

Bundesgymnasium und Bundesrealgymnasium Berndorf

Themenvorschläge für die schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik - Haupttermin 1998

8A-Klasse

Gymnasium

1. Gruppe

- 1)
 - a) Berechne Näherungen für den Flächeninhalt einer Ellipse E mit den Achsen $a=5$ und $b=3$, indem Du das Intervall $[0; a]$ in 20 gleich lange Teile zerlegst und die entsprechende Ober- bzw. Untersumme berechnest.
 - b) Wie kann man zu besseren Näherungen kommen? - Wie genau können diese werden? - Beschreibe den Weg zum Integral und begründe so ausführlich wie möglich!
 - c) Wie müsstest Du das Integral ohne Taschenrechner berechnen? - Wie berechnet es der TI-92?
 - d) Berechne den Flächeninhalt der Ellipse E genau, sowie den einer allgemeinen Ellipse E_{ab} mit den Achsen a und b . - Vergleiche mit der Flächeninhaltsformel des Kreises.
 - e) Die Ellipse E_{ab} sei Grundfläche eines geraden Kegels mit der Höhe h . Berechne mittels Integral seine Volumensformel.

- 2) Wichtige Punkte einer Autokarosserie werden durch Koordinaten festgelegt. In der ersten Grobform ist die Heckscheibe durch $A=(0/38/64)$, $B=(72/54/58)$, $C=(56/98/95)$ und $D=(0/90/103)$ bestimmt. Die Punkte B' und C' liegen symmetrisch zu B und C bezüglich der 2-3-Ebene. (Einheit: cm)
 - a) Berechne eine Gleichung der Ebene E durch die Punkte A , B und C und zeige, dass auch D in E liegt, nicht aber B' .
 - b) Berechne den Abstand des Punktes B' von E und erkläre die entsprechenden geometrischen Zusammenhänge.
 - c) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$ mit Mitteln der Analytischen Geometrie.
 - d) Berechne so viele Längenstücke und Winkel des Vierecks $ABCD$, dass Du mit Hilfe der trigonometrischen Flächenformel nochmals den Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$ berechnen kannst.
 - e) $I=(72/0/58)$ und $II=(-72/0/58)$ sind zwei Punkte des Kofferraumdeckels. Fertige eine Schrägrisszeichnung aller gegebenen Punkte (einschließlich B' und C') an und ergänze freihändig zu einer Zeichnung der Grobform des hinteren Teils der Autokarosserie. (Maßstab 1: 20).

- 3) Die Würfel der Steinzeitmenschen sind Astragale, nämlich Mittelfußknochen von Schafen. Nach dem Werfen eines Astragales sind vier Positionen a, b, c und d möglich, die mit den Wahrscheinlichkeiten $P(a) \approx P(b) \approx 0,4$ bzw. $P(c) \approx P(d) \approx 0,1$ auftreten.
- Woher kennt man diese Wahrscheinlichkeiten wohl?
 - Üblicherweise wurde mit vier Knöchelchen geworfen. Betrachte die Zufallsvariable H: „Anzahl der Knochen, die die Seite a zeigen“ und berechne ihre Verteilung.
 - Ist H binomialverteilt? - Begründe! Berechne den Erwartungswert von H und erkläre seine Bedeutung genau.
 - Nun wird mit drei Astragalen geworfen. Berechne die Verteilung der Zufallsvariablen „Anzahl der gleichen Seiten“ bei einem Wurf.

Zusatzpunkte (e): Wie d), nur wird wieder mit vier Knöchelchen geworfen.

- 4) Am Zusammenfluss von Mississippi und Missouri steht das „Tor zum Westen“, der Gateway Arch (siehe Abb.). Seine Höhe h und seine Basisbreite b sind beide 192 Meter (Innenmaße). In manchen Broschüren steht, er habe die Form einer Parabel, in anderen, er habe die Form einer Kettenlinie.

$$k(x) = \frac{a}{2} \cdot \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) \text{ ist die allgemeine Gleichung einer Kettenlinie}$$

- Betrachte Kettenlinien für verschiedenes a und beschreibe ihre wesentlichen Eigenschaften.
- Berechne eine Gleichung für das „Tor zum Westen“ unter der Annahme, dass es sich um eine entlang der 2.Achse verschobene Kettenlinie handelt.
- Berechne eine Gleichung für das „Tor zum Westen“ unter der Annahme, dass es sich um eine Parabel handelt.
- Da an der Stelle 0 bei beiden Kurven eine waagrechte Tangente vorliegt, ist die Krümmung des Graphen an dieser Stelle gleich $f''(0)$ und der Radius des Krümmungskreises gleich dem Betrag des Kehrwertes von $f''(0)$.



Berechne für beide Kurven den Radius des Krümmungskreises an der Stelle 0. Um welche Kurve handelt es sich tatsächlich, wenn man aus Plänen entnommen hat, dass der Krümmungsradius 38,9 m beträgt?