Mag. Peter Nussbaumer

Handzettel zur Vektorrechnung

<table>
<tr><th colspan="2">Themenbereich</th></tr>
<tr><td colspan="2">Vektorrechnung, analytische Geometrie</td></tr>
<tr><th>Inhalte</th><th>Ziele</th></tr>
<tr><td>Winkel zwischen zwei Vektoren
Geraden- und Ebenengleichung in Parameterform
Aufgaben der analytischen Geometrie im R^3
Programmbeispiel: Ebene durch zwei Punkte normal auf eine andere Ebene</td><td>Winkel zwischen zwei Vektoren mit dem TI-92 berechnen können.
Geraden- und Ebenengleichung in Parameterform mit dem TI-92 aufstellen können.
Aufgaben der analytischen Geometrie im R^3 mit dem TI-92 lösen können.
Eigene Programme zu typischen Aufgabenstellungen der analytischen Geometrie entwickeln können.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Aufgaben der räumlichen analytischen Geometrie mit Durchrechnung und einem Musterprogramm.</td></tr>
</table>

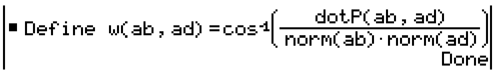
Winkel zwischen zwei Vektoren - Definition einer Funktion w(ab,ad)

Wiederhole die Berechnung des Winkels α, den zwei Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ einschließen

Die Formel $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}\right)$, $\cos^{-1}$ ... Umkehrfunktion zu cos, läßt sich am TI -92 leicht programmieren. Dazu geben wir im HOME-Screen in der Editierzeile ein:

define w(ab,ad) = cos^{-1}(dotp(ab,ad)/(norm(ab)*norm(ad)))

und erhalten den folgenden Bildschirminhalt:



Zur Anwendung probieren wir:

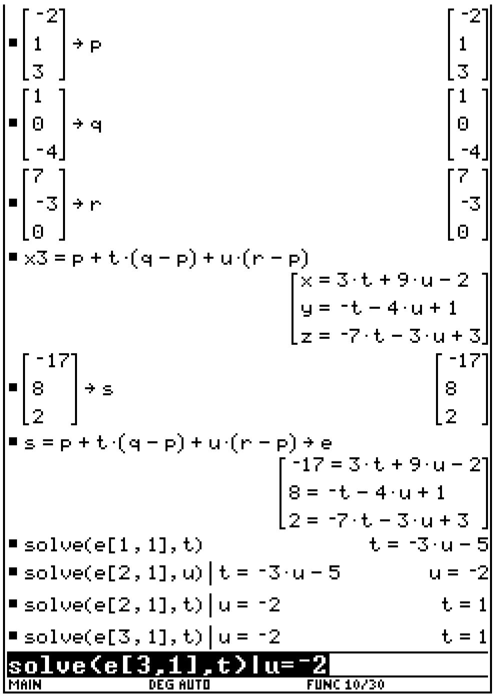
Beachte: **DEG**!

Geraden- und Ebenengleichung in Parameterform

Gegeben sind drei Punkte P(-2/1/3), Q(1/0/-4) und R(7/-3/0).

Stelle die Gleichung der Ebene e [P,Q,R] auf!

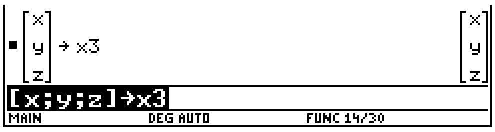
Überprüfe, ob S(-17/8/2) auf e liegt



Eindeutige Lösung! S∈e!

usw.

