

1. SCHULARBEIT, 13. Oktober 1997

- 1) a) Zeichne den Graphen einer normierten Polynomfunktion vierten Grades mit reellen Koeffizienten, der drei (verschiedene) reelle Nullstellen besitzt, wovon eine eine Doppelnullstelle ist, mit Hilfe des TI-92.
Gib die geeignete Fenstereinstellung an und übertrage die Funktion ins Heft.
Gib den Funktionsterm der von dir gewählten Funktion an.
Erkläre die Vorgangsweise und dokumentiere deine Arbeit. **11P**
- b) Bestimme mit Hilfe des TI-92 den Funktionsterm einer Polynomfunktion dritten Grades mit reellen Koeffizienten, deren Graph mindestens eine komplexe Nullstelle besitzt.
Erkläre die Vorgangsweise. Dokumentation! **5P**
- 2) a) Wieviele Lösungen hat die Gleichung $x^n = a + bi$ über der Grundmenge \mathbb{C} .
Warum ist die Wurzel aus einer komplexen Zahl nicht eindeutig bestimmt? **3P**
- b) Berechne **alle** vierten Wurzeln aus $z = -119 + 120i$. Rechne in der Polarform und gib die Ergebnisse in der Binomialform $a + bi$ an. Die Befehle **cSolve** bzw **cZeros** sind bei diesem Beispiel nur zur (freiwilligen) Kontrolle zu verwenden. **8P**
- 3) Bestimme die Lösungen der Gleichung $x^4 - 5x^3 + 11x^2 + 11x - 78 = 0$ durch Abspalten von Linearfaktoren!
Der 1. Linearfaktor ist **ohne TI-92** abzuspalten, der 2. kann mit dem TI-92 abgespalten werden.
Was gilt für den Fall, daß ganzzahlige Lösungen existieren, für diese Lösungen? **11P**
- 4) a) Berechne $\frac{3-4i}{5+2i}$ (1) **ohne** TI-92 (2) mit TI-92 **4P**
- b) Leite eine Formel für das Multiplizieren komplexer Zahlen in der Polarform her. Die Summensätze dürfen als bekannt vorausgesetzt werden! **6P**

2. SCHULARBEIT, 17. November 1997

- 1) Bestimme eine Gleichung des Kreises, der durch die Punkte $P(4|-5)$ und $Q(6|-3)$ geht und dessen Mittelpunkt auf der Geraden $g[A(1|-6), B(-2|3)]$ liegt.

8P

- 2) a) Welche Bedingung muß erfüllt sein, damit zwei Kreise einander berühren? (**zwei Möglichkeiten!**)

4P

- b) Berechne die Schnittpunkte und einen Schnittwinkel der beiden Kreise $k_1(2|-4;5)$ und

$$k_2 : \left[\bar{x} - \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix} \right]^2 = 100.$$

12P

- 3) a) Welche Bedingung muß die Gerade $g: y = kx + d$ erfüllen, damit sie den Kreis $k[M(x_m|y_m), r]$ berührt? Leite eine entsprechende Formel her!

4P

- b) Gegeben ist ein Kreis $k: (x-1)^2 + (y+2)^2 = 40$ und die Geraden $g_1: -3x + 4y = 36$, $g_2: 2x - 3y = 10$ und $g_3: x - 3y = -13$. Welche der drei Geraden ist Tangente des gegebenen Kreises? Berechne ihren Berührungspunkt!

