

1.Schularbeit

7b Klasse

1a) Gegeben ist die Gleichung $z^2 + pz + (33 + 47i) = 0$ mit der Lösung $z_1 = 4 - 9i$. Berechne den Koeffizienten p sowie die 2. Lösung der Gleichung.

b) Berechne die Lösungen der Gleichung $z^2 + (5-4i)z + 11 - 13i = 0$, und stelle die beiden Lösungen grafisch dar.

Rechne die Lösung im 2. Quadranten ohne Verwendung der speziellen TI 92- Funktionen auf die Polarform um.

2a) Zeige allgemein, daß für jede komplexe Zahl gilt :

$$|z| = \sqrt{z \cdot \bar{z}}$$

b) Löse die Gleichung $z + \bar{z} = 0$. Für welche komplexen Zahlen ergibt sich eine wahre Aussage

3a) Berechne $\sqrt[5]{-1 - 2i}$

Gib den 2. Nebenwert in der Binomialform an.

Was kann über die Lage der Wurzeln auf der Gaußschen Zahlenebene ausgesagt werden

b) Welche der folgenden Aussagen sind richtig, welche falsch

*) Eine quadratische Gleichung besitzt über \mathbb{C} stets 2 Lösungen.

*) Eine Gleichung mit reellen Koeffizienten hat über \mathbb{C} nur reelle Lösungen.

*) Es gibt keine Gleichung mit der Doppellösung 0.

*) Sind z und \bar{z} die beiden komplexen Lösungen einer quadr. Glg, so ist der konstante Summand der Glg 0.

*) Der Betrag einer komplexen Zahl ist stets größer als Null.

4. Gegeben ist die Gerade $g: x - 2y = -6$.

a) Berechne die Schnittpunkte von g mit den Koord.achsen.

b) Berechne das Parallelenpaar von g im Abstand $2\sqrt{5}$,

c) Bestimme die Steigung von g ,

2. Schularbeit 7b Klasse

1) Gegeben ist ein Kreis $x^2 + \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \end{pmatrix} \cdot x - 31 = 0$,

und die Gerade $g : x = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

Berechne die Schnittpunkte der Geraden mit dem Kreis.

Gesucht ist außerdem die Gleichung der Tangente, die an den Schnittpunkt mit der kleineren y-Koordinate gelegt werden kann. Wie groß ist der Schnittwinkel der Geraden mit dem Kreis

2) Gegeben sind die Punkte A(3/4), B(5/2) und C(-1/0). Gesucht ist jener Kreis, der die Punkte A, B und C enthält.

3) Gegeben ist der Kreis $k((-2/-7); 5\sqrt{5})$ und der Punkt P(8/-).

Berechne die Gleichungen der Tangenten von P an den Kreis sowie die Koordinaten der Berührungspunkte.

4) Stelle die folgenden Funktionen durch eine Skizze grafisch dar !

a) Eine Polynomfunktion vom Grad 3 mit 3 reellen Nullstellen ohne Doppelnullstelle, und zu Vergleich mit einer reellen Doppelnullstelle.

b) Eine Polynomfunktion vom Grad 3 mit 1 reeller und 2 komplexen Nullstellen.

c) Eine Polynomfunktion vom Grad 3 mit der 3-fachen Nullstelle $x=2$.

d) Eine Polynomgleichung vom Grad 4 hat die Lösungen $x_1 = -2$, $x_2 = 5$, $x_3 = 2-i$, $x_4 = 2+i$.

Gib die Gleichung an!\,

3. Schularbeit

7b Klasse

1) Gegeben sind die beiden folgenden Gleichungen

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y + 14 = 0,$$

$$x^2 + y^2 + 8y - 34 = 0,$$

- Welche geometrischen Figuren stellen diese beiden Gleichungen dar?
- Ermittle von der zweiten Gleichung die zugehörigen Kenngrößen.
- Löse das gegebene Gleichungssystem!
- Wie lassen sich die Lösungen geometrisch interpretieren

2) Der Graph einer Polynomfunktion 4. Grades besitzt den Tiefpunkt $T(1/-\frac{27}{4})$, die Nullstelle $N(0/0)$ und den Punkt $P(3/-\frac{3}{4})$. Im Punkt P hat die Tangente den Anstieg $k=2$.

a) Schreibe die Gleichungen an, die man benötigt, um den Funktionsterm zu berechnen!

b) Der Term lautet $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + 12x^2 - 16x$

Berechne die Wendepunkte der Funktion und die Gleichung der Wendetangente im WP mit der kleineren x-Koordinate. (Ableitungen verwenden!)

c) Zeichne den Funktionsgraph im Intervall $[-1,5]$! (Beschriftung, N, T, P, WP)

3) Den Verlauf einer Epidemie gibt das folgende Gesetz wieder:

$n(t) = 3 \cdot (t + 5) \cdot (75 - t)$, wobei $n(t)$ die Anzahl der erkrankten Personen nach t Tagen angibt.

- Wieviele Personen sind zu Beginn der Beobachtungsphase der Krankheit bereits erkrankt
- Bestimme die mittlere Ausbreitungsrate der Krankheit zwischen dem 30. und dem 40. Tag. Interpretiere das Ergebnis!
- Am wievielten Tag hat die Epidemie ihren Höhepunkt erreicht? (Rechnung!!)
Wieviele Personen waren dann erkrankt
- Wann ist die Epidemie zu Ende

Fehlertilger :

Definiere den Begriff "Schnittwinkel zweier Kreise"

Wie untersucht man eine Funktion auf Lokale Extremwerte?

