2. Schularbeit (1) am 27. November 1997 Name:

☺ 1)a) Sei $x_1 = 2 \cdot (\cos 30° + i \cdot \sin 30°)$ eine Lösung einer Gleichung 2. Grades mit reellen Koeffizienten in C. Ermittle die gesuchte Gleichung und gib deine Vorgangsweise an.

☺☺ b) Berechne $\sqrt[3]{3-i} =$

Zusatz (4): Für welchen Bereich der Gaußschen Zahlenebene gilt: $|i + z - 2| \leq 4$

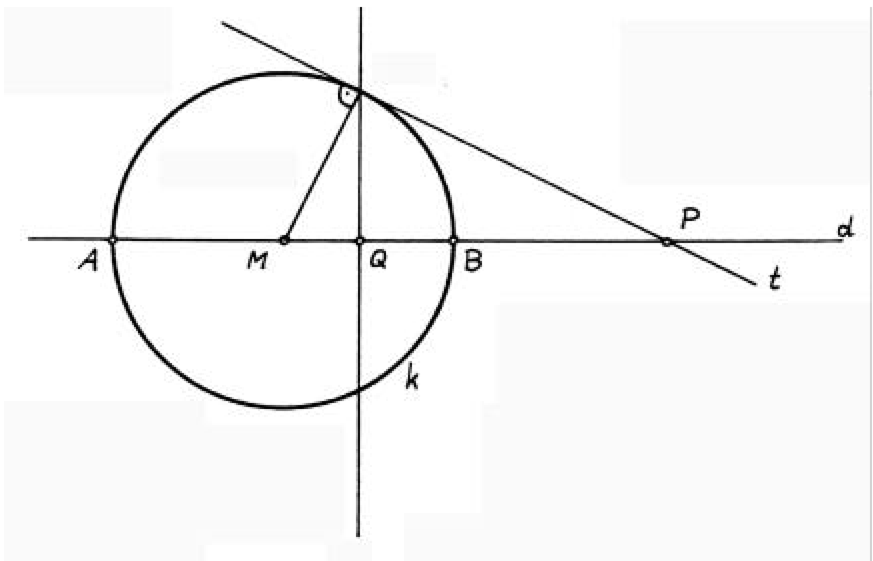
☞ 2) Bestimme eine Gleichung eines Kreises k mit Mittelpunkt auf der y-Achse, der durch den Punkt P(-2|3) geht und den Kreis k_1: $x^2 + 8x + y^2 - 10y + 5 = 0$ rechtwinkelig schneidet.

☺☺ 3) Wohin gelangt der Punkt A(-2|-1), wenn man ihn um den Punkt M(-3|3) um 60° verdreht? Es sind beide möglichen Lagen anzugeben, wobei die Koordinaten jeweils auf Tausendstel zu runden sind.

Zur Kontrolle deiner Ergebnisse ist eine genaue Zeichnung anzufertigen.

☻ 4) Beweise für einen Kreis mit Radius r und einen Punkt P außerhalb des Kreises nach folgender Skizze die Beziehung: $\overline{AQ} : \overline{QB} = \overline{AP} : \overline{PB}$

Die einzelnen Beweisschritte müssen erkennbar und nachvollziehbar sein.



3. Schularbeit(2), am 12.1.1998 Name:

!! Achte auf eine sorgfältige Dokumentation von Vorgangsweise und Zwischenergebnissen!

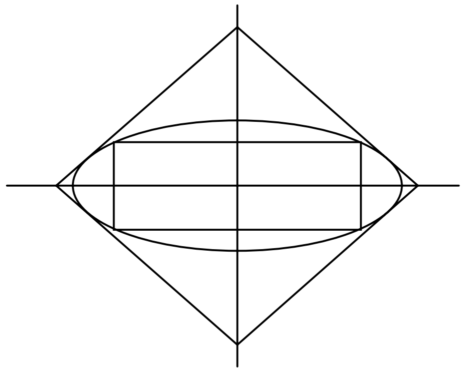
1) Bestimme den Schnittwinkel der Kugel K mit der Geraden g auf 2 Dez. genau.

$$K: x^2 + y^2 + z^2 + 16x + 8y + 8z + 15 = 0 \quad \text{und} \quad g: X = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

---

2) Der Ellipse $4x^2 + 9y^2 = 36$ wird, wie in der Skizze gezeigt, ein Quadrat umschrieben.

