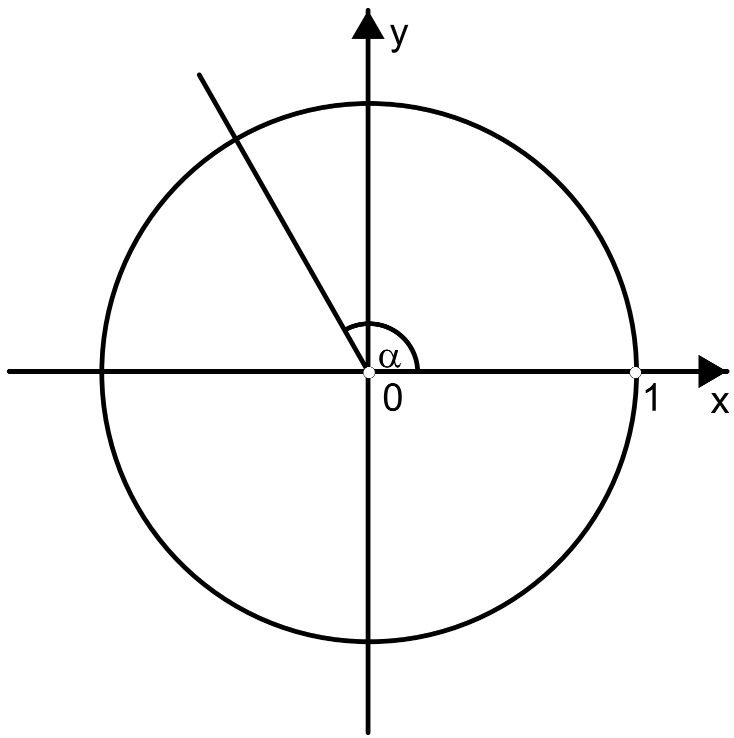
Formel:

Klassifikation: **A1/B1/L2**

A3/B2/L1

Aufgabe 4: „Einheitskreis“

Zeichne sin α und cos α im Einheitskreis ein.

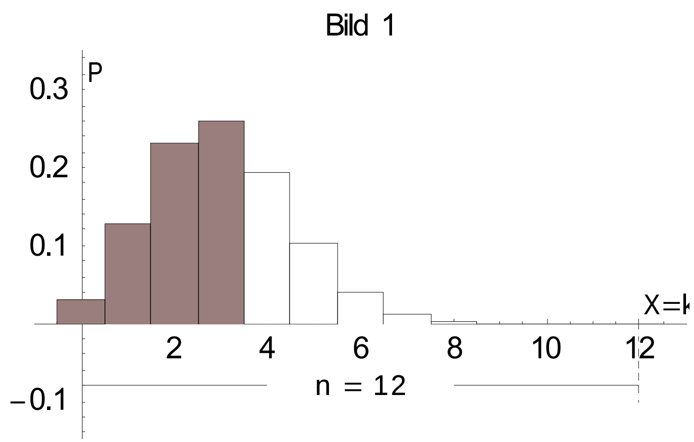


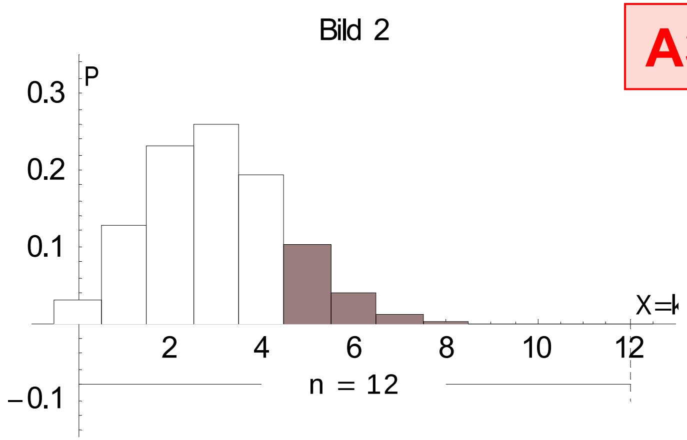
Aufgabe 3: „Stochastik ⇔ umgangssprachlich, mathematisch“

Ein Test besteht aus 12 Fragen mit jeweils 4 Antworten, von denen immer genau eine richtig ist. Die Antworten werden zufällig angekreuzt; X ist die Anzahl der richtigen Antworten. In den folgenden Grafiken ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X dargestellt.

Was wird in den einzelnen Bildern jeweils durch die dunkel markierte Fläche angezeigt? Gib die Antwort umgangssprachlich und in mathematischer Schreibweise!

A3/B4/L2





umgangssprachlich:	umgangssprachlich:
mathematisch:	mathematisch:

<u>Lösungserwartung</u>:

Hinweis: Eine Antwort ist als richtig zu werten, wenn beide unten fett gedruckten Begriffe im richtigen Zusammenhang vorkommen!

Was wird in den einzelnen Bildern jeweils durch die dunkel markierte Fläche angezeigt? Gib die Antwort umgangssprachlich und in mathematischer Schreibweise!

<u>umgangssprachlich:</u> Die dunkel markierte Fläche entspricht der **Wahrscheinlichkeit**, dass **höchstens drei** (null, eins, zwei, drei) Fragen richtig beantwortet wurden.	<u>umgangssprachlich:</u> Die dunkel markierte Fläche entspricht der **Wahrscheinlichkeit**, dass **mindestens fünf** (fünf, sechs, …, zwölf) Fragen richtig beantwortet wurden.
<u>mathematisch:</u> $P(X \leq 3)$ oder $P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$	<u>mathematisch:</u> $P(X \geq 5)$ oder $P(X=5) + P(X=6) + \ldots + P(X=12)$

Tests

„Orientierungstests“
Aufgaben aus dem öffentlichen Aufgabenpool
Testangebot zur Selbstevaluation
und zum „Testen“ der Qualität des Aufgabenpools

„Standardisierte Tests“
Aufgaben aus dem geheimen Testitempool
Systemevaluation in Zusammenarbeit mit Testpsychologen
Derzeit erste Feldtests => ab2007/2008(?) erste Tests am Ende der Sek I
Schülerpopulation der 8. Schulstufe: 10% D; 10% E; 10% M

Beispiel 1: Orientierungstest in der Sekundarstufe II
Auswertung: ZSE (Zentrum für Schulentwicklung)

- Stichprobe: 12 AHS mit 56 Oberstufenklassen
- Ausgewertete Fragebögen: etwa 970
- Testheft (8 Aufgaben mit unterschiedlich vielen Subaufgaben);
- Schüler/innenfragebogen; Lehrer/innenfragebogen
- => gewichteter Index von 0 bis 8

Beispiel 2: Nachhaltigkeitstest für Lehramtsstuden(innen) an der TU Wien

- Stichprobe: 25 Studenten/innen; Lehramt Mathematik; in der Regel 3. bis 5. Semester

Einige Ergebnisse:

1. Erprobte Aufgaben wurden von den Lehrer/innenim Großen und Ganzen als angemessen im Hinblick auf
   - Schwierigkeit,
   - Verständlichkeit;
   - Standardadäquatheit und
   - Relevanz für langfristig verfügbare Kompetenzen beurteilt

2. Geschlechtsspezifischer Aspekt
   Nur im Gymnasium sind Burschen signifikant besser als Mädchen im RG und OR GGeschlechtsunterschied kaum ausgeprägt

3. Einschätzung der Schwierigkeit durch Schüler/innen und Lehrer/innen
Wertebereich zwischen 1 (leicht) und 4(schwierig)

	Schüler/innen 7. Kl.		Schüler/innen 8. Kl.		Lehrer/innen	
	AM	SD	AM	SD	AM	SD
Einheitskreise	2,55	1,02	2,48	0,99	**1,67**	0,67
Vektoren	**1,84**	0,81	**1,86**	0,78	**1,28**	0,45
Kreisgleichung	**2,59**	0,89	**2,42**	0,84	**2,08**	0,65
Statistik	**3,35**	0,80	**2,73**	0,92	2,49	0,74
Geschwindigkeit	2,50	0,96	2,48	0,94	2,39	0,83
Ableitung	**2,66**	1,01	**2,75**	1,03	2,46	0,69
Prozent	**2,18**	1,03	**2,21**	1,07	**1,94**	0,79
Alkohol	**1,54**	0,72	**1,56**	0,78	**1,80**	0,74

Tabelle 4: Einschätzung der Aufgabenschwierigkeiten durch Schüler/innen und Lehrer/innen (Fett gedruckte Zahlen weisen auf statistisch bedeutsame Abweichung vom theoretischen Skalenmittel hin)

4. Möglicher Einfluss von CAS
Untersuchungsstichprobe ausschließlich RG
10 von 21 Klasse ((47,6%) waren CAS-Klassen

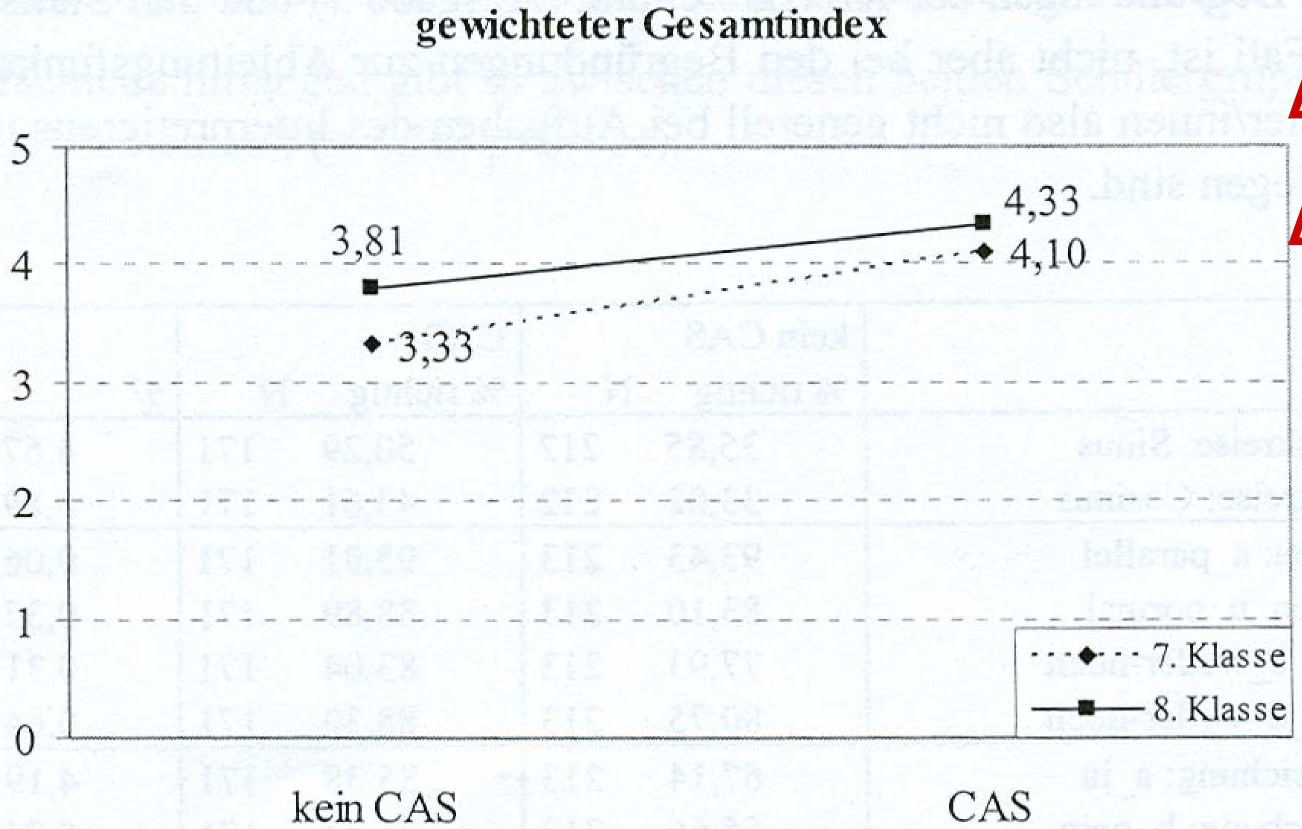


Abbildung 9: Grafische Gegenüberstellung der Gesamtleitung in Realgymnasiumsklassen mit und ohne CAS-Einsatz, getrennt nach Klassenstufe