Voraussetzung:

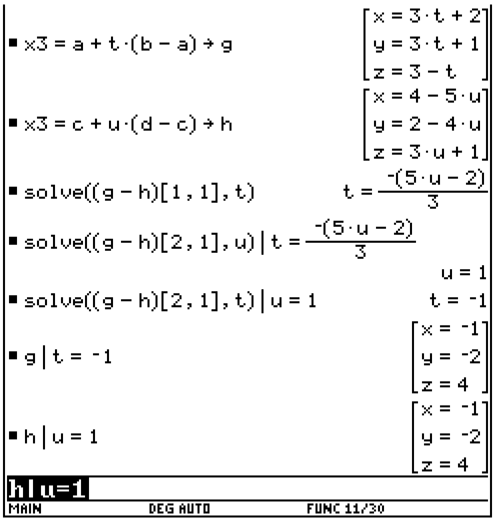


Gegeben sind die vier Punkte A(2/1/3), B(5/4/2), C(4/2/1) und D(-1/-2/4).

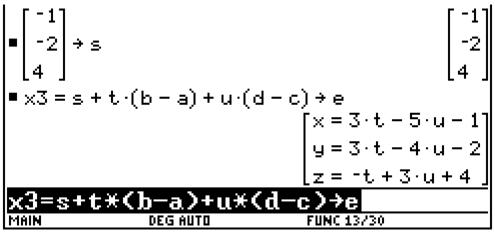
Stelle die Gleichungen der Geraden g [A,B] und h [C,D] auf

Bestimme den Schnittpunkt S der beiden Geraden

Stelle die Gleichung der Ebenen e [g,h] auf!



S(-1/-2/4)



also: $\vec{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + \mathbf{t} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + \mathbf{u} \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$

Beispiele (Szirucsek):

924h)

e: 4x + 3y - 2z = 7
P(2/-3/-4)

Ges.: P∈e?

TI-92:

$\blacksquare\ 4\cdot x+3\cdot y-2\cdot z=7\to e \qquad 4\cdot x+3\cdot y-2\cdot z=7$

$\blacksquare\ e\,|\,x=2 \text{ and } y=-3 \text{ and } z=-4 \qquad \text{true}$

930a)

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}-2\\-3\\2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}3\\-1\\2\end{pmatrix}$$

e: 3x + 4y - 7z = 22

Ges.: {D} = e∩g

TI-92:

$\blacksquare\ \begin{bmatrix}-2\\-3\\2\end{bmatrix}+t\cdot\begin{bmatrix}3\\-1\\2\end{bmatrix}\to g \qquad \begin{bmatrix}3\cdot t-2\\-t-3\\2\cdot t+2\end{bmatrix}$

$\blacksquare\ 3\cdot x+4\cdot y-7\cdot z=22\to e \qquad 3\cdot x+4\cdot y-7\cdot z=22$

$\blacksquare\ \text{solve}(e,t)\,|\,x=-2+3\cdot t \text{ and } y=-3-t \text{ an}\blacktriangleright \qquad t=-6$

$\blacksquare\ g\,|\,t=-6 \qquad \begin{bmatrix}-20\\3\\-10\end{bmatrix}$

926h)

e: x + 3y - 2z = 16
P(2/4/-3)

Ges.: e'•e mit P∈e'

TI-92:

$\blacksquare\ \begin{bmatrix}2\\4\\-3\end{bmatrix}\to p \qquad \begin{bmatrix}2\\4\\-3\end{bmatrix}$

$\blacksquare\ \begin{bmatrix}1\\3\\-2\end{bmatrix}\to n \qquad \begin{bmatrix}1\\3\\-2\end{bmatrix}$

$\blacksquare\ \text{dotP}(x3,n)=\text{dotP}(p,n) \qquad x+3\cdot y-2\cdot z=20$

929a)

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}1\\3\\1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}1\\3\\0\end{pmatrix}$$

P(-2/-6/3)

Ges.: $\overline{Pg}$

TI-92:

$\blacksquare\ \begin{bmatrix}1\\3\\1\end{bmatrix}+t\cdot\begin{bmatrix}1\\3\\0\end{bmatrix}\to g \qquad \begin{bmatrix}t+1\\3\cdot t+3\\1\end{bmatrix}$

$\blacksquare\ \begin{bmatrix}-2\\-6\\3\end{bmatrix}\to p \qquad \begin{bmatrix}-2\\-6\\3\end{bmatrix}$