Berechne den Flächeninhalt des Quadrates und den des eingeschriebenen Rechtecks, das durch die vier Berührpunkte entsteht. Gesucht sind die genauen Werte!



---

3) Konstruiere (Einheit 1cm) und berechne für die Ellipse $9x^2 + 4x^2 = 144$ …

a) … die Brennpunkte

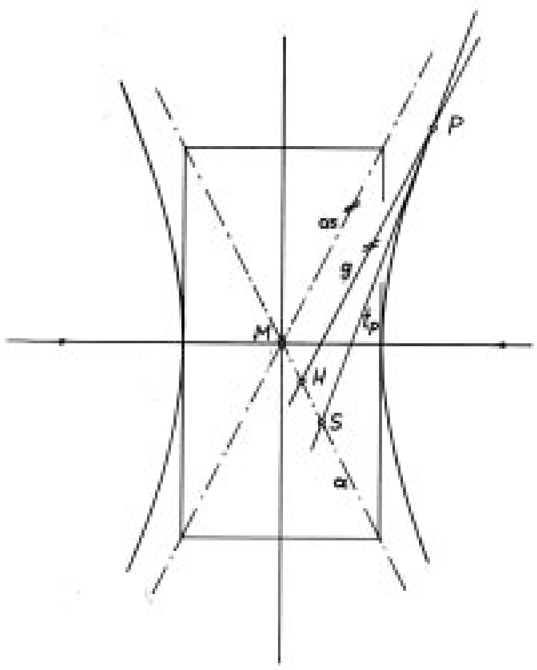
b) … jenen Punkt im zweiten Quadranten ($x<0 \mid y>0$) der Ellipse, der von einem Brennpunkt die Entfernung 9cm hat.

---

4) Auf einer Hyperbel mit der Asymptote $y = 2x$ liegt der Punkt $(3 \mid 4)$.

Beweise durch Nachrechnen für dies Hyperbel die folgende, in der Skizze eingezeichnete, allgemein gültige Eigenschaft:

Legt man durch einen beliebigen Punkt P einer Hyperbel die Parallele zu einer Asymptote und schneidet diese Gerade g mit der anderen Asymptoten a, so halbiert dieser Schnittpunkt H die Strecke vom Mittelpunkt der Hyperbel bis zum Schnittpunkt S der Tangente in P mit der Asymptote a.



Bemerkung: Diese Eigenschaft kann zur Konstruktion von Hyperbeltangenten verwendet werden.

Zusatz: Welche Punktmenge der Ebene wird hier beschrieben? Begründe deine Antwort!

$\{X \mid X = (a \cdot \cos(\varphi), b \cdot \sin(\varphi))$ mit $a, b \in \Re$ und $0^\circ \le \varphi < 36($

4. Schularbeit (1), am 20.3.1998 Name:

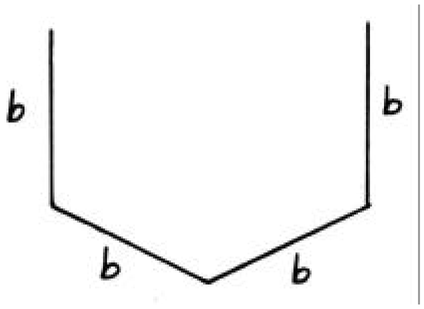
1) a) Der mit einem maximalen Meßfehler von 0,02mm gemessene Radius eines Kreises beträgt 6cm. Bestimme den relativen ungefähren Fehler in %, der bei der Berechnung der Kreisfläche auftreten kann.

b) Sei W(t) die in einer Zeit t verrichtete Arbeit.
Beschreibe möglichst exakt den Ausdruck $\frac{dW}{dt}$ * mathematisch
* inhaltlich

Zusatzpunkte (2) für die inhaltliche Bedeutung von: $\frac{d(\frac{dW}{dt})}{dt} > 0$

---

2) Aus 4 gleich breiten Brettern soll, wie in der Skizze gezeigt, eine Rinne mit möglichst großem Querschnitt hergestellt werden.
(Materialstärke vernachlässigen, Rechenschritte nachvollziehbar dokumentieren)



a) Zeichne einen Plan des gesuchten Querschnitts (Brettbreite im Bild sei 4cm)

b) Erstelle eine Formel zur Berechnung der maximalen Querschnittsfläche.

