

**Schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik – Haupttermin 1998/99**  
**BORG Wolfsberg – 8D – Muisches ORG**  
**Mag. Gerhard Hainscho**

1. Laut Statistik leiden ca. 8% aller Männer Europas an Rotgrünblindheit. Diese ist angeboren und wird X-chromosomal rezessiv vererbt.
- Wieviel % aller Frauen sind rotgrünblind?
  - Wieviel % aller Frauen können die Anlage für Rotgrünblindheit an ihre Kinder vererben?
  - Wieviel % aller Frauen können die Anlage für Rotgrünblindheit an ihre Kinder vererben, obwohl sie selbst nicht rotgrünblind sind?  
 Im heurigen Schuljahr 1998/99 besuchen 33 Schüler und 79 Schülerinnen die Maturaklassen des BORG Wolfsberg.
  - Wie viele dieser Schüler und wie viele dieser Schülerinnen sollten rotgrünblind sein?
  - Wie viele dieser Schüler und wie viele dieser Schülerinnen können die Anlage für Rotgrünblindheit an ihre Kinder vererben?  
 Andere Erbkrankheiten werden autosomal rezessiv vererbt, sind also nicht an das Geschlecht gebunden; so auch die mit einer Häufigkeit von 0,0002 auftretende Taubstummheit.
  - Wie viele an Taubstummheit Erkrankte sind in Österreich zu erwarten (Einwohnerzahl ca. 8 Millionen)
  - Wie viele Österreicherinnen und Österreicher können die Anlage für Taubstummheit an ihre Kinder vererben?

Beantworte folgende allgemeine Fragen:

- Welche 4 Konzepte bzw. Definitionen von „Wahrscheinlichkeit“ kennst Du? In welchen Situationen paßt welches Konzept?

[Lösungen: a) 0,64% b) 15,36% c) 14,72% d) 2,64 Schüler / 0,51 Schülerinnen e) 2,64 Schüler / 12,13 Schülerinnen f) 1600 ÖsterreicherInnen g) 224 674 ÖsterreicherInnen]

2. Leite folgende Formeln durch Integration her:

- Das Volumen einer Kalotte („Kugelhaube“) beträgt  $V_x = \frac{\pi}{3} \cdot h^2 \cdot (3r - h)$
- Die Oberfläche (= Mantel) einer Kalotte beträgt  $M_x = 2\pi rh$
- Für die Mantelfläche einer „Kugelzone“ gilt ebenfalls  $M_x = 2\pi rh$

Beantworte folgende allgemeine Fragen:

- Welche 2 Zugänge zum Thema „Integral“ kennst Du und wie hängen diese zusammen? Welche allgemeine Vorstellung verbindest Du mit dem Begriff „bestimmtes Integral“?