11P

- 4) Berechne die Berührungspunkte der zur Geraden $g: 4x - 3y = 25$ parallelen Tangenten an den Kreis

$$k: \bar{x}^2 + \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} \bar{x} - 12 = 0. \text{ Löse die Aufgabe auf eine Art und gib einen zweiten Lösungsweg an.}$$

9P

3. SCHULARBEIT, 22. Dezember 1997

- 1) Gegeben ist die Folge $a_n = \frac{5n+3}{3-4n}$.
Berechne, ab welchem Glied alle Folgenglieder in der 0,0037-Umgebung des Grenzwertes liegen. 11P
- 2) Gegeben ist die Funktion $f(x) = -x^3 + 6x^2 - \frac{27}{8}x - \frac{15}{2}$.
Bestimme $f'(x)$ und $f''(x)$! Zeichne die Graphen von f, f' und f'' am TI-92.
Übertrage die Zeichnung in deine Unterlagen. Welche Zusammenhänge bestehen zwischen den Graphen von $f(x)$ und $f'(x)$ bzw. von $f(x)$ und $f''(x)$? 16P
- 3) a) Differenziere $f(x) = x^4$ ohne TI-92, wobei keine Differentiationsregeln verwendet werden sollen, sondern nur die Definition des Differentialquotienten. 7P
- b) Jeder Tiefe h (in m) an einer Stelle des Meeres sei die Temperatur $T(h)$ (in °C) zugeordnet. Der **Temperaturgradient** gibt an, wie sich die Temperatur im Verhältnis zur Änderung der Tiefe ändert. Definiere den mittleren Temperaturgradienten im Tiefenintervall $[h, z]$ und den Temperaturgradienten in der Tiefe h in mathematischen Symbolen und mit den Begriffen „Differenzenquotient“ und „Differentialquotient“. 4P
- 4) Ermittle durch graphisches Differenzieren die Form der 1. Ableitungsfunktion.
Begründe deine Vorgangsweise! 10P

4. SCHULARBEIT (2-stündig), 26. März 1998

- 1) Eine Lehrkraft erhielt auf die Frage „Ich fühle mich ermuntert, an den Unterrichtsgesprächen in der Klasse teilzunehmen“ eines Feedback - Bogens für Lehrerinnen und Lehrer von den Schülern zweier Klassen folgende Beurteilungen (0 = eher abgeschreckt ... 6 = deutlich ermuntert)

7. Klasse: 4 3 6 6 5 5 6 4 3 2 2 2 6 2 5 5 2 6 5 5

8. Klasse: 3 2 4 0 4 2 2 5 4 3 1 2 2 3 5 5 3 2 4 2 5 4

Zeichne für beide Beurteilungsserien die Histogramme am TI-92 und übertrage diese Histogramme in deine Ausführungen.

5P

Beantworte für beide Beurteilungsserien folgende Fragen:

Welche Beurteilung erhielt die Lehrkraft durchschnittlich und um wieviel schwankte diese Zahl durchschnittlich?

4P

Was ist jeweils der Modalwert?

1P

Wie groß ist jeweils die Spannweite der Beurteilung?

1P

Vergleiche beide Beurteilungsserien! Was könnten Gründe für die unterschiedliche Beurteilung der Lehrkraft durch die beiden Klassen sein?

2P

Hinweis: Standardabweichung $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$

- 2) a) Der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades besitzt an der Stelle $x=3$ einen Tiefpunkt und in $W(2|y_w)$ einen Wendepunkt mit der Wendetangente $t_w: 3x + y = 4$. Bestimme den Funktionsterm (der **simult - Befehl** zum Lösen von Gleichungssystemen darf bei diesem Beispiel **nicht** verwendet werden). Begründe deinen Ansatz.

5P

b) Diskutiere (Stetigkeit, Differenzierbarkeit, N, E, W, t_w , Graph, Monotonie, Krümmung, Symmetrie mit Beweis) die Funktion $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ im Home - Bereich des TI-92 unter Verwendung der besonderen Eigenschaften der Ableitungsfunktionen.

