

A) Berechne ohne TI-92:

Beachte: Für die Beispiele 1 und 2 sind alle notwendigen Rechenschritte anzugeben.

1a) Die zu $z = a + bi$ konjugiert komplexe Zahl ist $\bar{z} = a - bi$. Zeige für $z_1 = -4 + 3i$ und $z_2 = 1 - i$ die Gültigkeit von $\frac{\bar{z}_1}{z_2} = \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}$.

b) Berechne die komplexe Zahl $a + bi$ und deren Polarform, wenn $b=2$ und $\varphi = \arg(a+bi) = 30^\circ$ gegeben sind.

c) *) $i^{703} =$ *) $i^{-13} =$

2) Berechne für das Dreieck ABC [A (0/-9), B (10/1), C (-6/9)] die Gleichung des Umkreises.

B) Berechne mit dem TI-92:

Beachte: Für die Beispiele 3 und 4a sind alle notwendigen Befehle mit dem TI-92 anzugeben.

3a) Für komplexe Zahlen gilt: $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$
Zeige die Gültigkeit für $z_1 = \frac{a + b \cdot i}{2a - 3b \cdot i}$ und $z_2 = \frac{a - 2b \cdot i}{a - 4b \cdot i}$

b) Löse für $G = C$: $x^2 - (1 + 2i) \cdot x - (1 - i) = 0$

c) Gib die komplexe Zahl $(-5 + 2i)^7$ in der Polardarstellung an.

4) Gegeben sind der Kreis k : $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 40$ und die Gerade g : $x + y = 4$. Berechne:

a) die Schnittpunkte T_1 und T_2 des Kreises k mit der Geraden g ,

b) die Gleichungen der Tangenten t_1 und t_2 in den Schnittpunkten T_1 und T_2 .

A) Berechne mit dem TI-92:

Beachte: Für die Beispiele 1 und 2 sind alle notwendigen Befehle mit dem TI-92 anzugeben.

- 1) Gegeben sind der Kreis $k: x^2+(y-3)^2=5$ und der Punkt $P(5/-2)$. Berechne:
- die Gleichungen der Tangenten t_1 und t_2 , die man von P an den Kreis legen kann,
 - die Koordinaten der Berührungspunkte T_1 und T_2 ,
 - den Winkel φ , den t_1 und t_2 miteinander einschließen,
 - den Flächeninhalt des Dreiecks PT_1T_2 .
- 2) Gegeben sind der Kreis $k: x^2+y^2+4x+2y-45=0$ und die Gerade $g: x+y=5$. Berechne:
- die Schnittpunkte S_1, S_2 von k und g ,
 - den Schnittwinkel zwischen k und g in S_1 ,
 - eine Gleichung der Streckensymmetrale s der Strecke S_1S_2 und
 - die Schnittpunkte S_3 und S_4 von k und s .
 - Zeige, daß die Streckensymmetrale s durch den Mittelpunkt des Kreises geht.

B) Berechne ohne TI-92:

Beachte: Für das Beispiel 3 sind alle notwendigen Rechenschritte anzugeben.

- 3) Bestimme:
- die Gleichung der Kugel k_1 mit dem Mittelpunkt $M(3/3/3)$, die die Ebene $E: 2x-y-4z=12$ berührt,
 - die Gleichung der konzentrischen Kugel k_2 , die die Gerade $g: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ berührt.

1) Berechne ohne TI-92:

Beachte: Es sind alle notwendigen Rechenschritte anzugeben.

Der Strömungswiderstand F (in N) eines mit der Geschwindigkeit v (In km/h) fliegenden Flugzeugs sei ungefähr durch die Gleichung $F(v) = v^2 + 2v + 200$ gegeben.

- Berechne die mittlere Änderungsgeschwindigkeit des Strömungswiderstandes bezüglich der Geschwindigkeit in den Intervallen $[200;300]$ und $[300;400]$. In welchem Intervall ist die mittlere Änderungsgeschwindigkeit größer ?
- Wie groß ist die Änderungsrate des Strömungswiderstandes bezüglich der Geschwindigkeit bei der Geschwindigkeit 500 km/h ?
- Wie groß ist die Geschwindigkeit des Flugzeugs bei einem Strömungswiderstand von 900 000 N ? Wie groß ist dort die Änderungsrate des Strömungswiderstandes bezüglich der Geschwindigkeit ?

2) Berechne mit dem TI-92:

Beachte: Es sind alle notwendigen Befehle mit dem TI-92 anzugeben.

Wird ein Körper mit der Abschlußgeschwindigkeit v_0 (in m/s) lotrecht nach oben geschossen, so ist seine Höhe (in m) nach t Sekunden ungefähr gegeben durch:

$$s(t) = v_0 \cdot t - 5 \cdot t^2.$$

- Es sei $v_0 = 30$ m/s.
 - Nach wieviel Sekunden erreicht der Körper seine maximale Höhe ? Berechne die maximale Höhe.
 - Nach welcher Zeit und mit welcher Geschwindigkeit trifft die Kugel auf dem Boden auf ?
- Wie groß muß die Abschlußgeschwindigkeit v_0 sein, damit die maximale Höhe 70 m beträgt ?