13

$\Delta CAS_{7.Kl.}=0,77$

$\Delta CAS_{8.Kl.}=0,52$

ZSE

4. Möglicher Einfluss von CAS
Streubereiche der Gesamtleistung

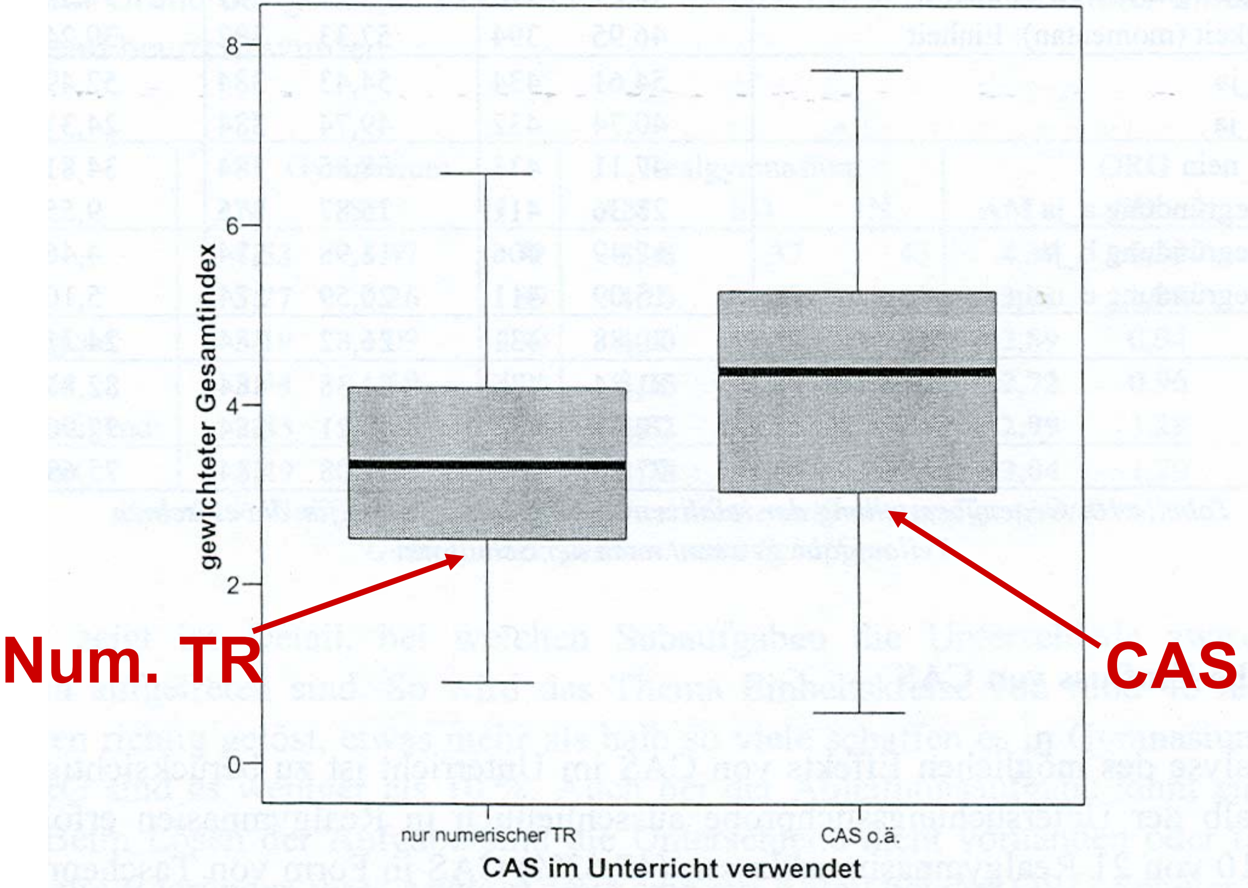


Abbildung 10: Streubereiche der Gesamtleistung in Realgymnasiumsklassen mit und ohne CAS-Einsatz (der mittlere Querstrich markiert den Median, das Kästchen den Interquartilbereich und die Linien den gesamten Streubereich)

3. Einfluss von Technologie

Some mathematics becomes more important –
– because technology requires it

Some mathematics becomes less important –
– because technology replaces it

Some mathematics becomes possible –
– because technology allows it

Bert Waits

Dimension 1: Allgemeine Handlungsdimension (A)

A1 ⇔ Modellbilden, Darstellen

A2⇔ Operieren, Rechnen

A3 ⇔ Interpretieren und Dokumentieren

A4 ⇔ Argumentieren und Begründen

A5 ⇔ Werkzeugkompetenz

A1 ⇔ Modellbilden, Darstellen

Modellbilden, Darstellen

- **Modellkompetenz:**
  Mathematische Modelle kennen und nutzen
- **Werkzeugkompetenz:**
  Das Modellangebot der Technologie kennen und nutzen
- **Textübersetzungskompetenz:** Texte zuerst in „Textkonzentrate“ und dann in die Sprache der Mathematik übersetzen
- **Modulare Kompetenz:**
  Module nutzen, entwickeln, verknüpfen

A2⇔ Operieren, Rechnen

Die Handlungsdimension des Operierens beinhaltet die Fähigkeit eines Individuums, einen gegebenen Kalkül in konkreten Situationen zielgerichtet anwenden zu können [Hischer, 1995].

Operieren, Rechnen

- **Strukturerkennungskompetenz**
  Durch Strukturerkennung Eingabe und Rechenweg entscheiden
- **(Hand)kalkülkompetenz**
  Operationen ohne Technologie ausführen
- **Werkzeugkompetenz**
  Operationen mit Hilfe der Technologie ausführen
- **Kontrollkompetenz**
  Eingaben und Ergebnisse überprüfen

A3⇔ Interpretieren und Dokumentieren

Interpretieren u. Dokumentieren

- **Interpretationskompetenz**
  Innermathematisches und problembezogenes interpretieren
- **Visualisierungskompetenz**
  Graph. Darstellungen nutzen und interpretieren
- **Werkzeugkompetenz**
  Nutzen des Werkzeuges zur Interpretation
- **Dokumentations- und Präsentationskompetenz**
  Lösungswege und Ergebnisse darstellen und präsentieren

Heugl

A4⇔ Argumentieren und Begründen

Argumentieren u. Begründen

- **Induktive Schlusskompetenz**
  („plausibles Schließen“)
- **Deduktive Schlusskompetenz**
  („logisch exaktes Schließen“)
- **Werkzeugkompetenz**
  Unterstützen der Argumentation durch Technologie
- **Kontrollkompetenz**
  Korrektheit von Lösungswegen und Ergebnissen überprüfen

Heugl

Beispiele
für
die Handlungsdimension
„technologie-beeinflusster“
Standards

A1⇔ Modellbilden, Darstellen

A1⇔ Modellbilden, Darstellen

➢Werkzeugkompetenz:

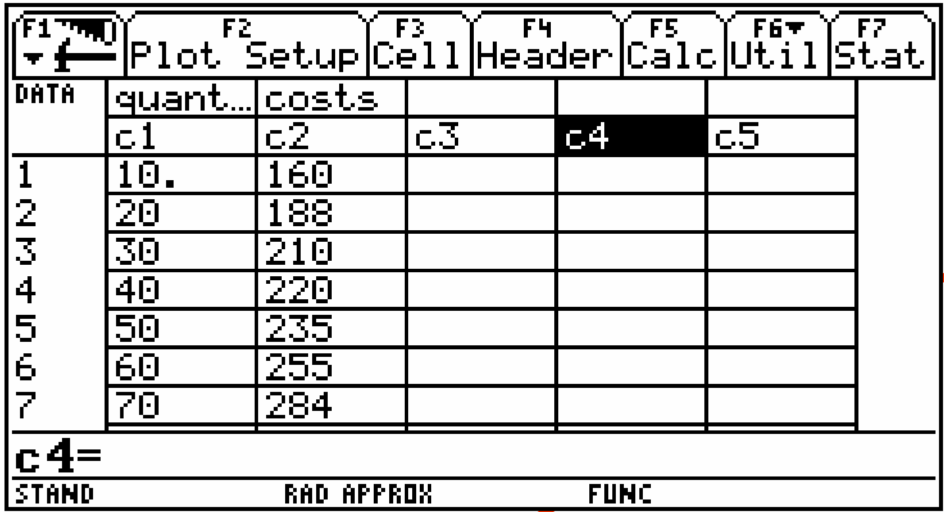
Beispiel: Kosten und Erlös bestimmen den Gewinn [Böhm, J.; 1998]

Die Analyse der Produktionskosten k für ein bestimmtes Produkt ergab für unterschiedliche Produktionsmengen x die folgenden Gesamtkosten:

Menge x	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**	**60**	**70**	**80**	**90**
Kosten k	**160**	**188**	**210**	**220**	**235**	**255**	**284**	**330**	**390**

- Suche ein Modell für die Gesamtkostenfunktion.
- Erstelle eine Tabelle der Gesamtkosten für $0 \leq x \leq 50$ mit Schrittweite 5.

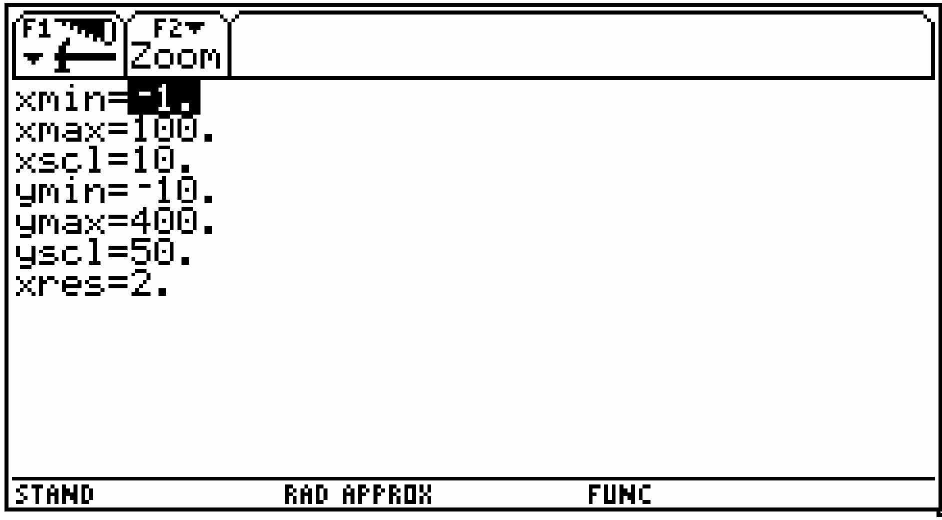
Tabellen anfertigen

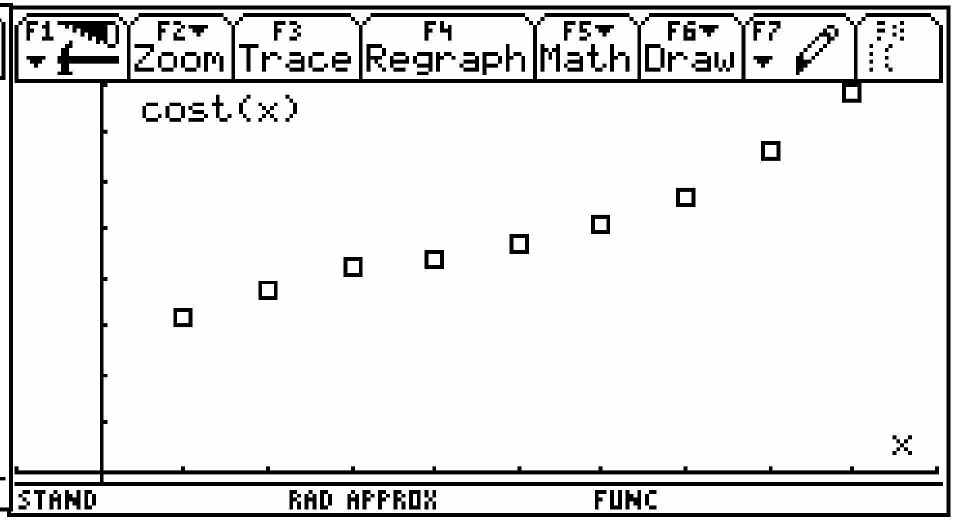


DATA	quant...	costs			
	c1	c2	c3	c4	c5
1	10.	160			
2	20	188			
3	30	210			
4	40	220			
5	50	235			
6	60	255			
7	70	284			

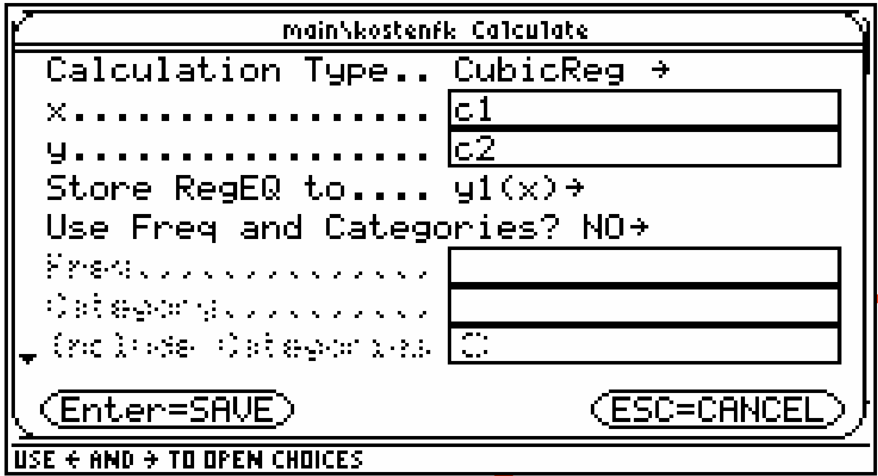
Windows Variablen passend wählen

Grafen zeichnen

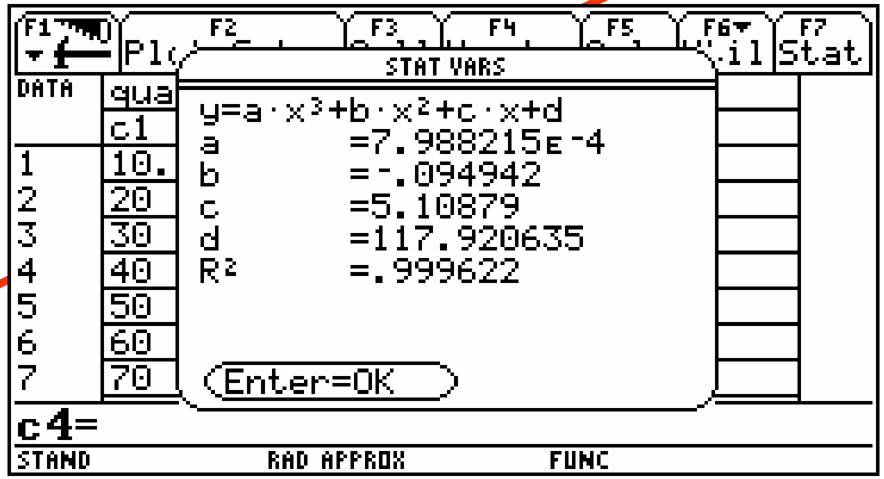




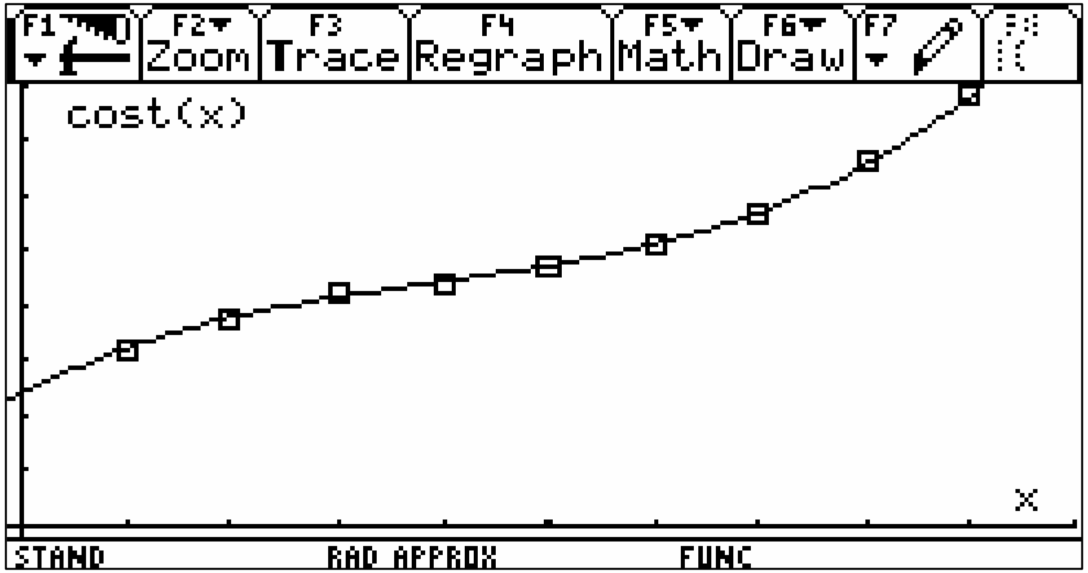
Das Modell „kubische polynomische Regression“ auswählen