9P

- 3) Gegeben sind die Funktionen $f(x) = 5(x^2 - 2x - 15)$ und $g(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x$. Die Graphen beider Funktionen schneiden einander auf der x-Achse. Im rechten Schnittpunkt fallen die Tangenten an die beiden Kurven zusammen. Bestimme den Funktionsterm von $g(x)$ (der **simult - Befehl** zum Lösen von Gleichungssystemen **darf** bei diesem Beispiel verwendet werden). Begründe deinen Ansatz. Zeichne beide Funktionen am TI-92 und übertrage die Graphik in deine Ausarbeitungen. Bestimme die dafür notwendigen besonderen Punkte im Graphik-Modus.

12P

- 4) a) Leite die Produktregel für das Differenzieren eines Produkts zweier Funktionen ab.

5P

b) Bilde $y'(x)$ ohne TI-92 $x \cdot y^3 = 2x \cdot \sin x$ durch implizites Differenzieren!

4P

Bei allen Beispielen ist eine genaue Dokumentation zu führen!

Nachtermin zur 4. SCHULARBEIT, 21. April 1998

- 1) Auf den in Österreich verkauften 1kg-Mehlpackungen findet man die Angabe „Füllgewicht 985g“. Lediglich die Bruttomasse muß 1kg betragen. Die 985g Nettomasse zum Zeitpunkt des Abfüllens dürfen allerdings nur in den seltensten Fällen unterschritten werden. Die zufällige Auswahl von 20 Packungen ergab folgende Liste (Masse in g):

997,7	995,7	1002,5	982,5	995,1	1002,4	992,2	992,8	988,4	990,4
995,4	994,8	993,4	992,0	1003,8	996,0	995,1	998,9	997,6	1001,1

Lege eine Klassenbreite von 5g fest.

Erstelle eine Tabelle für die Klassenmitten, die absoluten und relativen Häufigkeiten. Zeichne das zugehörige Histogramm am TI-92 und übertrage dieses Histogramm in deine Ausführungen.

5P

Berechne (1) ohne (2) mit Zugrundelegung der obigen Klassenbreite das durchschnittliche Füllgewicht. Um wieviel schwankte es durchschnittlich?

4P

Vergleiche die in (1) und (2) berechneten Werte!

2P

Was ist die Modalklasse?

1P

Wie groß ist die Spannweite des Füllgewichts?

1P

Hinweis: Standardabweichung $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$

- 2) a) Der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades geht durch den Punkt $P(3|0)$, hat für den Wert $x=2$ eine Tangente, die parallel zur x-Achse verläuft, und besitzt in $R(1|2)$ einen Wendepunkt. Bestimme den Funktionsterm (der **simult - Befehl** zum Lösen von Gleichungssystemen darf bei diesem Beispiel **nicht** verwendet werden). Begründe deinen Ansatz.

5P

b) Diskutiere (Stetigkeit, Differenzierbarkeit, N, E, W, t_w , Graph, Monotonie, Krümmung, Symmetrie mit Beweis) die Funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2$ im Home - Bereich des TI-92 unter Verwendung der besonderen Eigenschaften der Ableitungsfunktionen.

9P

- 3) Eine Polynomfunktion f 3. Grades schneidet die Funktion $g(x) = 2x^2 - 3x$ zweimal auf der x-Achse. Der linke Schnittpunkt ist zugleich Extremstelle von f, und im rechten Schnittpunkt beträgt die Steigung des Graphen von f $k=9$. Bestimme den Funktionsterm von f(x) (der **simult - Befehl** zum Lösen von Gleichungssystemen **darf** bei diesem Beispiel verwendet werden). Begründe deinen Ansatz.

Zeichne beide Funktionen am TI-92 und übertrage die Graphik in deine Ausarbeitungen. Bestimme die dafür notwendigen besonderen Punkte im Graphik-Modus.

12P

- 4) a) Leite die Quotientenregel für das Differenzieren eines Quotienten zweier Funktionen ab.

4P

b) Bilde $y'(x)$ ohne TI-92 und fasse zusammen: $y = \frac{3x^2 - 1}{(5 - 2x)^3}$

5P

Bei allen Beispielen ist eine genaue Dokumentation zu führen!

