1 ) Finde für die angegebene Summe eine allgemeine Darstellung und eine Summenformel.

Schreibe alle verwendeten Befehle in dein Heft.

Beweise deine Formel mit Hilfe der vollständigen Induktion  $\forall$   $n \in IN$  Die Äquvivalenzumformungen müssen im Heft stehen!

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 9^2 + \dots =$$

2) Gegeben sind die Grundmenge G und die Mengen V, F und A Schreibe die folgenden Aussagen in Worten auf, und stelle ihren Wahrheitswert fest. Verneine die Aussagen mit Quantoren.

G = {Goldfisch, Affe, Alligator, Amsel, Albatros } V ist die Menge der Tiere, die Vögel sind. F ist die Menge der Tiere, die Fische sind. A ist die Menge der Tiere, die mit "A" beginnen.

$$\forall y \in G \mid y \in F';$$
  $\exists y \in G \mid y \notin A;$   $\exists y \in G \mid y \notin V'$ 

3) Zeige mit Hilfe eines Venn-Diagramms (verwende Farben!):

$$(B \setminus A) \cup (B \cap A) = A;$$

Zeige durch eine Zugehörigkeitstafel:

$$(A' \cap B) \cap (A \setminus B) = \{\}$$

Bestimme:  $(B \setminus A') \vee (A' \vee B)$ ;

G={
$$x \in IN \mid 10 \le x < 20$$
}  
A={13, 14, 15, 16, 17}; B={11, 16, 19}

4) Stelle die Geschwindigkeit als Gleitkommazahl in der Einheit m/s dar :

°) Weinbergschnecke: 0,1 mm/s °) Amöbe: 1µm/s °) Nervenimpuls Mensch: 360 km/h

•Wandle um und runde auf die angegebene Einheit:

 $4,775 \cdot 10^{-2} \text{m}^2$  auf cm<sup>2</sup>  $5,3369 \cdot 10^5 \text{ cm}^3$  auf m<sup>3</sup>

- •Ein Würfel mit der Seitenkante a= 0,46mm hat eine Masse m = 320 Milligramm Berechne die Dichte des Würfels in kg/m³
- •setze die richtigen Zeichen ein!  $(\subseteq, \supseteq, \Rightarrow, \Leftarrow, \leftarrow, -;)$

$$A = \{x \in IN \mid 3|x\}....b = \{x \in IN \mid 6|x\}$$

$$|x| < 4, x \in IN.....x < 4, x \in IN$$

x ist ein gleichschenkeliges Trapez.....x hat mindestens eine Symmetrieachse



### 1) 12 Punkte

Löse folgende Ungleichung: (Beachte alle Fälle!) G = IR. Wenn du das Beispiel mit dem TI-92 löst, mußt du eine ordentliche Dokumentation schreiben!

$$\frac{x-1}{x-3} > \frac{x-2}{x-5}$$

### 2) 10 Punkte

Ermittle die Lösungsmenge in Abhängigkeit von a für alle möglichen Lösungsfälle! Stelle die Lösungen in einer Grafik dar! (G = IR)

$$x + a^2y = 1$$
$$x + y = 1$$

### 3) 14 Punkte

Ein Zug fährt mit 60 km/h um 8:00 von Wien nach Bischofshofen (Entfernung 340 km). Der Gegenzug fährt um 1 Stunde später mit 80 km/h in Bischofshofen ab.

Erstelle eine ordentliche Zeichnung im geeigneten Maßstab und berechne:

Wann und in welcher Entfernung von Bischofshofen treffen die Züge einander,

wann sind sie 70 km voneinander entfernt und wann ist der 1.Zug 100 km von Bischofshofen entfernt?

#### 4) 12 Punkte

Löse jede Textaufgabe durch einen ordentlichen Ansatz und durch eine andere Methode. Eine davon soll mit dem TI-92 gelöst werden.

In einer zweiziffrigen Zahl ist die Ziffernsumme 15. Vertauscht man Einer und Zehnerziffer so ist die neue Zahl um 21 größer als die Hälfte der ursprünglichen Zahl. Berechne die Ursprüngliche Zahl.

Aus 10% iger und 25% iger Schwefelsäure sollen 5 l einer 15% igen Schwefelsäure hergestellt werden. Berechne wieviel Liter von jeder Sorte genommen werden müssen.