die statistischen Variablen analysieren



Funktion speichern - Grafen zeichnen



A1 ⇔ Modellbilden, Darstellen

➢ Textübersetzungskompetenz

Beispiel

Problem: Logistisches Wachstum einer Population
Verbale Informationen und Daten

Übersetzung Phase 1:

„Textkomprimierung“

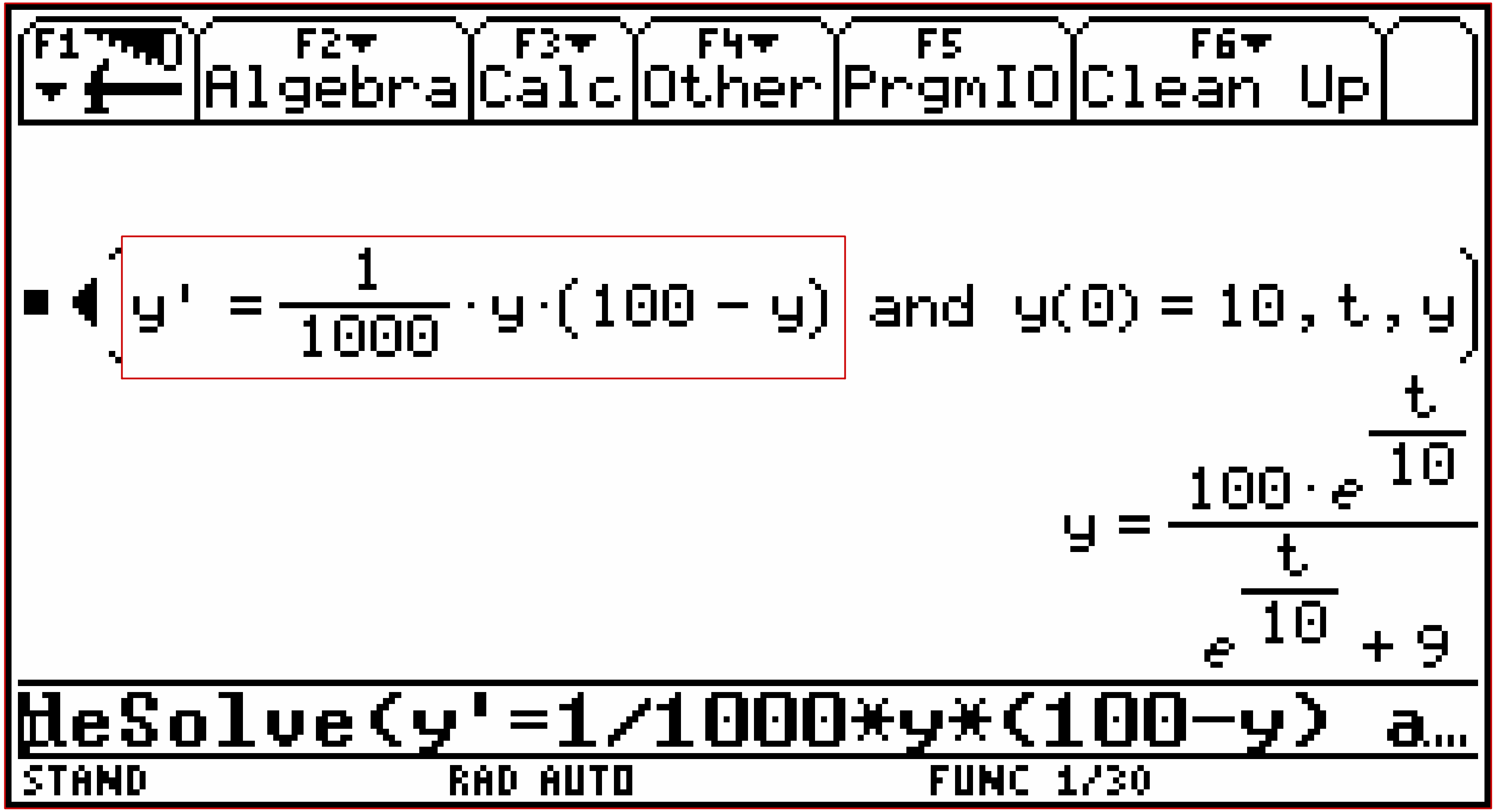
„Die Wachstumsgeschwindigkeit ist proportional zur Anzahl der existierenden Individuen und zur Anzahl der freien Plätze“

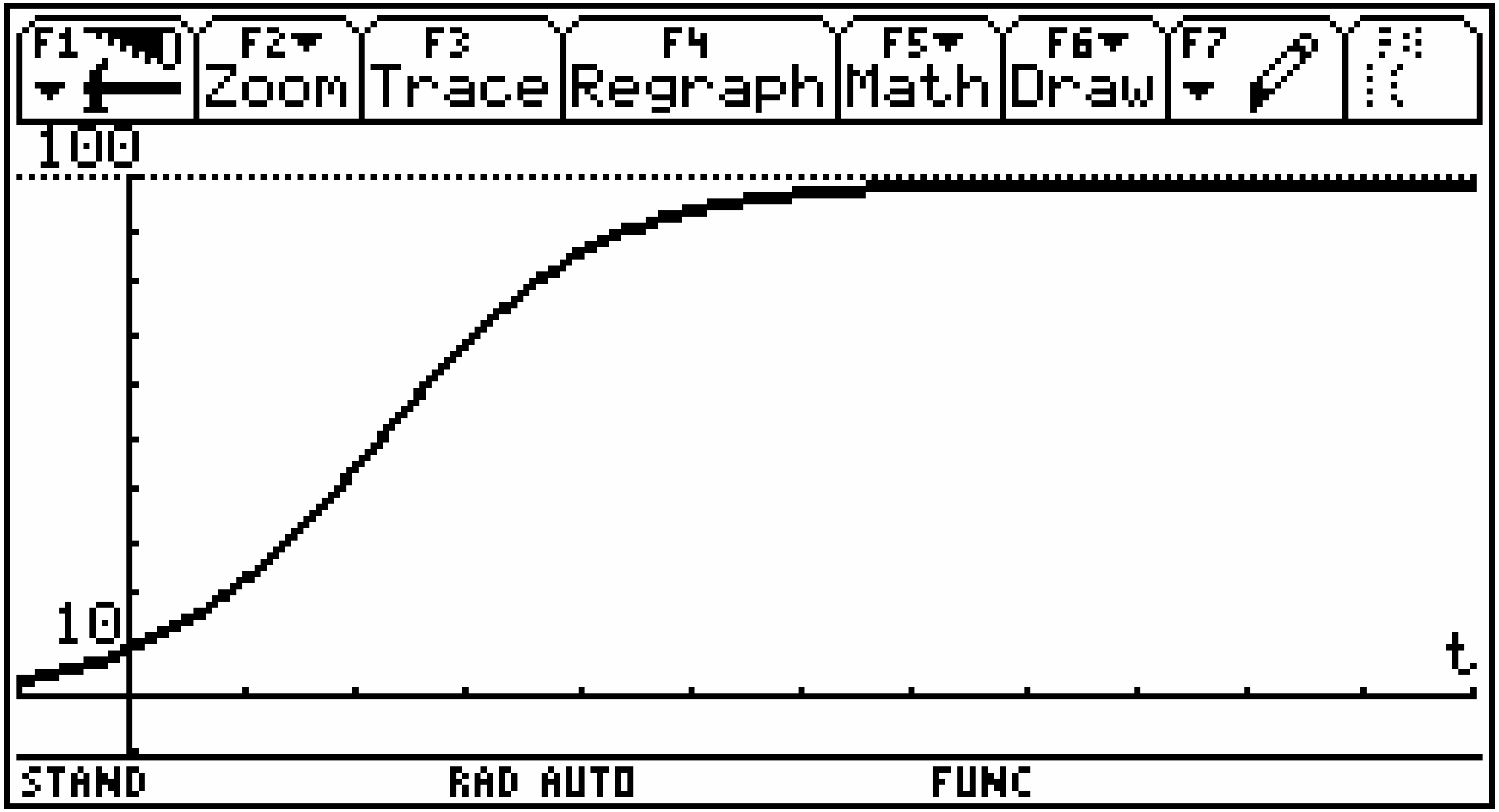
Übersetzung Phase 2:

Übersetzung in die Sprache der Mathematik

$$y' = c.y.(M-y)$$

c…Proportionalitätskonstante, M…maximale Populationsgröße


F1
F2 Algebra
F3 Calc
F4 Other
F5 PrgmIO
F6 Clean Up
■ deSolve(y' = 1/1000 · y · (100 − y) and y(0) = 10, t, y)
y = 100 · e^(t/10) / (e^(t/10) + 9)
deSolve(y'=1/1000*y*(100-y) a…
STAND
RAD AUTO
FUNC 1/30



F1
F2
Zoom
F3
Trace
F4
Regraph
F5
Math
F6
Draw
F7
100
10
t
STAND
RAD AUTO
FUNC

A1⇔ Modellbilden, Darstellen

➢Modulare Kompetenz

Module ⇔ komplexe Wissenseinheiten,
- in denen Wissen komprimiert wird, und
- in denen Operationen durch diese Kapselung als Ganzes abrufbar und einsetzbar werden.

[W. Dörfler, 1991]

Beispiel: Modul “**Differenzenquotient**“

Schritt 1: Definieren des Moduls „***diffq***“

f(x)=sin(x)

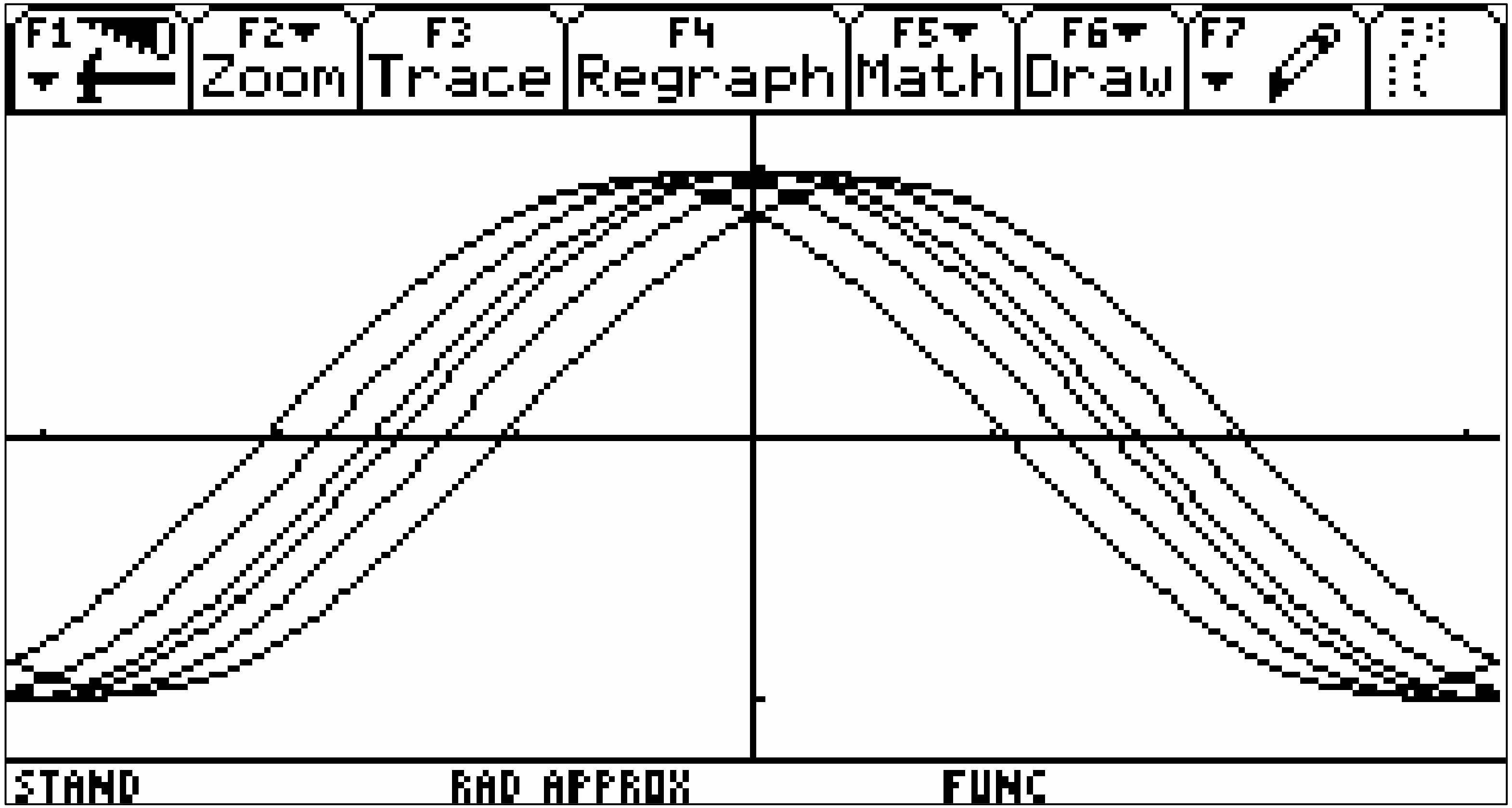
$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \to diffq(x,h)$$