---

3) In den zwischen den Kurven $f(x) = \frac{x^2}{4} - x + 2$ und $g(x) = \frac{x}{2} + 6$ liegenden Teil ist ein Dreieck mit maximalem Flächeninhalt wie folgt einzuschreiben:
Ein Eckpunkt sei der linke Schnittpunkt der beiden Kurven, die gegenüberliegende Seite des Dreiecks sei parallel zur y-Achse.
Berechne den exakten Flächeninhalt des gesuchten Dreiecks.
Die Vorgangsweise ist mit jedem Teilergebnis anzugeben.

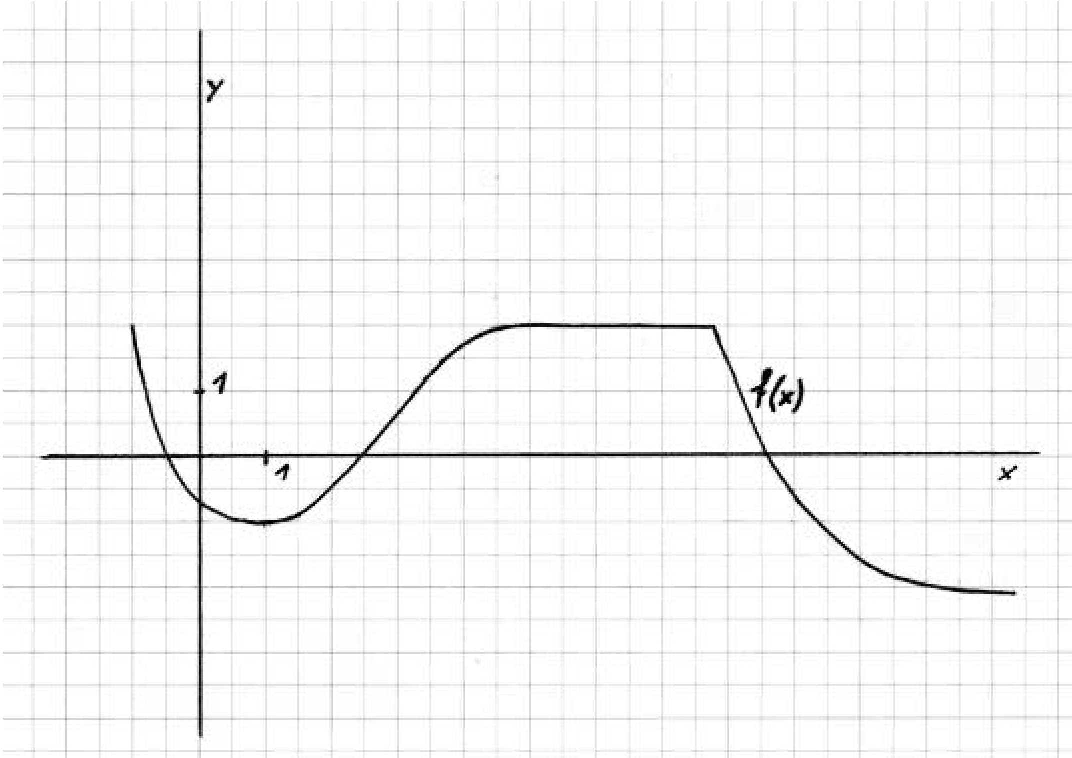
---

4) a) Wann ist eine Funktion f(x) in einer Stelle $x_0 \in D$ differnzierbar?
Skizze 1

b) Was versteht man unter der Ableitungsfunktion f´(x) einer Funktion f(x)?
Gib zwei Zusammenhänge dieser beiden Funktionen an.

c) Skizziere den Graphen der zu der gegebenen Funktion gehörenden Ableitungsfunktion.
(Einheiten auf den Koordinatenachsen jeweils 1cm.)