### 1) 12 Punkte

Löse folgende Ungleichung: (Beachte alle Fälle!) G = IR. Wenn du das Beispiel mit dem TI-92 löst, mußt du eine ordentliche Dokumentation schreiben!

$$\frac{x-1}{x-3} < \frac{x-4}{x-7}$$

#### 2) 10 Punkte

Ermittle die Lösungsmenge in Abhängigkeit von a für alle möglichen Lösungsfälle! Stelle die Lösungen in einer Grafik dar! (G = IR)

$$a^{2}x - y = 1$$
  
  $x - y = 1$ 

#### 3) 14 Punkte

Ein Zug fährt mit 60 km/h um 10:00 von Wien nach Salzburg (Entfernung 300 km). Der Folgezug fährt um 2 Stunden später mit 80 km/h ab.

Erstelle eine ordentliche Zeichnung im geeigneten Maßstab und berechne:

Wann und in welcher Entfernung von Salzburg überholen die Züge einander, wann sind sie 50 km voneinander entfernt und wann ist der 2.Zug 75 km vor Salzburg ?

#### 4) 12 Punkte

Löse jede Textaufgabe durch einen ordentlichen Ansatz und durch eine andere Methode. Eine davon soll mit dem TI-92 gelöst werden.

In einer zweiziffrigen Zahl ist die Ziffernsumme 12. Vertauscht man Einer und Zehnerziffer so ist das Doppelte der neuen Zahl um 15 kleiner als die ursprünglichen Zahl. Berechne die Ursprüngliche Zahl.

Berechne wieviel Rotmessing von 85% Kupfergehalt und wieviel Weißmessing von 15% Kupfergehalt man zusammenschmelzen muß um 42 kg Messing von 70% Kupfergehalt zu erhalten!



1)

Löse die Textaufgaben, indem du die entsprechenden Gleichungen anschreibst und den Lösungsweg dokumentierst.

- a) Für eine 60 Seemeilen lange Strecke braucht ein Schiff bei Gegenströmung von
   3 Seemeilen/h um 5/3 Stunden länger als in strömungsfreiem Wasser. Berechne die Geschwindigkeit des Schiffes!
- b) Die Summe der Quadrate zweier Zahlen, die sich um 2 unterscheiden, ist um 4 größer als das 30fache der größeren Zahl. Wie heißen die beiden Zahlen?

2)

Gegeben ist die Gleichung  $x^2 + px + q = 0$ , sowie p = -30 und  $x_1 = 5$ 

Berechne die Gleichung und die Nullstellen.

Gegeben sind die beiden Nullstellen  $x_1 = 1$  und  $x_2 = -4$  und der Scheitel (x/12,5).

Berechne die Gleichung der Parabel.

3)

Ein Fahrrad fährt mit 20 km/h um 10:00 von A nach B (Entfernung 140 km). Ein Moped fährt 2 Stunden später mit 30 km/h von B nach A.

Erstelle eine ordentliche Zeichnung im geeigneten Maßstab und berechne:

Wann und in welcher Entfernung von A treffen die Fahrzeuge einander Und wann sind sie 50 km voneinander entfernt? Wann kommen die Fahrzeuge am jeweils anderen Ort an?

4)

Löse die quadratische Gleichung  $x^2 + 3.5x - 15 = 0$  nach vier frei zu wählenden Methoden! (eine ohne und drei mit dem TI-92)



1)

Löse die Textaufgaben, indem du die entsprechenden Gleichungen anschreibst und den Lösungsweg dokumentierst.

- a) Die Summe der Quadrate zweier Zahlen, die sich um 3 unterscheiden, ist um 25 kleiner als das 30fache der größeren Zahl. Wie heißen die beiden Zahlen?
- b) Ein Auto legt eine Strecke von 300 km zurück. Würde es mit einer 5 km/h höheren Durchschnittsgeschwindigkeit die Strecke zurücklegen, so würde es um 6 Minuten früher ans Ziel gelangen. Berechne die Geschwindigkeit des Autos!

2)

Gegeben ist die Gleichung  $x^2 + px + q = 0$ , sowie q = 1und  $x_1 = 0,4$ 

Berechne die Gleichung und die Nullstellen.

Gegeben sind die beiden Nullstellen  $x_1 = -1$  und  $x_2 = 6$  und der Scheitel (x/24,5).

Berechne die Gleichung der Parabel.

3)

Ein Moped fährt mit 30 km/h um 10:00 von A nach B (Entfernung 130 km). Ein Fahrrad fährt 1 Stunden später mit 20 km/h von B nach A.