Module definieren

Lehmann

Schritt 2: Nutzen des Moduls für **experimentelles Lernen**

$$Graph\ \ diffq(x,h)\big|\, h = \{-1, -0.5, -0.1,\ 0.1,\ 0.5,\ 1\}$$



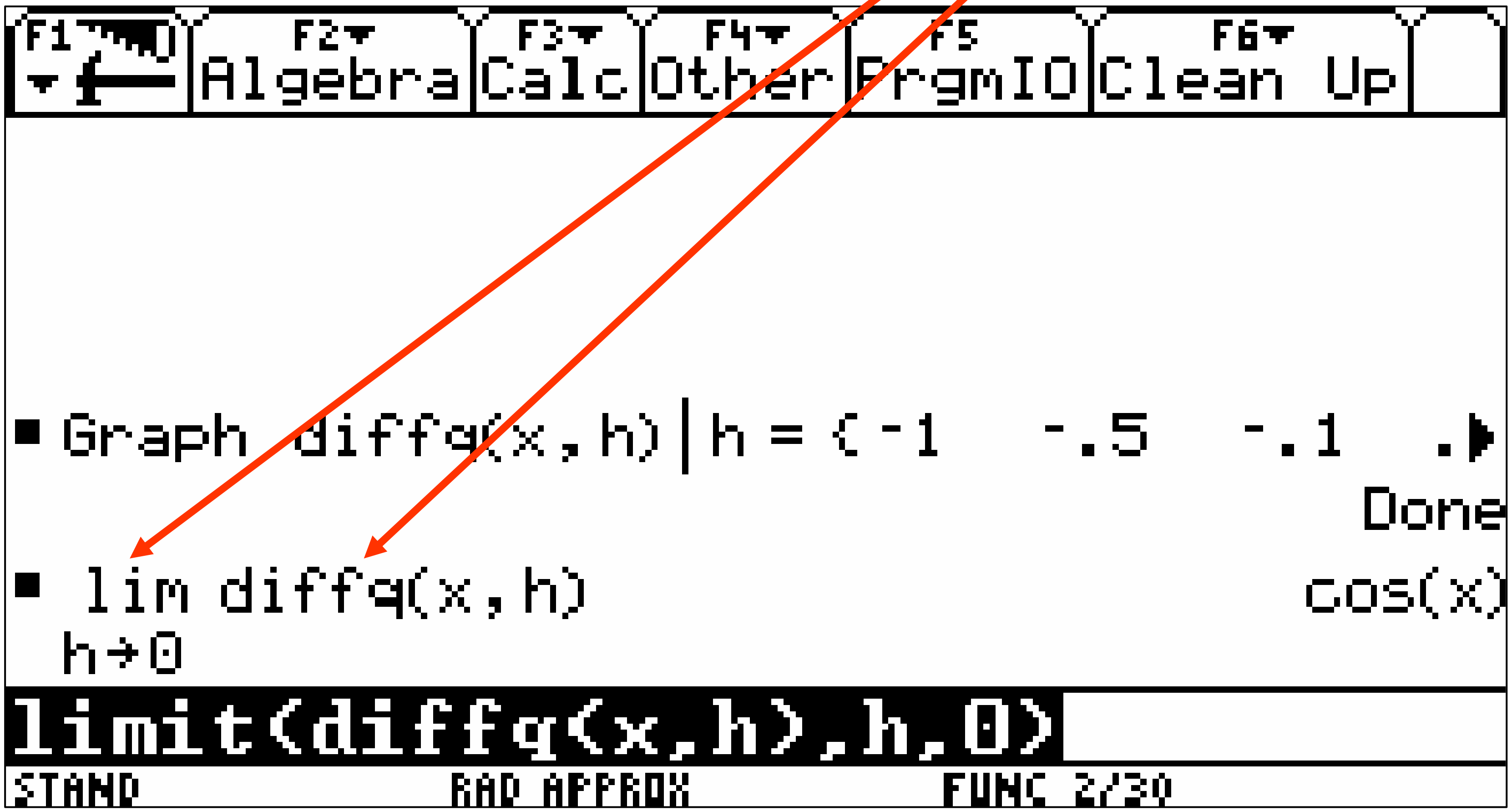
Mit Modulen experimentieren

Lehmann

Schritt 3: Verknüpfen von Modulen

Selbstdefinierte Module werden mit Modulen der Technologie verknüpft

Module verknüpfen



A2⇔ Operieren, Rechnen

A2⇔ Operieren, Rechnen
➢ Strukturerkennungskompetenz

Strukurerkennung ist nötig:

- **bei der Eingabe eines Ausdrucks**
- **bei der Auswahl der passenden Operation**
- **bei der Überprüfung und Interpretation von Ergebnissen**
- **beim Vergleich verschiedener Ergebnisse einer Aufgabe**

Termstrukturen bei der Eingabe erkennen

A2⇔ Operieren, Rechnen

➢ (Hand)kalkülkompetenz

2 Arten von „Verstehen“ (nach Skemp):

- **Instrumental Understanding:**
  Die Nutzung von mathematischen Regeln ohne notwendigerweise zu wissen, warum die Regel gilt.
- **Relational Understanding:**
  Die Fähigkeit, Regeln herzuleiten, zu begründen und anzuwenden. Regeln als Teil eines Netzwerks von Begriffen und Beziehungen zwischen Begriffen zu verstehen.
  Wissen, WIE es geht und WARUM

CAS ⇔ Kalkülkompetenz

Schwerpunktsverschiebung:

Relational Understanding

Instrumental Understanding

Werkzeugkompetenz

Handkalkülkompetenz

Herget: *„How many term-operations needs a human being?*

-T (without technology)	?T	+T (with technology)
$a - (b+3)$	$(5+p)^2$	$3a^2(5a-2b)$
$(3+a)(b-7)$		$(a^2-3b)(-3a+5b^2)$
$(a+b)^2$	$(5+p)^2$	$(3x-5y)^2$
$3ab+6ac$		$3x^3y+6x^2y^2$
x^2-4	x^2+4x+4	x^2-x-6

Herget, Heugl, Kutzler, Lehmann

Operationen ohne Technologie ausführen

… dass Mathematik zu betreiben bedeutet, Nachdenken in Operieren zu verwandeln *(und dann dem Computer zu übertragen).*

Aber es kommt eben auf die Zusammenschau des Gesamtprozesses an und nicht auf eine Kontraposition von Nachdenken auf der einen Seite und Operieren auf der anderen

B. Buchberger

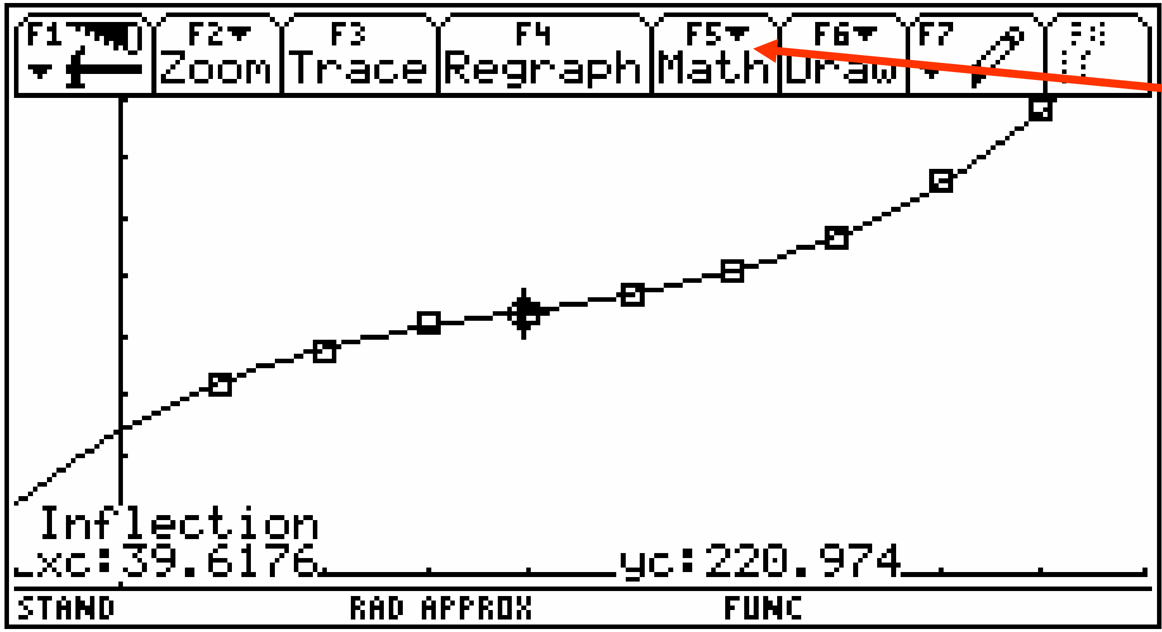
A2⇔ Operieren, Rechnen

➢ Werkzeugkompetenz

Beispiel: Kosten und Erlös bestimmen den Gewinn [Böhm, J.; 1998]

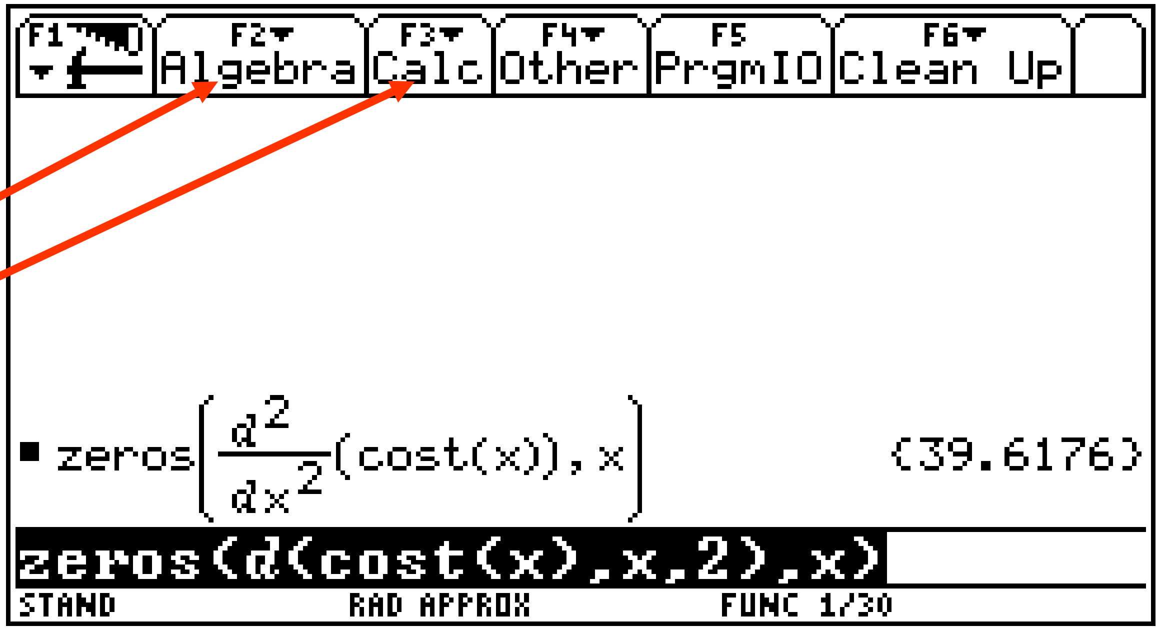
Voraussetzung: Die Kostenfunktion cost(x) und die Durchschnittskostenfunktion cost(x)/x wurden ermittelt.

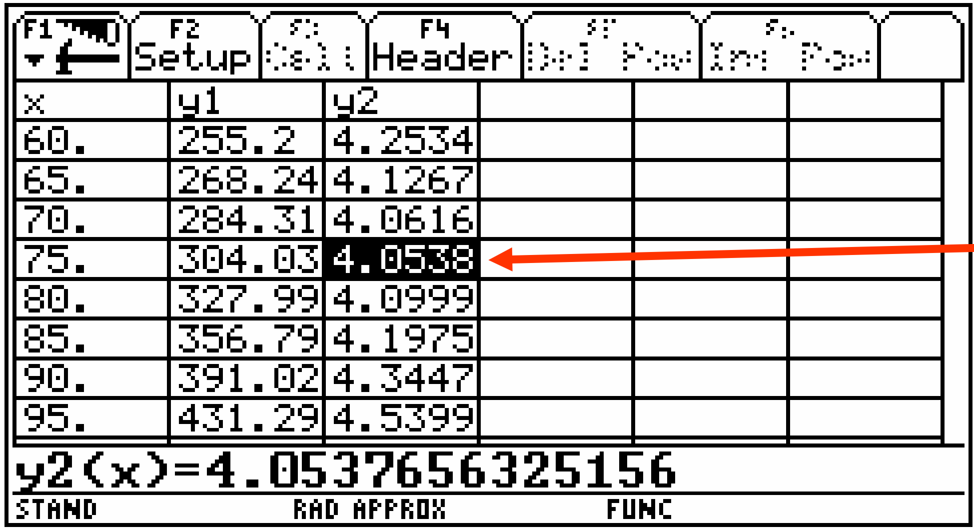
- Ermittle die Kostenkehre (Wendepunkt der Kostenfunktion).
- Ermittle das Betriebsoptimum (Minimum der Durchschnitts-kosten).



