1. Semesterschularbeit 3.2.2000

(100 Minuten)

1) Die Punkte A=[3,0,-1], B=[1,4,-1] und C=[-2,0,4] liegen auf einer Kugel, deren Mittelpunkt in der Ebene ε: $2x+3y-8z=4$ liegt.
   a) Stelle die Kugelgleichung auf!
   b) Berechne das Volumen jener Pyramide, die das Dreieck ABC zur Grundfläche hat und deren Spitze der tiefste Punkt der Kugel k: $(x+2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 25$ ist!

2) Der Mittelpunkt der Ellipse E: $16x^2 + 25y^2 = 400$ ist der Scheitel einer Parabel, deren Brennpunkt mit dem rechtsseitigen Brennpunkt der Ellipse zusammenfällt. (SKIZZE!)
   a) Wie lauten die Gleichungen der gemeinsamen Tangenten und die Koordinaten der Berührungspunkte?
   b) Berechne den Schnittwinkel, den die Ellipse E mit der Parabel P: $y^2=12x$ einschließt!

3) Angenommen ein punktförmiges Objekt bewegt sich längs der durch

$$f: x \to (1/4) . (x^3 + 2x^2 - 3x), \quad [-2;2] \to R$$

beschriebenen Kurve und trifft auf eine Wand, die durch die Gleichung $x=2$ beschrieben wird. Unter welchem Winkel α trifft das Objekt auf der Wand auf ?
Mache am Beginn eine am Graphik-Fenster orientierte SKIZZE!

<u>Zusatzaufgabe</u>:
Gegeben ist ein Rechteck mit 15cm Länge und 8cm Breite. In den vier Ecken sind gleich große Quadrate auszuschneiden. SKIZZE! Die dadurch entstehenden Rechteckstreifen sind aufzubiegen, damit eine oben offene Schachtel entsteht.
Wie groß sind die Quadratseiten zu wählen, damit das Volumen der Schachtel möglichst groß wird?

Nachtragsschularbeit **9.2.2000**

(100 Minuten)

1) Lege durch P=[2,10,4] eine Normalebene E zur Geraden AB (A=[1,1,1], B=[2, 3, 4]).

a) Bestimme den Durchstoßpunkt D der Geraden AB mit der Ebene E!

Der Punkt D ist Mittelpunkt der Kugel k, welche die Ebene ε: $3x-4y+12z=34$ berührt.

b) Bestimme die Gleichung der Kugel k!

2) Eine Hyperbel $b^2x^2-a^2y^2=a^2b^2$ geht durch den Punkt P=[5,1] und hat die Asymptote $y = (\sqrt{5} \,.\, x)/5$. Eine Parabel $y^2=2px$ hat die Tangente t: $-x+20y=20$.

a) Ermittle die Gleichung der beiden Kegelschnitte!

b) Die Hyperbel $x^2 - 5y^2 = 20$ schneidet die Parabel $y^2 = x/5$.
Bestimme den Schnittwinkel!

3) Die Flugbahn eines Körpers ist gegeben durch den Graphen der folgenden Funktion:

$$f: \quad x \rightarrow -x^2 + 8x \qquad [-1, 8] \rightarrow R$$

Wie groß ist der Steigwinkel zum Zeitpunkt x=2 und wie groß ist der Aufprallwinkel auf einer horizontalen Wand, die durch die Gleichung $y=0$ beschrieben wird ?

<u>Zusatzaufgabe</u>:

Welche Höhe muss ein gerader Kreiskegel haben, wenn er bei einer Seitenlänge s=12cm einen maximalen Rauminhalt haben soll ?

Name:________________________________ **7.c Klasse**

1. Mathematiktest 23.9.1999
(25 Minuten)

gegeben:	$\mathbf{f(x) = x^3 - 6 \,.\, x^2 - 6 \,.\, x + 136}$

1) Zerlege f(x) mit **FACTOR** in R und bestimme anschließend **mit der Hand** die Lösungen der Gleichung f(x) = 0 in C Schritt für Schritt.

2) Zeichne den Graphen der Funktion y = f(x) für $-6 \leq x \leq 10$ und $-50 \leq y \leq 180$.
Anleitung: Stelle dazu eine Tabelle für x ist -6, 0, 10 auf und bestimme im Graphikfenster die Nullstelle, das Minimum und das Maximum.