Erstelle eine ordentliche Zeichnung im geeigneten Maßstab und berechne:

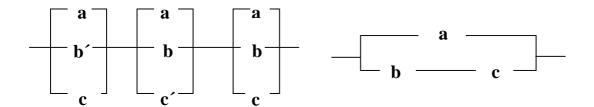
Wann und in welcher Entfernung von A treffen die Fahrzeuge einander Und wann sind sie 50 km voneinander entfernt?

Wann kommen die Fahrzeuge am jeweils anderen Ort an?

4)

Löse die quadratische Gleichung  $x^2 + 1.5x - 10 = 0$  nach vier frei zu wählenden Methoden! (eine ohne und drei mit dem TI-92)

1) Beweise mit Hilfe von Schaltwerttafeln und mit Hilfe von Umformungen, daß die beiden Schaltungen gleichwertig sind. Zeichne zu beiden Stromlaufplänen die entsprechenden Gatterdarstellungen.



**2)** Herstellen der billigsten Legierung. Es sind zwei Sorten von Altmaterial vorhanden:

		Preis je kg			
	Cu	Zn	Ni	Fe	
Sorte A	40%	10%	40%	Rest	60 S
Sorte B	20%	30%	10%	Rest	50 S

Aus den Sorten A und B soll eine Legierung hergestellt werden, die folgende Mindestmengen enthalten soll:

### 16kg Cu, 9 kg Zn, 10 kg Ni

Wieviel kg von A und B müssen für die Legierung verwendet werden, wenn die Kosten minimal sein sollen? Berechne auch die Höhe der Kosten!

Wenn du den TI-92 verwendest, mußt du eine ordentliche Dokumentation schreiben!

3) Gegeben ist die Basis eines gleichschenkeligen Dreiecks mit der Höhe  $h_c$ =4,5 cm

$$A(6/4,5) B(-2/-1,5)$$

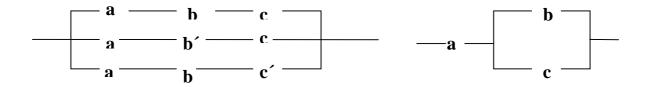
Gesucht sind die **Konstruktion** und **Koordinaten** des Punktes C ( $y_c < y_b$ )

### Schriebe zuerst den Rechengang in Worten, und rechne erst danach!!

Überprüfe mit Hilfe der Vektorrechnung ob der Winkel bei C ein rechter Winkel ist!

16 Punkte pro Bsp.

1) Beweise mit Hilfe von Schaltwerttafeln und mit Hilfe von Umformungen, daß die beiden Schaltungen gleichwertig sind. Zeichne zu beiden Stromlaufplänen die entsprechenden Gatterdarstellungen.



**2)** Herstellen der billigsten Legierung. Es sind zwei Sorten von Altmaterial vorhanden:

		Preis je kg			
	Cu	Zn	Ni	Fe	
Sorte A	10%	30%	20%	Rest	50 S
Sorte B	40%	10%	40%	Rest	60 S

Aus den Sorten A und B soll eine Legierung hergestellt werden, die folgende Mindestmengen enthalten soll:

### 10kg Cu, 9 kg Zn, 16 kg Ni

Wieviel kg von A und B müssen für die Legierung verwendet werden, wenn die Kosten minimal sein sollen? Berechne auch die Höhe der Kosten!

Wenn du den TI-92 verwendest, mußt du eine ordentliche Dokumentation schreiben!

3) Gegeben ist die Basis eines gleichschenkeligen Dreiecks mit der Höhe  $h_c$ =6,5 cm A ( -2 / -1 ) B ( 10 / 4 )

Gesucht sind die Konstruktion und Koordinaten des Punktes C ( $y_c > y_a$ )

### Schriebe zuerst den Rechengang in Worten, und rechne erst danach!!

Überprüfe mit Hilfe der Vektorrechnung ob der Winkel bei C ein rechter Winkel ist!

1) In einer Werkstatt sind drei elektrische Geräte A, B und C mit unterschiedlicher Leistung in Verwendung. Um eine Überlastung des Stromnetzes zu verhindern, soll immer dann ein Warnsignal ertönen, wenn

alle drei Geräte oder

A und B oder

B und C

gleichzeitig in Verwendung stehen.

Gib die Schaltwerttabelle, die Schaltfunktion und die Gatterdarstellung der Schaltung an, welche das Warnsignal auslöst.