Operieren
im Grafikfenster

Operieren
im Algebrafenster

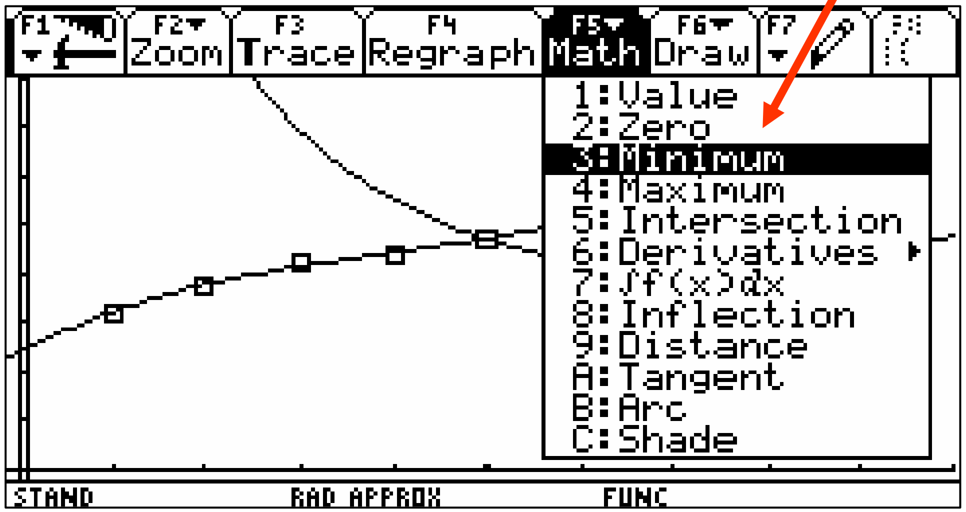


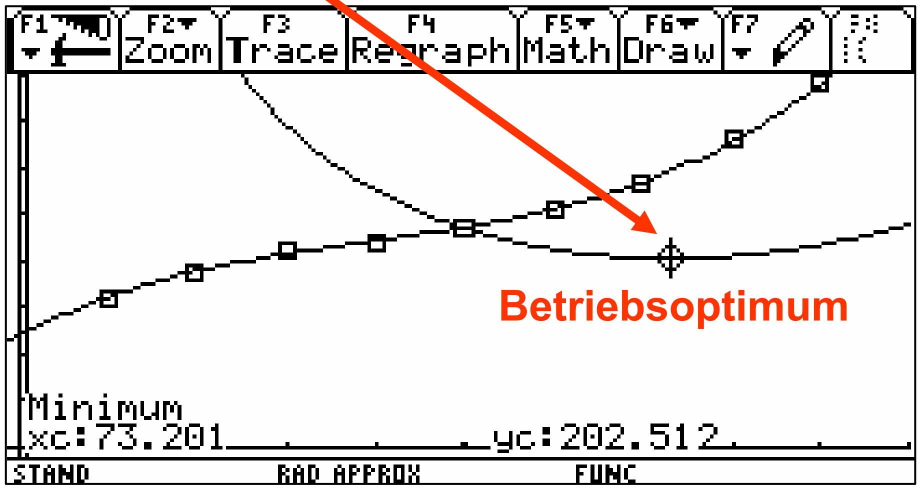


x	y1	y2
60.	255.2	4.2534
65.	268.24	4.1267
70.	284.31	4.0616
75.	304.03	4.0538
80.	327.99	4.0999
85.	356.79	4.1975
90.	391.02	4.3447
95.	431.29	4.5399

Operieren
In der Tabelle

Operieren im Grafikfenster





A3⇔ Interpretieren und Dokumentieren

A3⇔ Interpretieren und Dokumentieren

- Visualisierungskompetenz
- Werkzeugkompetenz

Beispiel: Sterile Insektentechnik (SIT)

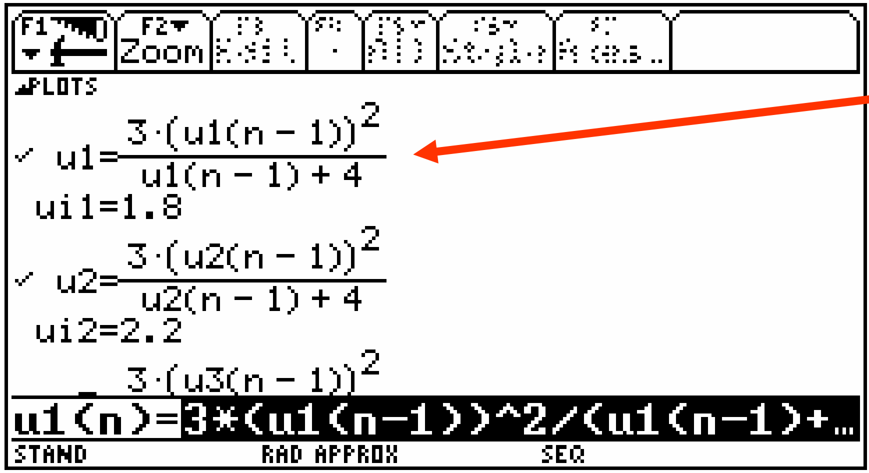
Eine Insektenpopulation mit anfangs u_0 Weibchen und u_0 Männchen möge bei natürlichem Wachstum pro Generation jeweils auf das r-fache anwachsen. Zur Bekämfung der Population wird pro Generation eine bestimmte Anzahl s von sterilen Männchen freigesetzt, die sich mit der Naturpopulation völlig vermischt. Modellannahme: $r=3$, $s=4$.

Untersuche das Wachstum der Population unter verschiedenen Anfangsbedingungen:

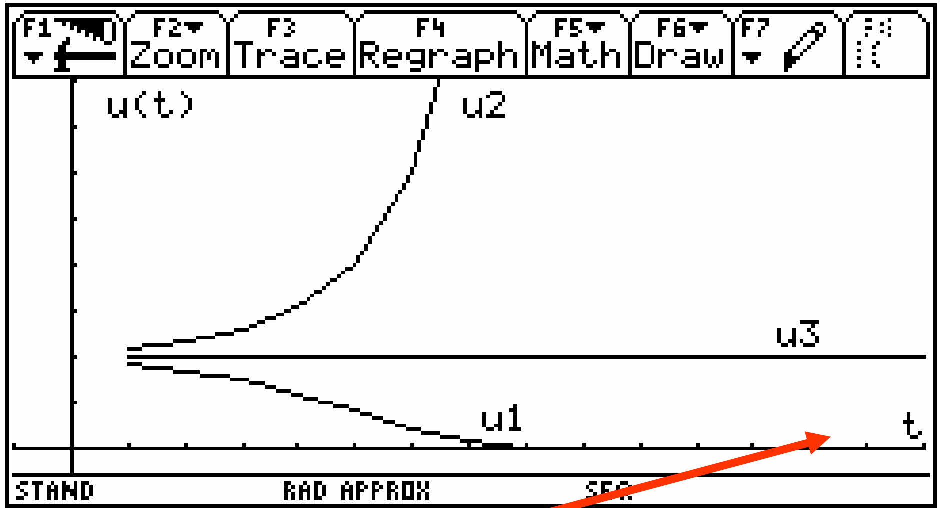
$u_0 = 1{,}8$

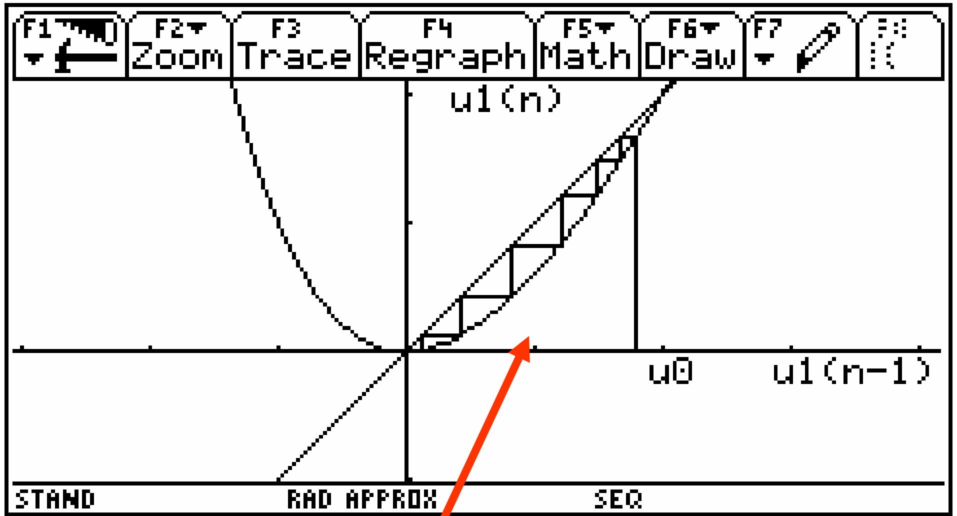
$u_0 = 2{,}2$

$u_0 = 2{,}0$



Modellbilden
mit Hilfe von Technologie





Visualisieren im Time-Mode

Visualisieren im Web-Mode

A3⇔ Interpretieren und Dokumentieren

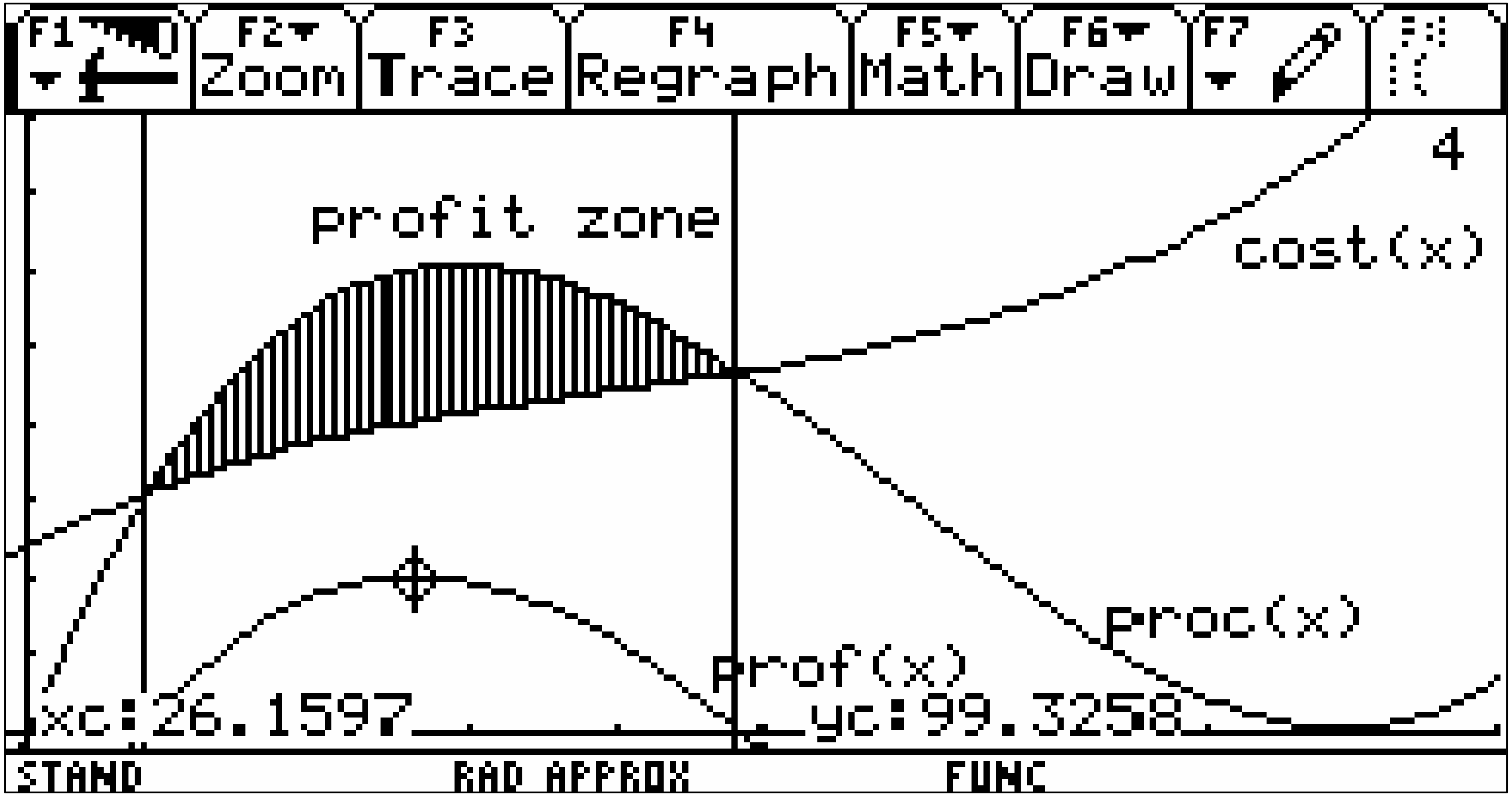
➢ Dokumentations- und Präsentationskompetenz

Beispiel: Kosten und Erlös bestimmen den Gewinn
[Böhm, J.; 1998]

Voraussetzung: Kostenfunktion cost(x), Erlösfunktion proc(x)
und Gewinnfunktion prof(x) ermittelt.