3) Bestimme mit dem TI-92 die komplexen Lösungen der Gleichung f(x)=0 und zeichne die Lösungen als Punkte bzw. Vektoren in der Gaußschen Zahlenebene ein.

Mathematiktest 25.11.1999

(25 Minuten)

1) Kapitel: **Komplexe Zahlen** (8 Punkte)

Gegeben sind die komplexen Zahlen $z1 = 3 - 2i$ $z2 = 2 + i$

a) Zeichne z1 in der Gaußschen Zahlenebene ein und bilde durch Rechnung die Polar-darstellung (r,φ). Kontrolliere durch Nachmessen.

b) Berechne (z1)^2 mit der Polarformel. Kontrolle mit dem TI-92.

c) Berechne eine der zwei Lösungen der Quadratwurzel von z1 mit der Polarformel. Kontrolliere mit dem TI-92.

d) Berechne z1/z2 mit der Hand. Kontrolle mit TI-92.

Kapitel: **Analytische Geometrie** (12 Punkte)
Drei Beispiele sind auszuwählen und zu lösen!

2) Kreis: $x^2 + y^2 - 8x + 10y = 0$ Berechne $M = (m, n)$ und r.

3) Welchen Abstand hat die Gerade g: $3x - 4y = 12$ von k: $M = [-5, -3]$, $r = 2$

4) Berechne einen der beiden Schnittpunkte der Geraden g: $X = [7, -4] + t \,.\, [3, -2]$
mit dem Kreis k: $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 65$ $X = [x, y]$

5) Stelle die Gleichung der Kreistangente im Punkte B des Kreises k auf:
k: $([x, y] - [7, -2])^2 = 20$ $B = [3, -4]$

<u>Zusatzaufgabe</u>:
In welchen Punkten schneidet die Gerade g die Kugel k ?
k: $X^2 = 81$ g: $X = [-5, 2, -1] + t \,.\, [-2, 2, -3]$ $X = [x, y, z]$

Mathematiktest -Nachtrag 16.12.1999

(25 Minuten)

Vier Beispiele sind auszuwählen und zu lösen!

1) Kugel: $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - (3/2).y + (5/2).z - 2 = 0$ Berechne $M = (m,n,q)$ und r.

2) Stelle die Gleichung der Kreistangente im Punkte B des Kreises k auf:

k: $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 169$ $B = [7, y>0]$

3) Ermittle den Berührungspunkt der Tangente t: $x - 2y = -4$

mit dem Kreis k: $(X - [3, 1])^2 = 5$ $X = [x,y]$

4) Berechne den Schnittwinkel des Kreises k mit der Geraden g im gemeinsamen Punkt S.

k: $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 13$ g: $x + 5y = 26$ $S = [6, 4]$

5) Ellipse: $5x^2 + y^2 = 16$

Berechne die Länge der Haupt- und Nebenachse und die Koordinaten der beiden Brennpunkte!

<u>Zusatzaufgabe</u>:

Beweise, dass die beiden Kugeln k1 und k2 einander berühren! (SKIZZE!)

K1: $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2= 140$, k2: $(x-7)^2 + (y-12)^2 +(z+24)^2= 315$

Mathematiktest - Wiederholung 1.12.1999

(25 Minuten)

Vier Beispiele sind auszuwählen und zu lösen!

1) Kreis: $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 15 = 0$ Berechne M = (m, n) und r.

2) Stelle die Gleichung der Kreistangente im Punkte B des Kreises k auf:

k: $(x - 7)^2 + (y + 2)^2 = 20$ $B = [3, y<0]$

3) Berechne einen der beiden Schnittpunkte der Geraden g: $[7, 17] . X = - 182$

mit dem Kreis k: $(X - [3, -2])^2 = 169$ $X = [x, y]$

4) Berechne den Schnittwinkel der beiden Kreise k1 und k2 im gemeinsamen Punkt S.

k1: $(x+9)^2 + (y+3)^2 = 65$ k2: $(x-6)^2 + (y-7)^2 = 130$ $S = [-5, 4]$

5) Welchen Abstand hat die Gerade g: $X = [-7, -9, 22] + t . [12, 5, -2]$ von der

Kugel k: $M=[0,0]$, $r = 21$? $X = [x, y, z]$

<u>Zusatzaufgabe</u>:

Ermittle die Gleichung der Tangentialebene in parameterfreier Form im Punkt A der Kugel k:

k: $(X - [-3, 5, 1])^2 = 324$ $A = [-1, 13, 17]$ $X = [x ,y, z]$