4. Schularbeit (1), am 20.3.1998 Name: ____________________



Skizze 1

5. Schularbeit am 9. Juni 1998 Name:

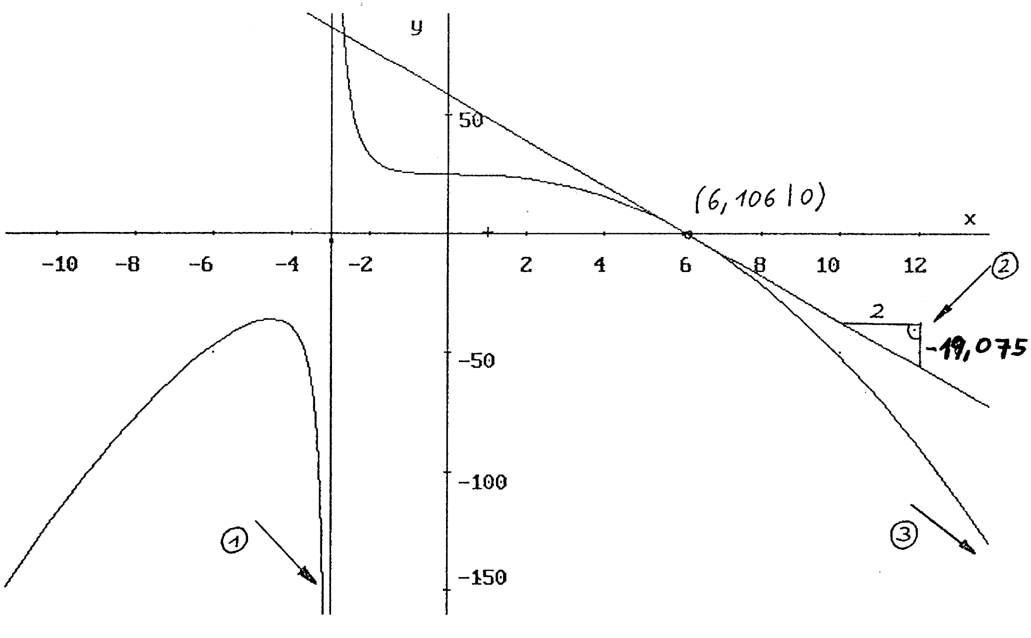
1) Vater, Mutter und Sohn spielen drei Tennispartien, und zwar spielt der Sohn abwechselnd gegen Vater und Mutter. Der Sohn besiegt den Vater mit einer Wahrscheinlichkeit von 1/3 und er gewinnt gegen die Mutter mit 3/5. Es wird vereinbart, daß der Sohn Sieger gegen die Eltern ist, wenn er zwei Partien hintereinander gewinnt.
Berate ihn, ob er zuerst gegen den Vater oder gegen die Mutter spielen soll!

---

2) Zwei Jäger treffen mit der Wahrscheinlichkeit 0,6 bzw. 0,8. Sie schießen gleichzeitig auf ein Wildschwein, das getroffen wird. Mit welcher Wahrscheinlichkeit
   a) hat nur der erste Jäger getroffen?
   b) hat nur der zweite Jäger getroffen?
   c) haben beide getroffen?
   d) Wenn man annimmt, daß jeder Schuß zu 80% tödlich ist, welche Überlebenschance hätte das Wildschwein gehabt?

---

3) Gegeben ist der Graph einer Funktion $f(x) = \dfrac{a x^3 + b x + c}{x + d}$
   a) Übersetze die am Graphen der Funktion markierten Eigenschaften von f(x) in Gleichungen.
   b) Ermittle mit Hilfe des Sattelpunktes (0 | 25) , der Polstelle -3 und dem lokalen Hochpunkt H(-9/2 | -143/4) die Koeffizienten von f(x) und gib die asymptotische Kurve a(x) an.



---

4) a) Wie lautet die Definition für die lokale Stetigkeit einer Funktion f(x)?
   b) Verwende diese Definition für den Nachweis der globalen Stetigkeit einer linearen inhomogenen Funktion.

5. Schularbeit am 9. Juni 1998 Name:

5) a) Bestimme die Konstante c so, daß die Funktion f(x) in ℝ stetig ist.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1{,}5 \\ c - x^2 & x > 1{,}5 \end{cases}$$

Ist f(x) differenzierbar? Begründe deine Antwort!

b) Für welche Umgebung von x = -3 gilt: Der Funktionswert einer Stelle aus dem Intervall unterscheidet sich von g(-3) um weniger als 1/1000?

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{-5x^2 - 31x - 48}{x+3} & x \neq -3 \\ -1 & x = -3 \end{cases}$$

---

6) Gib für die Funktion f(x) = sin(x) + sin(x/2) an:
a) alle Stellen mit absolut minimalem Funktionswert
b) alle Stellen mit dem Funktionswert 1,5
c) alle Stellen mit extremem Tangentenanstieg

Zusatz: Sieben Preise werden unter 30 Personen einer Faschingsparty ausgelost, wobei für jeden Preis immer alle Personen zur Auswahl stehen. Ist es wahrscheinlicher, daß alle Preise an verschiedene Personen gehen oder daß mindestens eine Person mehr als einen Preis erhält? Begründe deine Antwort.