- Präsentiere die Ergebnisse im Grafikfenster (inklusive
Beschriftung, Gewinnzone, maximaler Gewinn)

Präsentieren mit Hilfe der Technologie



A4⇔ Argumentieren und Begründen

A4 ⇔ Argumentieren und Begründen

➢ **induktive Schlusskompetenz**

Beispiel: Entdecken der Idee des bestimmten Integrals durch experimentieren mit Unter- und Obersummen

Gegeben: $f(x)=x^2/4+2$, $a=0$, $b=3$

Zeichne Ober- und Untersummen im Intervall $[a,b]$ mit Hilfe von ***„Geogebra“***. Starte mit **n=4**, ändere den Wert von n ($n\in\mathbb{N}$).

Beschreibe den Einfluss von n auf die Ober- und Untersumme und auf die Differenz von Ober- und Untersumme.

Ober- und Untersummen visualisieren können

www.geogebra.at

A4⇔ Argumentieren und Begründen

➢ Deduktive Schlusskompetenz

Beispiel:

Berechne das bestimmte Integral

$$\int_a^b x^2\,dx$$

unter Nutzung der Definition des Integrals. Verwende z. B. die Idee der "Mittelsummen"

$$x_i = a + \frac{b-a}{n} \cdot i = -2 + \frac{6}{n} \cdot i$$

$$\xi_i = \frac{1}{2}\left(x_{i-1} + x_i\right) = \frac{1}{2}\left[a + \frac{b-a}{n}\cdot(i-1) + a + \frac{b-a}{n}\cdot i\right] =$$

$$\ldots = \ldots = \frac{-2n+6i-3}{n}$$

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{b-a}{n} \cdot f(\xi_i) =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{6}{n} \cdot \frac{(-2n+6i-3)^2}{n^2} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{6}{n} \cdot \frac{4n^2+36i^2+9-24ni+12n-36i}{n^2}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{24n^2+216i^2+54-144ni+72n-216i}{n^3}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{24n^3+36n\cdot(n+1)(2n+1)+54n-144n\cdot\frac{n\cdot(n+1)}{2}+72n^2+36\frac{n(n+1)}{2}}{n^3}$$

$$\vdots$$

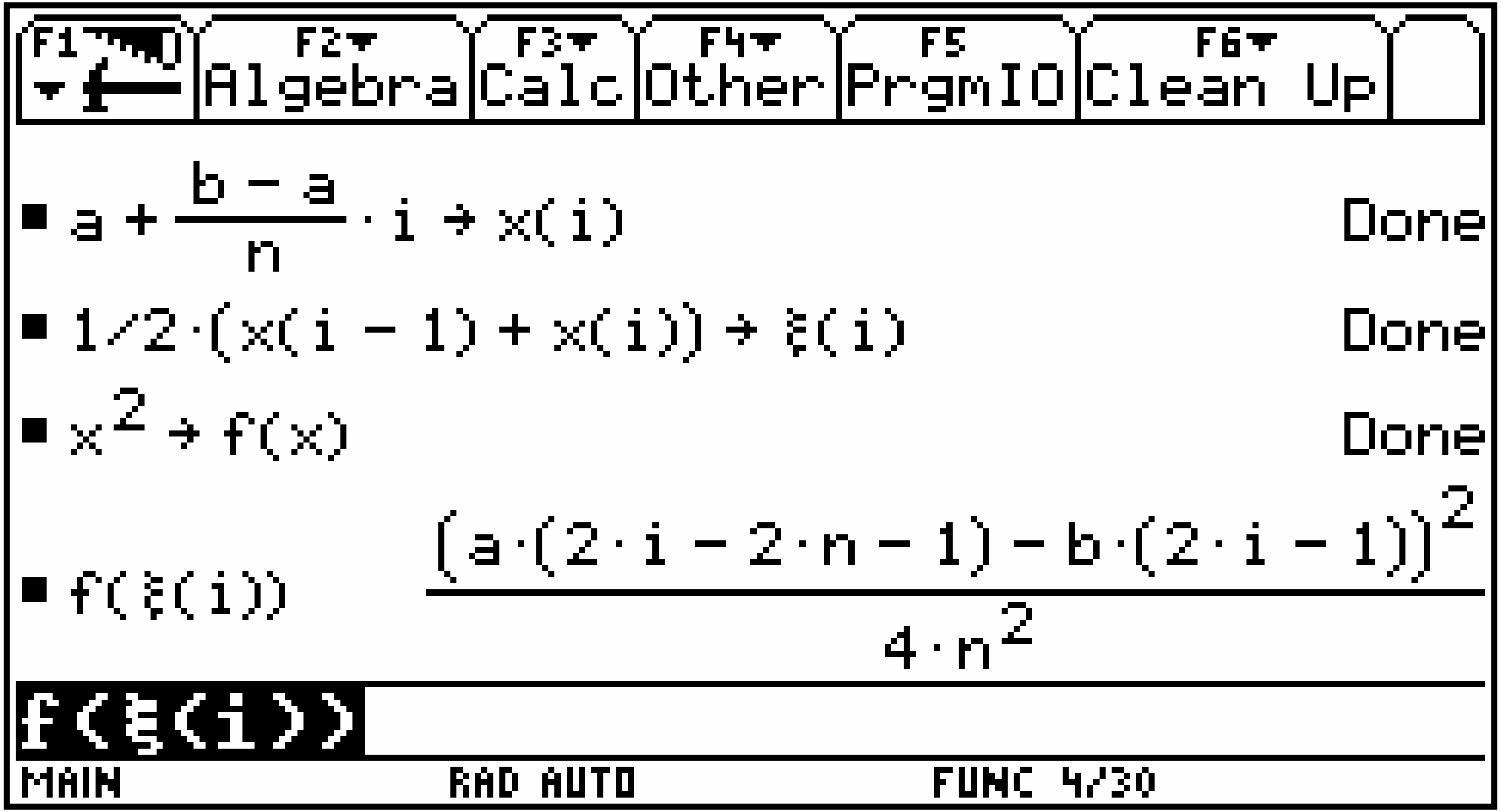
$$= 24 + 72 - 144 \cdot \frac{1}{2} = 24 E^2$$

PROBE $\int_{-2}^{4} x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_{-2}^{4} = \frac{72}{3} = 24 E^2$

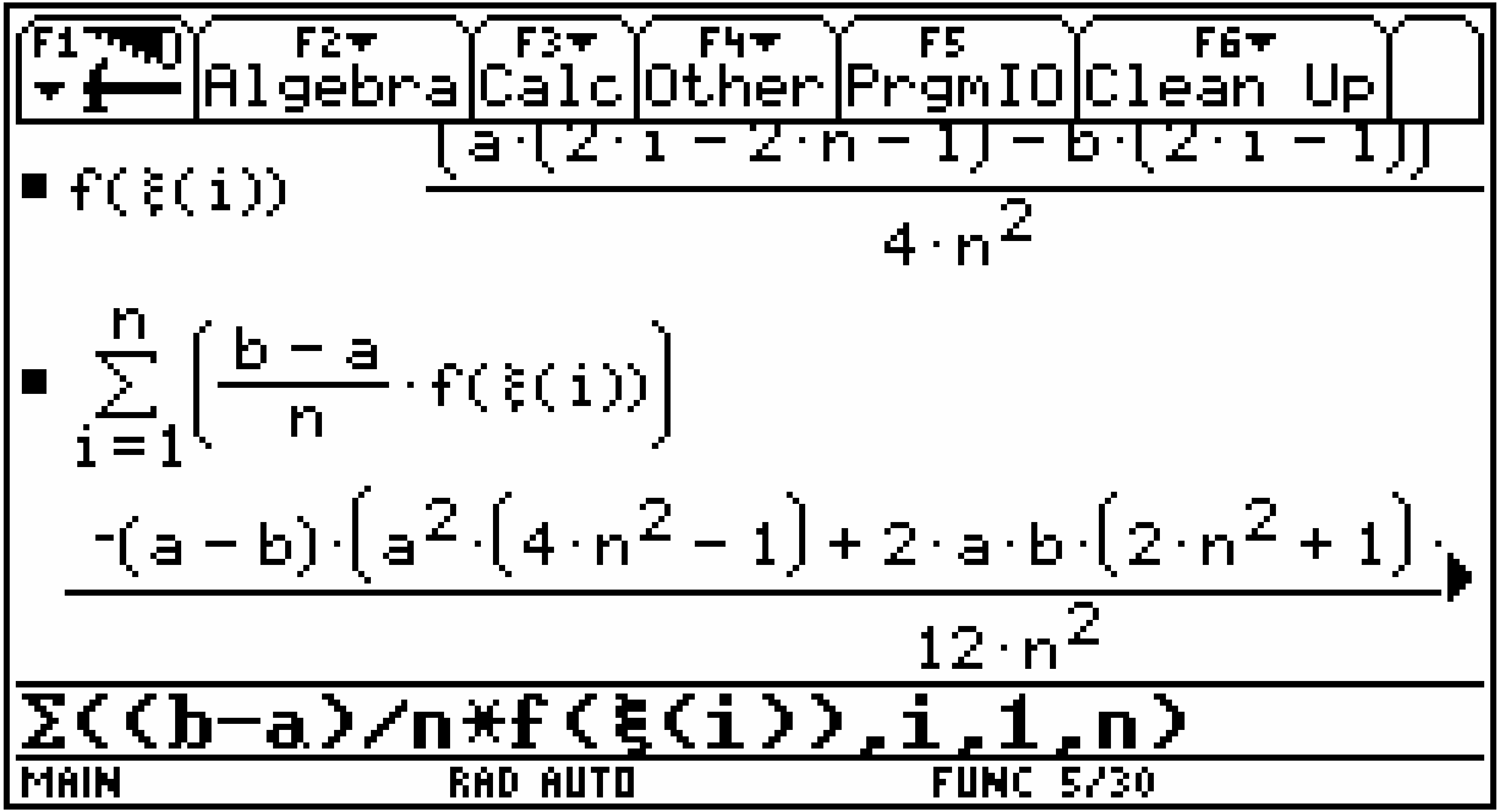
VERWENDETE FORMEL

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n\cdot(n+1)}{2} \qquad \sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n\cdot(n+1)\cdot(2n+1)}{6}$$

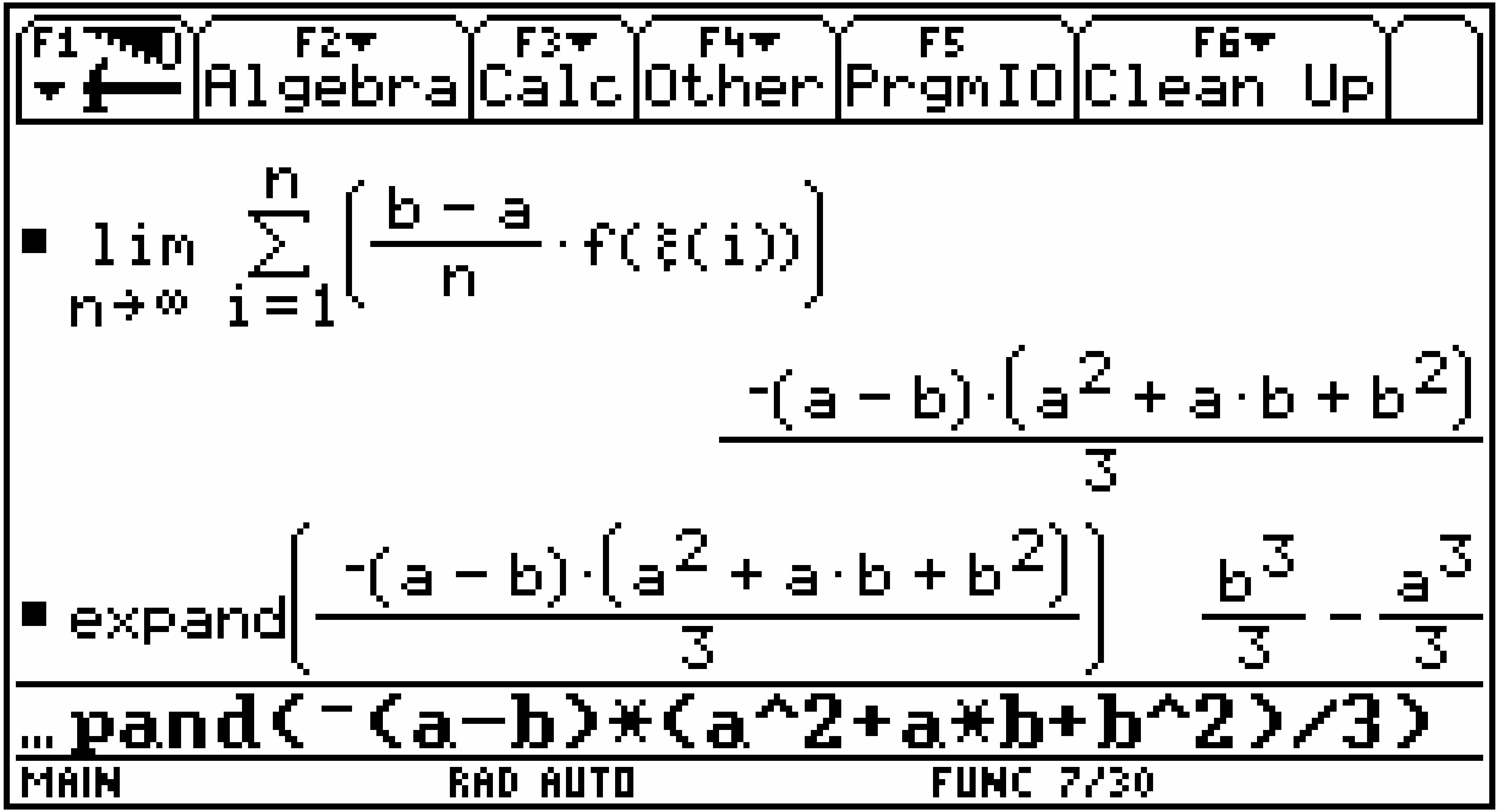
Ober- und Untersumme mt Hilfe der Technologie berechnen können