Vereinfache nachher diese Schaltfunktion auf eine möglichst einfache Form. In der einfachsten Schaltung kommt jedes Gerät nur einmal vor!

2) Ein Gemüsebauer hat insgesamt 30 Hektar Land zum Anbau von Erbsen und Karotten zur Verfügung. Für ein Hektar Erbsen muß der Betrieb im Durchschnitt einen Arbeitstag, für ein Hektar Karotten zwei Arbeitstage aufwenden . Insgesamt kann mit höchstens 50 Arbeitstagen gerechnet werden. Die Ausgaben für Saatgut betragen für ein Hektar Erbsen 200 Schilling, für ein Hektar Karotten 100 Schilling. Der Bauer kann höchstens 5000 Schilling für Saatgut ausgehen.

Löse mit Hilfe einer Zeichnung und durch Rechnung:

Wieviel Hektar müssen mit Erbsen und wie viele Hektar mit Karotten bebaut werden, damit der Gewinn möglichst groß ist, wenn für ein Hektar Erbsen 400 Schilling und für ein Hektar Karotten 600 Schilling Gewinn bleiben?

Wie hoch ist der Gewinn?

Wenn du den TI-92 verwendest, mußt du eine ordentliche Dokumentation schreiben!

2) Ein Rechteck ist durch die Länge der Seite b = 10 cm und die Seite a durch die Punkte A (-2/-1,5) B (6/4,5)

gegeben.

Gesucht sind die **Konstruktion** und **Koordinaten** der Punkte C ( y<sub>c</sub> < y<sub>b</sub>) und D **Schriebe zuerst den Rechengang in Worten, und rechne erst danach!!**Überprüfe mit Hilfe der Vektorrechnung ob das Rechteck ein Quadrat ist!

1) Der Punkt P (-8/-3) ist an der Geraden g: 3x + 2y = -4 zu spiegeln.

Wie lauten die Koordinaten des gespiegelten Punktes?

- a) Löse das Problem geometrisch!
- b) Löse das Problem rechnerisch!

Bei Verwendung des TI-92 mache eine nachvollziehbare Dokumentation

2) Ermittle im folgenden Dreieck grafisch und rechnerisch den Umkreismittelpunkt und den Schwerpunkt. Berechne die Gleichung der Euler schen Geraden durch U und S in **Hauptform** und die Länge des Umkreisradus! (Maßstab 1:2)

A (3/-9) B(3/3) C (-9/15)

3) a) Ist der Vektor  $\begin{pmatrix} 10\\11\\12 \end{pmatrix}$  als Linearkombination der Vektoren  $\begin{pmatrix} 1\\2\\3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4\\5\\6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13\\14\\15 \end{pmatrix}$ 

darstellbar?

Begründe deine Aussage!

b) Erkläre folgende Zeile in der Funktion PARLSG(w1, w2, a, b) an Hand eines Beispiels!

solve(right(w1[1,1])=right(w2[1,1]),tb)→h

1.Bsp. : 12 Punkte 2. Bsp. : 24 Punkte 3. Bsp. : 12 Punkte

1) Der Punkt P (-3/8) ist an der Geraden g: -2x + 3y = 4 zu spiegeln.

Wie lauten die Koordinaten des gespiegelten Punktes?

- a) Löse das Problem geometrisch!
- b) Löse das Problem rechnerisch!

Bei Verwendung des TI-92 mache eine nachvollziehbare Dokumentation

2) Ermittle im folgenden Dreieck grafisch und rechnerisch den Umkreismittelpunkt und den Schwerpunkt. Berechne die Gleichung der Euler´schen Geraden durch U und S in **Hauptform** und die Länge des Umkreisradus! (Maßstab 1:2)

### A (0/0) B(12/12) C (-12/6)

3) a) Ist der Vektor 
$$\begin{pmatrix} 12 \\ 3 \\ 22 \end{pmatrix}$$
 als Linearkombination der Vektoren  $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 23 \\ 18 \\ -13 \end{pmatrix}$ 

darstellbar?

Begründe deine Aussage!

b) Erkläre folgende Zeile in der Funktion PARLSG(w1, w2, a, b) an Hand eines Beispiels!

$$solve(right(w1[2,1])=right(w2[2,1])|h,ta)+t1$$

1.Bsp. : 12 Punkte 2. Bsp. : 24 Punkte 3. Bsp. : 12 Punkte