3) Berechne mit dem TI-92:

Beachte: Es sind alle notwendigen Befehle mit dem TI-92 anzugeben.

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3 - 2x$.

- Berechne eine Gleichung der Tangente an f im Punkt $P (2/f(2))$. In welchem Punkt und unter welchem Winkel schneidet diese Tangente die 2.Achse ?
- Berechne alle Punkte des Graphen von f , in denen die Tangente gegen die positive 1.Achse unter 45° geneigt ist.
- Gibt es Punkte auf dem Graphen von f , in denen die Tangente normal auf die Gerade $g: x - y = 7$ steht ? Wenn ja, gib diese Punkte an.

Berechne ohne TI-92:

- 1a) Wird ein Stein mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$

von einem Abhang schräg nach oben geworfen, so läßt sich seine Flugbahn annähernd durch den

Graphen der Funktion $f(x) = \frac{v_2}{v_1} \cdot x - \frac{g}{2v_1^2} \cdot x^2$

($0 \leq x \leq d$) beschreiben, wobei g die Erdbeschleunigung und d die horizontale Wurfweite

ist: $v_1 = 25 \text{ m/s}$, $v_2 = 35 \text{ m/s}$ sowie $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

Fig. 2.21
Bürger/Fischer
7.Klasse, Seite 59

- *) An welcher Stelle A hat der Stein seinen höchsten Punkt erreicht und wie hoch ist er dort über dem Abschußpunkt ?
- *) An welcher Stelle B ist der Stein wieder gleich hoch wie der Abschußpunkt ?
- *) Wie groß ist das Maß β des Winkels, unter dem die Kurve im Punkt B zur Horizontalen geneigt ist ?

- b) Ermittle eine Termdarstellung der nebenstehenden Polynomfunktion dritten Grades.

Fig. 2.18b
Bürger/Fischer
7.Klasse, Seite 58

- 2) Gegeben ist die Funktion $f(x) = 1/8 \cdot (x^3 - 12x^2 + 36x + 8)$.

- a) In welchem Intervall ist der Graph der gegebenen Funktion steigend, in welchem fallend ?
- b) In welchem Intervall ist der Graph der gegebenen Funktion linksgekrümmt, in welchem rechtsgekrümmt ?
- c) In welchem Intervall ist der Graph der gegebenen Funktion fallend linksgekrümmt ?

Berechne mit dem TI-92:

- 3) Gegeben: $f(x) = -\frac{1}{8} \cdot x^4 + \frac{1}{2} \cdot x^3$

Berechne: Nullstellen, Hoch-, Tief- und Wendepunkte, Graph in $[-2;5]$

- 4) Der Graph einer Polynomfunktion dritten Grades besitzt den Hochpunkt $H(0/5)$, den Schnittpunkt $N(-2/0)$ mit der x -Achse und den Punkt $P(-1/4)$.

- a) Wie lautet die Funktionsgleichung ?
- b) Berechne die Gleichung der Wendetangente und zeichne sie in den Graphen in $[-3;3]$ ein.

- 1a)** Ermittle eine Gleichung des Kreises, der durch die Punkte A (6/6) und B (0/-4) geht und dessen Mittelpunkt auf der Geraden $g: x = -2$ liegt!
- b)** Stelle Gleichungen der Tangenten an diesen Kreis in den Punkten A und B auf !
- c)** Wie groß sind die Winkel, die diese Tangenten bilden ?
- d)** Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks, das von den Punkten A, B und vom Schnittpunkt der beiden Tangenten gebildet wird!
- 2)** Die Zeit-Ort-Funktion $s : A \rightarrow \mathbb{R} \mid t \rightarrow s(t)$ sei eine Polynomfunktion vom Grad 3.
- a)** Gib eine Termdarstellung dieser Funktion an, wenn der bewegte Körper zum Zeitpunkt 0 die Entfernung 0 m von der Ausgangslage, die Geschwindigkeit 0 m/s sowie die Beschleunigung 6 m/s^2 hat und nach 3 s einen Weg von 18m zurückgelegt hat !
- b)** Wann hat der Körper die größte Entfernung von der Ausgangslage und wie groß ist diese Entfernung ?
- c)** Wie lange nimmt die Geschwindigkeit zu ?
- d)** Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit in den ersten drei Sekunden und wie groß die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt 3 ?
- 3)** Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{4x^2}{x^2 + 3}$.
- a)** Diskutiere (Nullstellen, Hoch-, Tief- und Wendepunkte) die Funktion und zeichne ihren Graphen in $[-7;7]$. Die erste und zweite Ableitung sind (auch) ohne TI-92 zu berechnen.
- b)** Die Wendetangenten bilden mit der Geraden $y = 4$ ein Dreieck. Berechne den Flächeninhalt dieses Dreiecks.
- 4)** Einem Quadrat der Seitenlänge a soll ein gleichschenkliges Dreieck umschrieben werden, so daß eine Seite des Quadrats auf der Grundlinie des Dreiecks liegt. Wie groß müssen Grundlinie c und Höhe h des Dreiecks gewählt werden, daß der Flächeninhalt des Dreiecks minimal wird ?