$\blacksquare\ \begin{bmatrix}1\\3\\0\end{bmatrix}\to n \qquad \begin{bmatrix}1\\3\\0\end{bmatrix}$

$\blacksquare\ \text{dotP}(x3,n)=\text{dotP}(p,n)\to e \qquad x+3\cdot y=-20$

$\blacksquare\ \text{solve}(e,t)\,|\,x=1+t \text{ and } y=3+3\cdot t \text{ and }:\blacktriangleright \qquad t=-3$

$\blacksquare\ g\,|\,t=-3\to d \qquad \begin{bmatrix}-2\\-6\\1\end{bmatrix}$

$\blacksquare\ \text{norm}(d-p) \qquad 2$

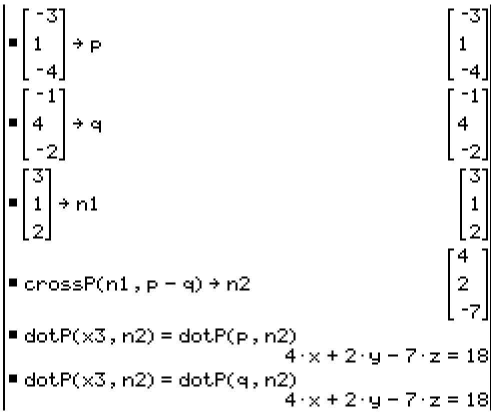
978c) - Erstelle für diese Aufgabe ein Computerprogramm

Wir rechnen zuerst Beispiel 978a)

P(-3/1/-4)
Q(-1/4/-2)
e1: 3x + y + 2z = 9

Ges.: e2 [P,n1,p-q]

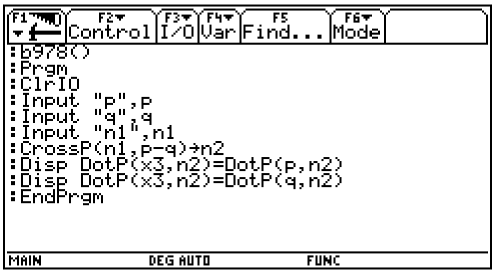
TI-92:



Dabei wurde die zweite Gleichung „nur zur Kontrolle“ des Ergebnisses eingegeben ...

Es fällt auf, daß der Rechengang für beliebige Werte für P, Q und n1 automatisiert werden könnte. Wir schreiben daher die oben angeführten Befehle in eine Befehlsfolge um. Neu ist, daß wir dazu den Programmeditor mit <APPS> <Program Editor> <New...> öffnen und im Editor die Eingabe der Werte durch ***input „text“,var*** und die Ausgabe durch ***disp ergebnis*** angeben.

Beachte, daß das Programm mit de Variablen- = Programmnamen b978( ) und Prgm beginnt und mit EndPrgm endet.



ClrIO löscht den Ein-/Ausgabe- (IO-) Bildschirm.

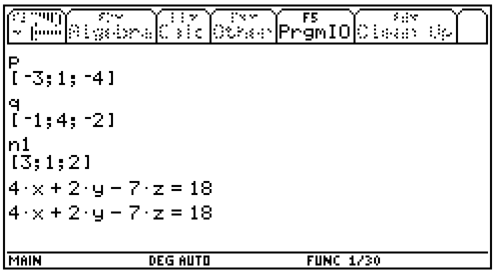
Input dient zur Eingabe der Werte.

Disp gibt das Ergebnis am IO-Bildschirm aus.

Zum Starten des Programms gibt man in der Editierzeile des HOME-Screens den Befehl b978( ) ein:

b978()

Es ergibt sich der folgende Dialog:



Mit <F5> schaltet man zwischen IO-Bildschir und HOME-Screen um:

▪ b978() Done

Das „Done“ zeigt an, daß das Progra ordnungsgemäß abgearbeitet und beendet wurde.

Beachte: Die Möglichkeit, den TI-92 zu programmieren, stellt ein mächtiges Werkzeug dar.
„Übung macht den Meister“