5. SCHULARBEIT (2-stündig), 29. Mai 1998

- 1) Bei einem Buchstabenspiel befinden sich in einer Urne 16 gleichartige Plättchen, von denen 5 den Buchstaben A, 5 den Buchstaben E, 3 den Buchstaben S und 3 den Buchstaben T tragen. (Für das Ziehen der Plättchen ist die Laplace-Annahme erfüllt.)
- a) Ein Spieler zieht nacheinander 3 Plättchen und legt sie von links nach rechts nebeneinander auf den Tisch. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Buchstabenfolge das Wort AST ergibt? 2P
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, drei gleiche Buchstaben zu bekommen, wenn der Spieler gleichzeitig drei Plättchen zieht? 3P
- c) Ein Spieler zieht 4 Plättchen und legt sie auf den Tisch. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich aus den gezogenen Buchstaben das Wort TEST bilden lässt?
Erstelle ein Baumdiagramm und gewichte zwei zielführende Pfade. 5P
- d) Nun werden die Plättchen nach dem Ziehen notiert und wieder zurückgelegt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Buchstabenfolge mit 6 Buchstaben das A mindestens 2 mal vorkommt? 3P
- 2) Diskutiere die Funktion $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 2}$ im Homebereich des TI-92 (D_f , Stetigkeit und Differenzierbarkeit, Asymptoten (ohne TI-92), asymptotisches Verhalten, Nullstellen, Extremstellen ($f'(x)$ ist ohne TI-92 zu berechnen), Wendestellen, Wendetangenten falls vorhanden, Graph in $[-6;6]$ auf den Unterlagen, Monotonie- und Krümmungsintervalle)
Zeige, dass der Graph punktsymmetrisch zum Schnittpunkt der Asymptoten ist. 15P
- 3) Der Graph der Funktion $f(x) = \frac{ax^3 + bx^2 + c}{x^2}$ geht durch den Punkt $A(2|0)$ und berührt die Gerade $g: 4x - 9y + 4 = 0$ im Punkt $B(-1|y)$.
Bestimme die Koeffizienten a, b und c. 10P
- 4) Einem gleichseitigen Drehzylinder ($H=2R$, R gegeben) soll der volumskleinste Drehkegel umschrieben werden. Berechne seine Maße (r, h) und sein Volumen. Das Minimum ist nachzuweisen. [Benötigte Formeln können gegen 2P bei mir „gekauft“ werden.] 10P

Bei allen Beispielen ist eine genaue Dokumentation zu führen!

Fehlerkiller:

Der Inhalt der Urne aus dem Beispiel 1) wird nun abgeändert, indem ohne Wissen des Spielers ein zusätzliches Plättchen mit dem Buchstaben C in die Urne gemischt wird. Wie oft muss der Spieler mindestens (mit Zurücklegen) ziehen, damit er die Manipulation mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90% bemerkt?

