

Name:

- 1) a) Beweise mittels vollständiger Induktion, daß für die  $n$ . Fünfeckszahl die Beziehung

$$1 + 4 + 7 + 10 + 13 + \dots + (3n-2) = \frac{n \cdot (3n-1)}{2} \quad \text{gilt!}$$

- b) Wie läßt sich diese Summe geometrisch deuten? Beschreibe anhand von Abb.1.

- c) Gib eine Formel für die  $n$ . Viereckszahl an!

- d) Zeige, daß die Summe einer mit 1 beginnenden beliebigen Anzahl aufeinanderfolgender ungerader Zahlen eine Quadratzahl ist.

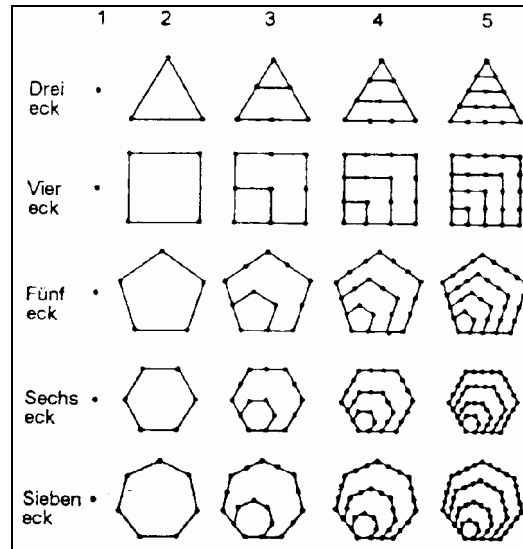


Abb.1

- 2) a) Wandle um Dezimaldarstellung -> Bruchdarstellung:  $1,234\overline{56}$

- b) Wandle um Dezimaldarstellung -> Exponentialdarstellung:

- (1) Wellenlänge des sichtbaren Lichtes: 0,000 000 38 m bis 0,000 000 75m  
 (2) Entfernung der Erde - Sonne: 0,15 Billionen m.

- c) Ein sehr einfaches physikalisches Modell besagt, daß ein Atom ähnlich einem Sonnensystem aufgebaut ist, wobei dem Kern die Sonne und den Elektronen die Planeten entsprechen. Überlege, ob die Größenordnung der Massenverhältnisse übereinstimmt. Wenn nein, gib an, um wievielfach das Verhältnis  $m_{\text{Sonne}} : m_{\text{Erde}}$  größer oder kleiner als das Verhältnis  $m_{\text{Proton}} : m_{\text{Elektron}}$  ist.

$$m_{\text{Proton}} = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg,}$$

$$m_{\text{Elektron}} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_{\text{Sonne}} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$m_{\text{Erde}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

- 3) a) Beweise unter Verwendung der Axiome für den Körper  $\mathbb{R}$  die bekannte Beziehung

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Gib bei jedem Schritt an, auf welches Axiom Du Dich berufst!

(Setze  $u^2 := u \cdot u$  und  $a - b := a + (-b)$  als Definition voraus.)

- b) Die Menge der rationalen Zahlen ist dicht. Was heißt das?  
 Ist die Menge der ganzen Zahlen auch dicht? Begründe Deine Antwort!

- c) Konstruiere (mit Zirkel und Lineal):  $7/3$

- d) Konstruiere (mit Zirkel, Lineal und Höhensatz):  $\sqrt{7}$

Bonus Beweise: Es gibt unendlich viele Primzahlen. Welches Beweisprinzip verwendest Du dabei?