Ober- und Untersumme mt Hilfe der Technologie berechnen können



Ober- und Untersumme mt Hilfe der Technologie berechnen können



A4⇔ Argumentieren und Begründen

➢ **Werkzeugkompetenz**

Unterstützen der Argumentation durch Technologie

Begründen von Operationen der Technologie

4. Ausblick

- **Weiterentwicklung des Standardkonzeptes**
- **Stärkere Betonung des Technologieaspekts**
- **Lehrer/innenaus- und Fortbildung**

  Standardkonzept ⇔ Technologienutzung
- **Beitrag der fachdidaktischen Forschung**

  Stärkere Betonung von Nachhaltigkeit
- **Bildungsphilosophische Diskussion**

  Bildungsauftrag des Faches Mathematik im Zeitalter der Informations- und Kommunikationstechnologie

➢ Disziplinübergreifende Diskussion:

„Wie erreichen wir mehr Nachhaltigkeit?“

-Nachhaltigkeit und Fachdidaktik
-Nachhaltigkeit und Fachwissenschaft
-Nachhaltigkeit und Pädagogik
-Nachhaltigkeit und Lernpsychologie
-Nachhaltigkeit und Schulpraxis
-Nachhaltigkeit und Schulrecht
-Nachhaltigkeit und Technologie
-Nachhaltigkeitserwartungen der Abnehmer

Verschiedene Qualitäten von Nachhaltigkeit

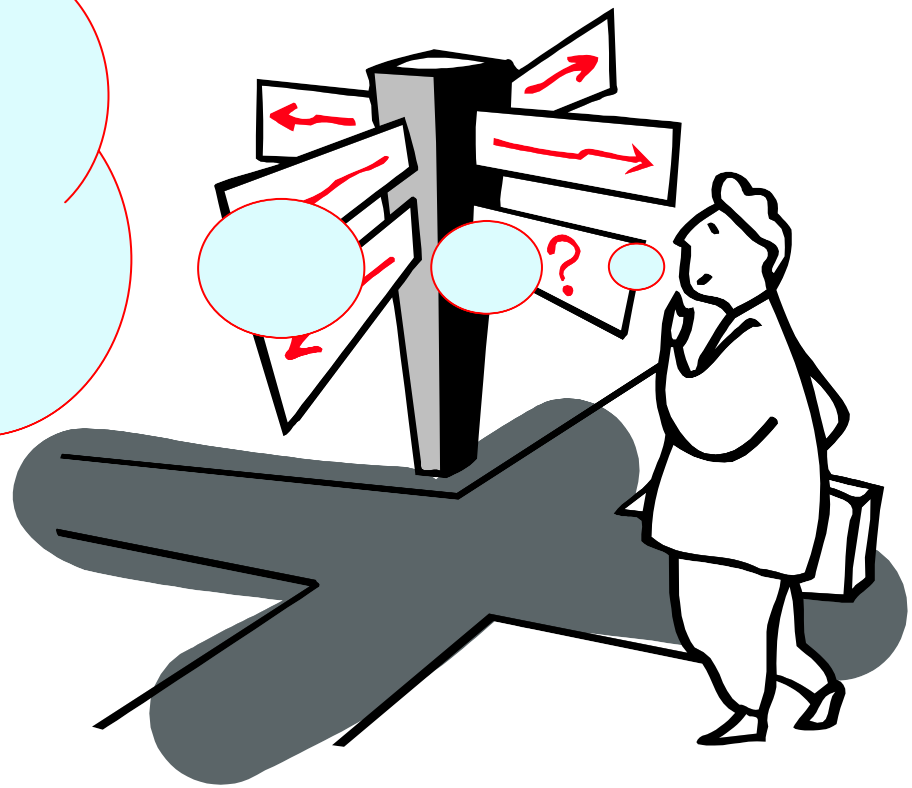
Momentan verfügbare Kompetenz	⬌	Kompetenz des „wieder – holen – könnens“

- Diskussion über die derzeitige österreichische Art der Berechtigungsvergabe
- Länderübergreifende Kooperation
- Konsequenzen aus der PISA-Studie
  - -Verbindliche Leistungserwartung
  - -Regelmäßiges Monitoring
  - -Eine Evaluationskultur
  - -Professionelle Test- und Evaluationsagenturen

und

Bildungsstandards Mathematik
in Österreich

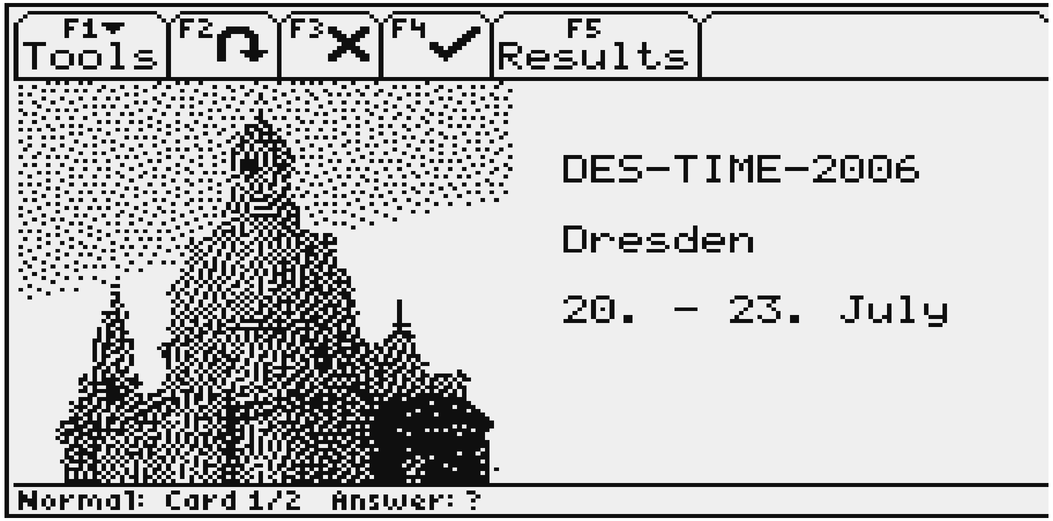
Wir brauchen eine positivere Einstellung zur schulischen Leistung!



Austrian Center for Didactics of Computer Algebra

Wels, November 2005

Dr. Helmut Heugl



DES-TIME-2006

Dresdner internationales Symposium zum Einsatz von Technologie in der mathematischen Ausbildung

Technische Universität Dresden

20.-23. Juli 2006

Dresden, Sachsen, Deutschland

Dieses Symposium verbindet zwei Konferenzen:

9. ACDCA Sommer-Akademie

und

7. Internationale DERIVE und TI-CAS-Konferenz

Ich habe viele Schulreformen miterlebt,
aber keine mitgemacht

Ich habe viele Schulreformen miterlebt,
und dabei ganz schön viel mitgemacht

Ein Vergleich mit Deutschland

Bildungsstandards
für den mittleren Schulabschluss (Jahrgangsstufe 10)
in Deutschland

www.kmk.org/aktuell/home1.html

- Bildungsauftrag des Faches
- Kompetenzmodell mit verschiedenen Anspruchsniveaus
- Kompetenzen beziehen sich auf den Kernbereich des jeweiligen Faches und weisen ein mittleres Anforderungsniveau aus
- Konkretisierung durch Aufgabenbeispiele

Mathematik:

Zwei fachliche Dimensionen – drei Anforderungsniveaus

Fachliche Dimensionen:

Dimension 1: Allgemeine mathematische Kompetenzen

- Mathematisch argumentieren (K1)
- Probleme mathematisch lösen (K2)
- Mathematisch modellieren (K3)
- Mathematische Darstellungen verwenden (K4)
- Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen können (K5)
- Kommunizieren (K6)

Dimension 2: Inhaltsbezogene Kompetenzen geordnet nach mathematischen Leitideen

- Zahl (L1)
- Messen (L2)
- Raum und Form (L3)
- Funktionaler Zusammenhang (L4)
- Daten und Zufall (L5)

NCTM Standards

http://www.nctm.org/standards/

The Standards for school mathematics describe the mathematical understanding, knowledge, and skills that students should acquire from prekindergarten through grade 12.

Realizing the Vision

Principles and Standards for School Mathematics **acknowledges that there are significant challenges in realizing the vision for improving mathematics education. For example ….**

2 subject oriented Dimensions

- **Content standards**
- **Process standards**

Process standards

- Problem Solving
- Reasoning and Proof
- Communication
- Connections
- Representation

Content standards

- Number and Operations
- Algebra
- Geometry
- Measurement
- Data Analysis and Probability

1. Konzepte - Begriffsklärung

2. Umsetzung

in Österreich

Mathematische Grundbildung zeigt sich erst dann, wenn Schülerinnen und Schüler in wechselnden Zusammenhängen und Situationen prozessbezogene (d.h. handlungsbezogene) Kompetenzen aktivieren und dabei auf inhaltliche Kompetenzen zurückgreifen können.

[siehe: Kernlehrplan Mathematikunterricht, Sek I, Nordrhein-Westfalen]

Merkmale „guter Standards“

- **Fachlichkeit**:
  Bildungsstandards sind jeweils auf einen bestimmten fachlichen Lernbereich bezogen und arbeiten die Grundprinzipien der Disziplin bzw. des Unterrichtsfaches heraus.
- **Verständlichkeit:**
  Standards sind klar, knapp und nachvollziehbar formuliert.
- **Fokussierung**:
  Die Standards decken nicht die gesamte Breite des Lernbereiches bzw. Faches ab, sondern konzentrieren sich auf einen Kernbereich.
- **Kumulativität:**
  Bildungsstandards beziehen sich auf Kompetenzen, die bis zu einem bestimmten Zeitpunkt im Verlauf der Lerngeschichte aufgebaut worden sind. Damit zielen sie auf kumulatives, vernetztes Lernen.
- **Verbindlichkeit:**
  Es handelt sich um Regelstandards die eine durchschnittliche Kompetenzerwartung für SchülerInnen aller Schularten ausdrücken.
- **Differenzierung:**
  Die Standards legen nicht nur eine Messlatte an, sondern differenzieren zwischen Kompetenzstufen

Klieme

Schwierigkeit ⬄ **Komplexität**

Schwierigkeit ⬄ individuumsbezogen

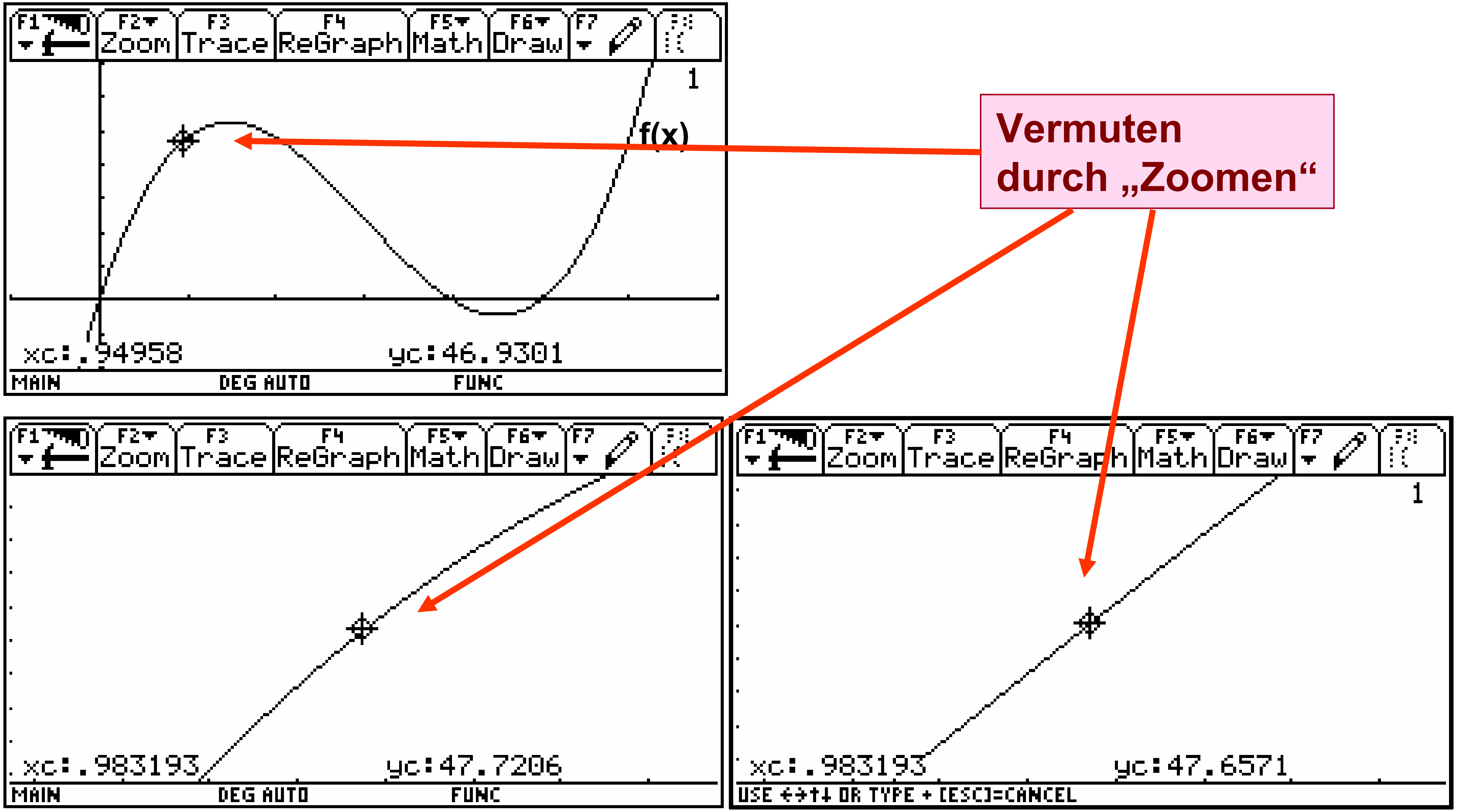
Schwierigkeit ⬄ das beobachtete im Sinne der probabilistischen Testtheorie modellierte Lösungsverhalten der Schüler(innen) auf den Testaufgaben.