4P

Nachtermin zur 5. SCHULARBEIT (2-stündig), 10. Juni 1998

- 1) Eine Urne enthält 5 rote, 6 blaue, 3 gelbe und 4 schwarze Kugeln. (Für das Ziehen der Kugeln ist die Laplace-Annahme erfüllt.)
- a) Ein Spieler zieht nacheinander 3 Kugeln und übergibt sie dem Spielleiter. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er eine gelbe eine schwarze und eine blaue Kugel in dieser Reihenfolge zieht? 2P
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, drei gleichfarbige Kugeln zu bekommen, wenn der Spieler gleichzeitig drei Kugeln zieht? 3P
- c) Ein Spieler zieht 4 Kugeln und legt sie auf den Tisch. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter den gezogenen Kugeln 2 blaue, eine rote und eine gelbe Kugel befindet? Erstelle ein Baumdiagramm und gewichte zwei zielführende Pfade. 5P
- d) Nun werden die Farben der Kugeln nach dem Ziehen notiert und die Kugeln wieder zurückgelegt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter 6 gezogenen Kugeln mindestens 2 schwarze befinden? 3P
- 2) Diskutiere die Funktion $f(x) = \frac{3-x^2}{x^2-4}$ im Homebereich des TI-92 (D_f , Stetigkeit und Differenzierbarkeit, Asymptoten (ohne TI-92), asymptotisches Verhalten, Nullstellen, Extremstellen ($f'(x)$ ist ohne TI-92 zu berechnen), Wendestellen, Wendetangenten falls vorhanden, Graph in $[-5;5]$ auf den Unterlagen, Monotonie- und Krümmungsintervalle, Symmetrie mit Beweis) 15P
- 3) Der Graph der Funktion $f(x) = \frac{ax^3 + bx^2 + cx + 8}{4x}$ geht durch den Punkt $A(2|2)$ und berührt die Gerade $g: 3x + 2y + 6 = 0$ in deren Schnittpunkt mit der x-Achse. Bestimme die Koeffizienten a, b und c 10P
- 4) Einer Kugel (Radius R) ist der volumsgrößte Zylinder einzuschreiben. Berechne seine Maße (r, h), sein Volumen und seine Oberfläche. Das Maximum ist nachzuweisen. [Benötigte Formeln können gegen je 2P bei Prof. Karl „gekauft“ werden.] 10P

Bei allen Beispielen ist eine genaue Dokumentation zu führen!

WIEDERHOLUNGSPRÜFUNG

(2-stündig) , Kl. 7E am 8. September 1998

- 1) Gegeben sind die beiden Punkte A $(-5|-2)$ und B $(-1|6)$ sowie die Gerade t: $4x + 3y + 36 = 0$.
Berechne die Gleichungen jener Kreise, die durch A und B gehen und die Gerade t berühren. 12P
- 2) Diskutiere die Funktion $f(x) = \frac{x^3}{4-x^2}$ im Homebereich des TI-92
(D_f , Stetigkeit und Differenzierbarkeit, Asymptoten (ohne TI-92), asymptotisches Verhalten, Nullstellen, Extremstellen ($f'(x)$ ist ohne TI-92 zu berechnen), Wendestellen, Wendetangenten falls vorhanden, Graph in $[-6;6]$ auf den Unterlagen, Monotonie- und Krümmungsintervalle, Symmetrie mit Beweis). 12P
- 3) Einem regelmäßigen vierseitigen Prisma (Grundkante $a = 42\text{cm}$, Höhe $h = 8\text{cm}$) soll der volumskleinste Drehkegel umschrieben werden, dessen Basismittelpunkt mit dem Mittelpunkt der Grundfläche des Prismas zusammenfällt. Berechne Radius, Höhe und Volumen dieses Kegels! 12P
- 4) Es wird mit Skatkarten (32 Karten) gespielt.
- a) Drei Spieler erhalten je 10 Karten, die übrigen 2 kommen in den Skat. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide
- a₁) schwarz, 2P
 - a₂) Herz, 1P
 - a₃) Könige, 1P
 - a₄) verschiedenfärbig (rot/schwarz) sind? 2P
 - a₅) Ein Spieler hat 2 Buben auf der Hand. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein weiterer Bube im Skat liegt? 3P
- b) Aus den Skatkarten werden 4 Karten gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind das die 4 Könige? 1P
- c) ADAM hat alle Skatkarten verdeckt vor sich liegen. Er deckt 3 auf. Die 32 Karten werden gut gemischt und wieder verdeckt hingelegt. EVA deckt ihrerseits 3 Karten auf.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Eva mindestens eine gleiche Karte aufdeckt wie zuvor ADAM? 2P

(Ein Paket Skatkarten kann zu Anschauungszwecken ausgeborgt werden!)

**Benötigte Formeln können gegen je 2P „gekauft“ werden.
Bei allen Beispielen ist eine genaue Dokumentation zu führen!**