Definiere die Begriffe "Polare und Pol eines Kreises" (Skizze)

4. Schularbeit 7b Klasse

1) Für einen Betrieb wurde die kubische Kostenfunktion,

$K(x) = x^3 - 18x^2 + 120x + 300$ und die lineare Nachfragefunktion $p(x) = -5x + 280$ ermittelt.

- Berechne Höchstpreis und Sättigungsmenge!
- Bei wieviel produzierten Stück wird der maximale Gewinn erzielt?
- Berechne Gewinngrenze und Gewinnschwelle!
- Es werden 18 Stück produziert. Davon werden 14 zum Normalpreis und der Rest um 30% billiger abgegeben. Um wieviel nimmt der Gewinn dabei ab
- Um welchen Preis müßte jedes der 18 Stück verkauft werden, damit man "mit Null" aussteigt?

2) Der Ellipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ soll ein gleichschenkliges Dreieck mit größtem Flächeninhalt

eingeschrieben werden. Die Spitze des Dreiecks liegt im Scheitelpunkt B, die Basis ist parallel zur y-Achse.

Siehe Skizze!

Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks

3) Ein Rundbogenfenster (Rechteck mit aufgesetztem Halbkreis) soll eine Fensterfläche von 1 m^2 haben. Wie sind die Maße des Fensters zu wählen, damit der Rahmen möglichst kurz wird
Nachweis des Minimums !

4) Aus 4 gleichlangen Stangen (Länge = 3m) soll ein pyramidenförmiges Zelt (Gleichseitige quadratische Pyramide) gebaut werden. Wie weit entfernt müssen die Stangen an der Basis angeordnet werden, damit das Volumen des Zelts möglichst groß wird

Unter welchem Winkel sind die Stangen zur Basisebene geneigt?

5) Gegeben ist die Parabel $\text{par} : y^2 = 8x$. Der Punkt $P(3/y > 0)$ liegt auf der Parabel.

- Berechne im Punkt P die Gleichung der Tangente t an die Parabel.
- Die Gleichung der zur x-Achse parallelen Geraden g durch P.
- Die Gleichung der Geraden h durch P und F (Brennpunkt).
- Zeige, daß gilt $\angle(t,g) = \angle(t,h)$
- Welche Eigenschaft der Parabel wurde gezeigt? (Zusatz!!)

Achte bei allen Beispielen auf eine Dokumentation, aus der der Rechengang eindeutig hervorgeht

5. Schularbeit

7b Klasse

1) Eine gerade Autobahn - erlaubte Höchstgeschwindigkeit v_1 - verläuft vom Ort A zum Ort B. Der Ort C befindet sich c km von A entfernt. (siehe Skizze !)

Von C soll eine gerade Bundesstraße - Höchstgeschwindigkeit v_2 - zur Autobahn führen und dort einmünden.

Wie weit ist der Einmündungspunkt X von A entfernt anzunehmen, damit die Fahrzeit von C nach B möglichst kurz wird

$$v_1 = 130 \text{ km/h}$$

$$v_2 = 90 \text{ km/h}$$

$$c = 37 \text{ km}$$

$$s = 59 \text{ km}$$

2) Aus einem gleichseitigen Dreieck mit der Seitenlänge a soll ein RE (eine Seite des RE liegt auf der Basis des Dreiecks) herausgeschnitten werden.

Dieses RE wird zu einem Zylinder mit vertikaler Achse zusammengerollt. Wie sind die Maße des RE zu wählen, damit das Volumen des Zylinders möglichst groß wird

Berechne auch V_{\max} .

3) Der Zauberer Gargamel hat im Wald von Schlumpfhausen Fallen versteckt, um einige der verhaßten Schlümpfe zu fangen. Er weiß aus Erfahrung, daß nur jede 12. Falle erfolgreich ist. Berechne die P dafür, bei 30 aufgestellten Fallen

a) genau 2 Schlümpfe zu fangen.

b) mehr als 3 Schlümpfe zu fangen (2 Arten !)

c) Wieviele Fallen muß er mindestens aufstellen, um mit einer P von 70% mehr als 3 Schlümpfe zu fangen.

Wie könnte man dieses Beispiel mit dem Data-Matrix-Editor lösen?

d) Wieviele gefangene Schlümpfe wären bei 30 aufgestellten Fallen zu erwarten?

Gib die allgemeine Formel für die Berechnung des Erwartungswertes an!

4a) Für die Binomialverteilung wird die Formel $bnp(n,p,k)$ verwendet.

Wie sieht die Formel aus, warum sieht sie so aus? Was läßt sich damit berechnen? Welche Bedeutung haben die Parameter n , p und k

Was versteht man unter dem Begriff Zufallsvariable,

4b) Die P ein Ziel zu treffen ist bei 3 Männern $1/6$, $2/7$ und $2/5$. Jeder schießt einmal auf die Scheibe.

a) Wie groß ist die P, daß genau zwei Männer treffen

b) Wie groß ist die P, daß A und C getroffen haben, wenn man weiß, daß die Scheibe genau 2 mal getroffen wurde?

c) Das Ziel soll mit der Wahrscheinlichkeit von 99,9% mindestens einmal getroffen werden. Wieviele Salven müssen abgegeben werden?

Achte bei allen Beispielen auf eine Dokumentation, aus der der Rechengang eindeutig hervorgeht