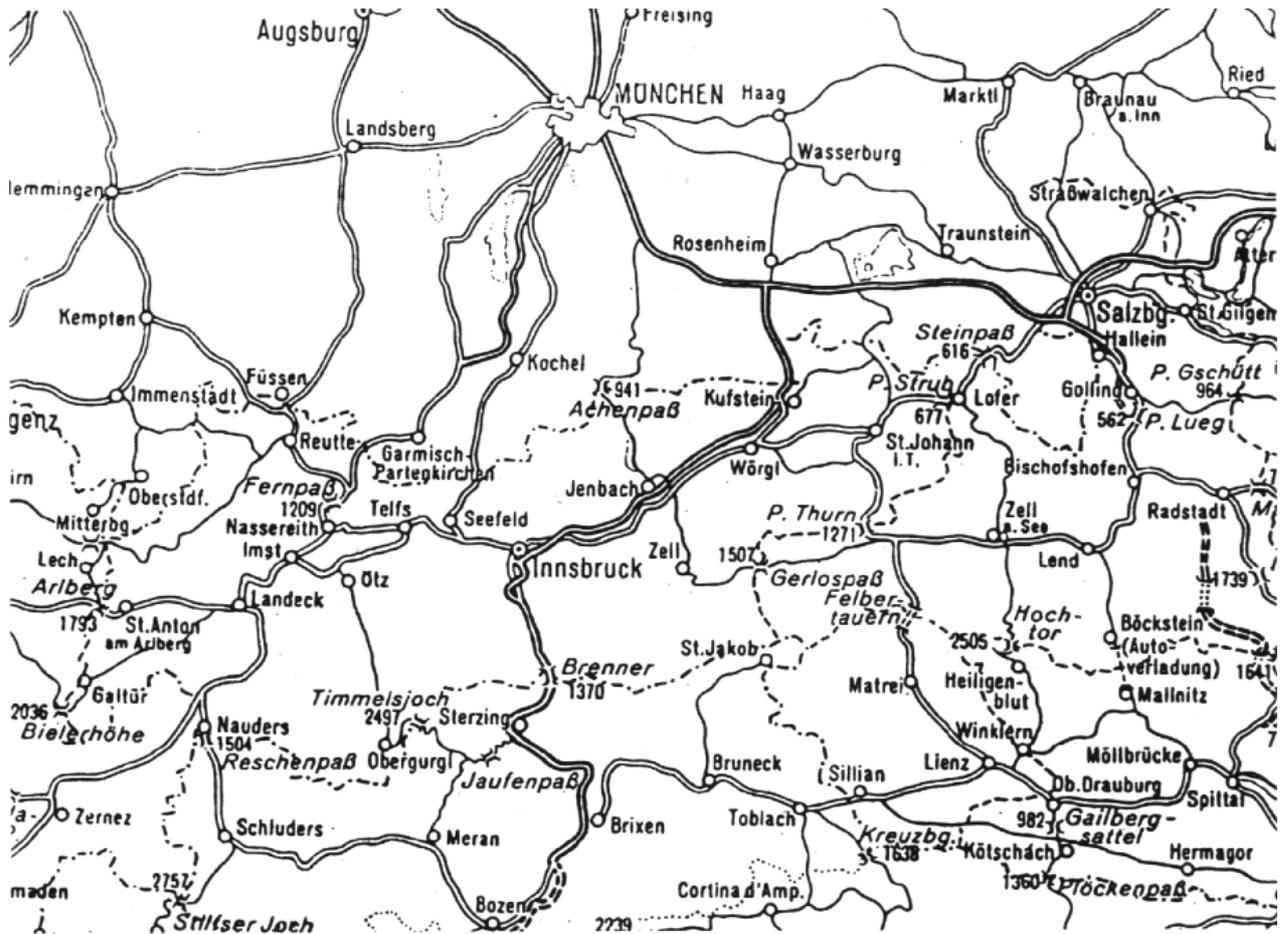
[Lösungen: siehe oben]

3. Ein Hersteller von Getränkedosen steht vor folgenden Problem:  
 Welcher Drehzylinder hat bei gegebenem Volumen (V) minimale Oberfläche?

- Berechne zunächst allgemein r, h und  $O_{\min}$  und vergleiche r mit h.
- Welche Lösungen für r, h und  $O_{\min}$  ergeben sich für  $V = 0,25$  l bzw.  $V = 0,5$  l?
- Skizziere die verwendete Oberflächenfunktion  $O(r)$  für  $V = 0,25$  l und markiere die Extremstelle(n). Beantworte anhand der Zeichnung die Frage, ob in dieser Aufgabe auch die Frage nach  $O_{\max}$  sinnvoll sein kann.

[Lösungen: a)  $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$   $h = 2r = 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$   $O_{\min} = 3 \cdot \sqrt[3]{2\pi V^2}$  b)  $V = 0,25$  l;  $r = 3,414$  cm;  $h = 6,828$  cm;  
 $O_{\min} = 219,689$  cm<sup>2</sup>;  $V = 0,5$  l;  $r = 4,301$  cm;  $h = 8,603$  cm;  $O_{\min} = 348,734$  cm<sup>2</sup>]

4. Die Firmen A in Innsbruck und B in Salzburg haben sich auf den Verkauf mathematischer Spiele und Scherzartikel spezialisiert, die sie ihren Kunden in ganz Österreich persönlich zustellen; die angenommene Entfernung Innsbruck – Salzburg beträgt 150 km.  
 Ein bestimmter Artikel kostet in Innsbruck ATS 1180,- in Salzburg dagegen nur ATS 1000,-. Beide Firmen verrechnen eine Zustellgebühr von ATS 2,- / km.
- Wie verläuft die Konkurrenzgrenze? Ermittle ihre Gleichung, bestimme die geometrische Form der dadurch beschriebenen Kurve und gib ihre charakteristischen Größen an.
  - Zeichne eine maßstabstreue Skizze der Konkurrenzgrenze in beiliegende Karte.
  - Nenne je 3 Orte, für die es günstiger ist, in Innsbruck bzw. Salzburg einzukaufen. Wo würde ein Wolfsberger einkaufen?
  - Welche Vereinfachungen trifft der mathematische Ansatz gegenüber der Realität?
  - Welche geometrischen Formen kann die Konkurrenzgrenze überhaupt annehmen und wovon hängt das ab?



[Lösungen: a)  $\frac{x^2}{2025} - \frac{y^2}{3600} = 1$  ... Hyperbel in erster Hauptlage: M(0 / 0), a = 45, b = 60]

Viel Erfolg!