*Das Merkmal **„Kognitive Komplexität“** erfasst Anforderungen an Ausmaß, Intensität, und Vielschichtigkeit von Denkvorgängen beim Lösen von Aufgaben*

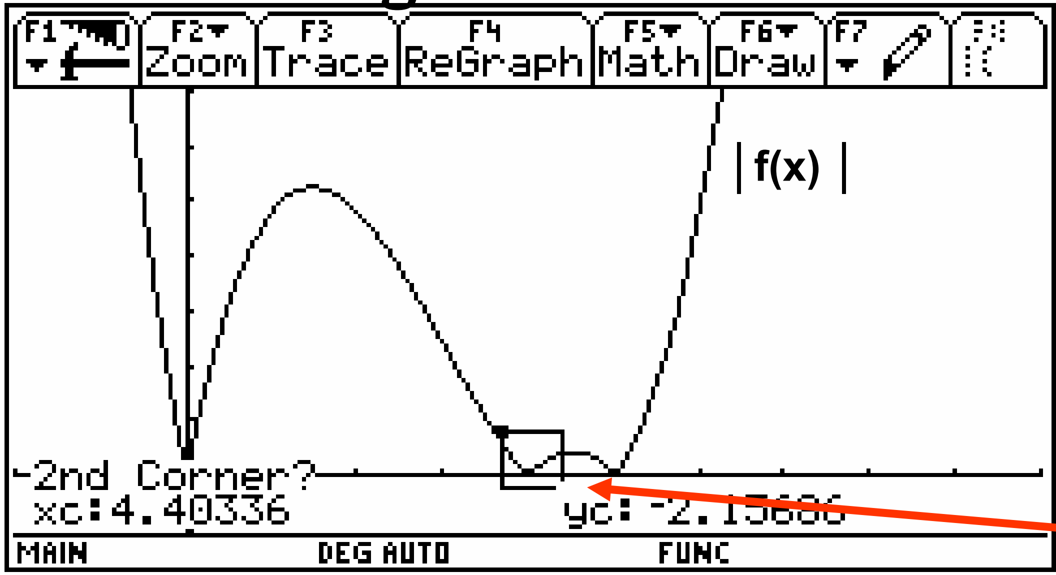
A4⇔ Argumentieren und Begründen

➢ Induktive Schlusskompetenz

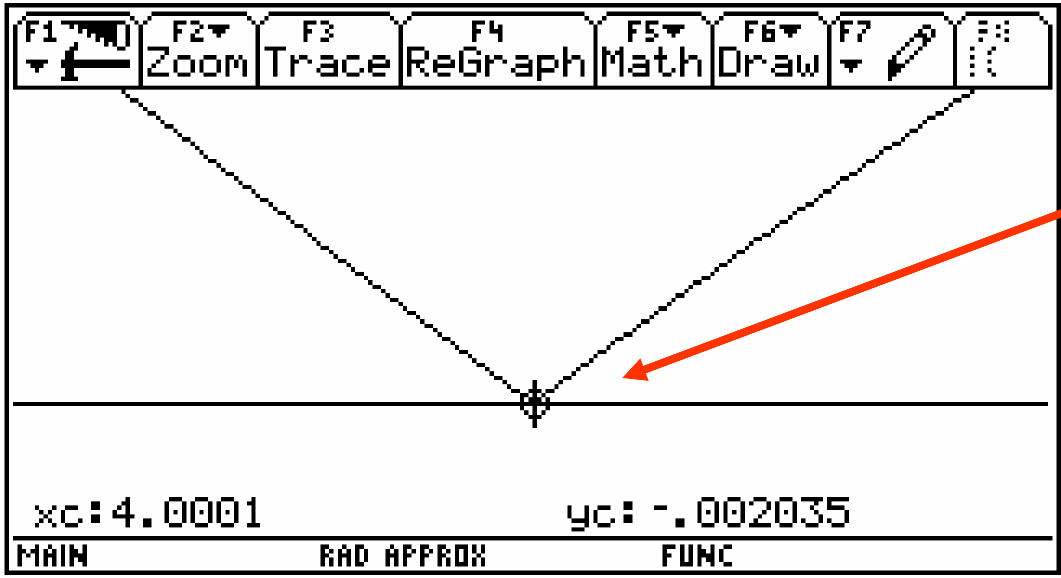
Beispiel: Differentialrechnung – Idee der Linearisierung



Beispiel: Differentialrechnung – Stetigkeit - Differenzierbarkeit



Vermuten durch „Zoomen“:
→ nicht „linearisierbar“



Aufgabe als Beispiel für überfachliche Standards: „Zeit für Schule“

Aufgabenstellung: Setzt Euch mit den Äußerungen der Schülerinnen und Schüler auseinander!

Standards für den mittleren Bildungsabschluss
Deutschland, Dezember 2003

Heugl

Beschreibung der Aufgabe und Zielsetzung:

- **Die Bearbeitung der Aufgabe erfordert das Strukturieren der Situation.**
- **Die Schülerinnen und Schüler vertreten ihre Überlegungen argumentativ und setzen sich mit anderen Vorschlägen kritisch auseinander.**

Klassifikation

- **Handlungskompetenz**

  A1: Modellbilden

  Ich kann mich für ein geeignetes Modell, bzw. für einen geeigneten Lösungsweg entscheiden

  A4: Argumentieren und Begründen

  „Ich kann die Entscheidung für eine bestimmte Lösung begründen“, „Ich kann einfache mathematische Begründungen geben“

- **Inhaltliche Kompetenz B1: Arbeiten mit Zahlen und Maßen**

  „Ich kann Prozentrechnen“

- **Komplexitätsniveau –** hohe Komplexität Komplexität

➢ Überfachliche Kompetenzen

C2: Kooperatives Handeln

C2.1 Ich arbeite bei Gruppenarbeiten aktiv mit.
C2.3 Ich bin bereit in einer Gruppe Verantwortung zu übernehmen.
C2.7 Ich vertrete meine Meinung in der Gruppe.

C3: Kritisches Denken und Reflektieren

C3.1 Bevor ich mir eine Meinung bilde, hole ich Informationen ein.
C3.3 Ich unterscheide zwischen Meinungen und Fakten.

C4: Arbeitstechniken, Methodenkompetenzen

C4.5 Ich kann die ausgewählten Informationen mit eigenen Worten zusammenfassen.

Lösungen und Hinweise	Inhalts komp.	Levels I	II	III
Mögliche Modellannahme: •Zeit in der Schule pro Tag 5 h (5 Tage/Woche) •Schulweg 1 h •Hausaufgaben 2 h •Insgesamt 8 h pro Schultag 40 Wochen mit 5 Schultagen ergeben 200 Schultage, also 1600 Stunden pro Jahr. Betrachten verschiedener Bezugswerte: -Bezugswert 24 h Tag: 24.365 Stunden pro Jahr => ca. 18% –Bezugswert 16 h Tag: 16.365 Stunden pro Jahr => ca. 27%	Rechnen und Zahlen-verständnis			M,A
Erwartete überfachliche Kompetenzen: •Überlegungen auf der Grundlage des Modells verständlich darstellen •Auf Fragen und Kritik sachlich und angemessen reagieren. •Diskussion über mathematische Aspekte hinaus erweitern				

Unter* Kompetenzen *[Weinert, 2001]

versteht man die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen (bedeutet: willentliche Steuerung) und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können.

A3⇔ Interpretieren und Dokumentieren
➢ Visualisierungskompetenz

Beispiel: Wechselwirkung

- Term – Graph
- Funktion – Ableitung

Gegeben: f(x) = sin(x+b)+c

(a) Untersuche die Auswirkung der Parameter b,c auf die Lage des Grafen. Ändere die Lage des Grafen und untersuche die Konsequenzen für den Term.

(b) Wie ändert sich die Steigung der Tangente in Abhängigkeit von der Lage des Punktes?

Die Auswirkung von Parametern im Algebra- und Grafikfenster interpretieren

Beziehungen zwischen Veränderungen im Algebra- und Grafikfenster herstellen (Window-Shuttele-Methode)

A3⇔ Interpretieren und Dokumentieren

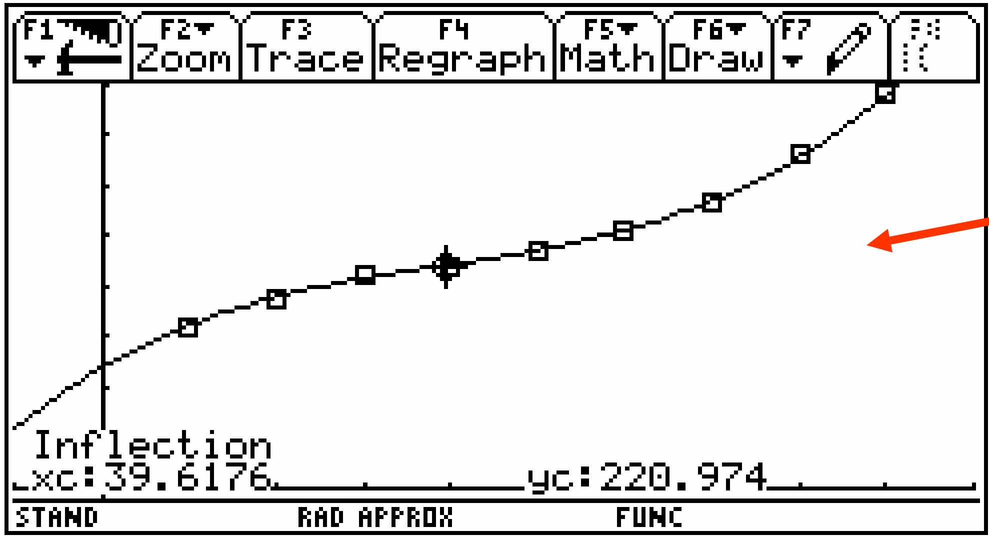
➢ Werkzeugkompetenz

Beispiel: Kosten und Erlös bestimmen den Gewinn
[Böhm, J.; 1998]

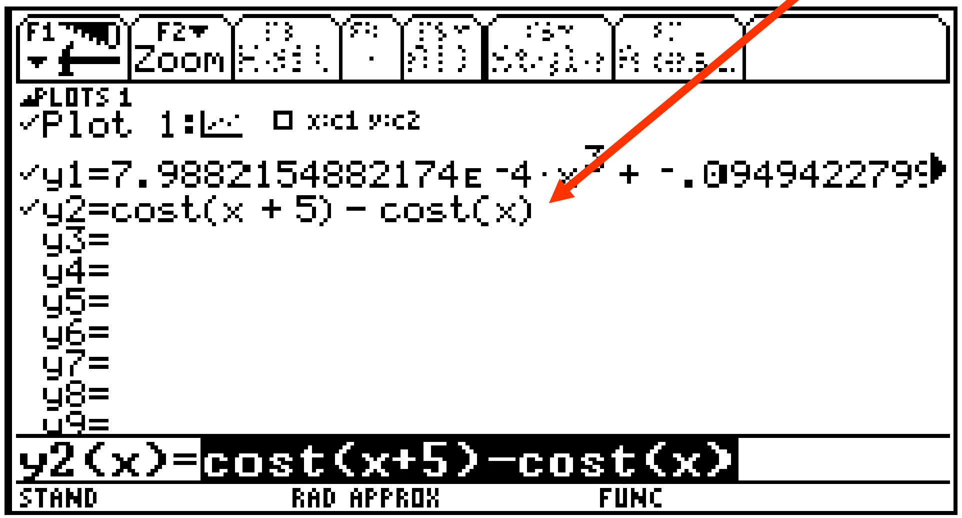
Voraussetzung: Kostenfunktion cost(x) mit Hilfe der kubischen polynomialen Regression ermittelt.

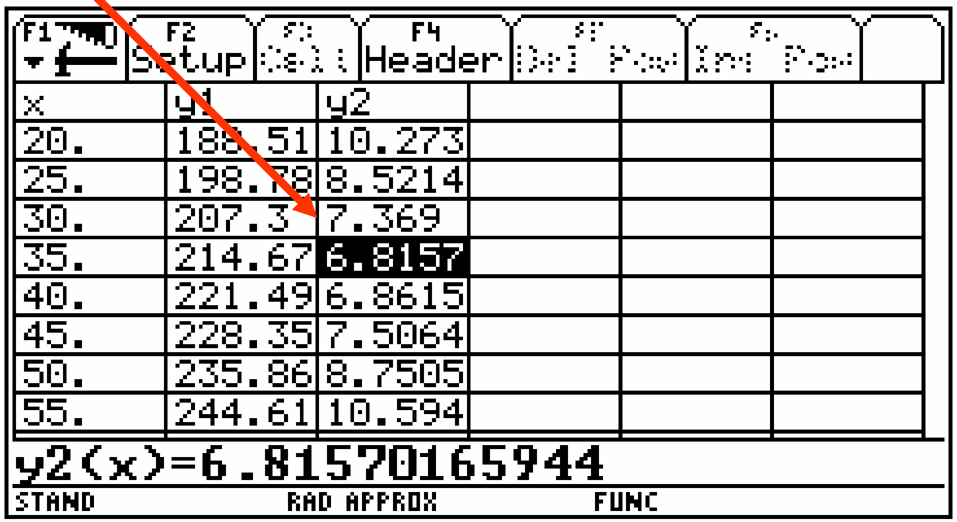
- Welche Bedeutung hat K(x=0)?
- Interpretiere den Verlauf der Kostenfunktion.
- Bestimme möglichst genau den Bereich, in dem die Produktionskosten am langsamsten zunehmen.

Interpretieren von Grafen



Interpretieren von Veränderungen mit Hilfe von Technologie





x	y1	y2
20.	188.51	10.273
25.	198.78	8.5214
30.	207.3	7.369
35.	214.67	6.8157
40.	221.49	6.8615
45.	228.35	7.5064
50.	235.86	8.7505
55.	244.61	10.594