

## 1.SA

---

1. Löse die angegebene Formel nach  $c$  auf:  $x = \frac{a(a+2c)}{2(a+b+c)}$  6

2. Schreibe den Ansatz in Form einer Gleichung und löse diese:

- a) Nach Abzug von 3% Skonto werden für eine Ware S 15510,30 bezahlt . 6  
Wie hoch ist der Rechnungsbetrag vor Abzug des Rabatts ?  
Wie hoch ist der Bruttopreis (Warenpreis ohne MWSt) ?

Verkaufspreis	
Bruttopreis	MWSt

- b) Jemand benötigt 120 Liter 42%igen Alkohol. Zum Mischen steht ihm 96%iger Alkohol zur Verfügung. Wieviel Liter des 96%igen Alkohols und wieviel Liter Wasser sind erforderlich ? (Tabelle!) 6

3. Ermittle die Lösungsmenge der Ungleichung  $\frac{x}{9} - \frac{2x}{7} + \frac{1}{2} \leq \frac{1}{3} - \frac{2x}{3} + \frac{6x}{7}$  für

- a)  $G = \mathbf{Z}$  (aufzählendes Verfahren) und 12  
b)  $G = \mathbf{R}$  (beschreibendes Verfahren oder Intervall) und stelle sie grafisch dar.

Mache eine Stichprobe für  $x_1 \in \mathbf{L}$  und  $x_2 \notin \mathbf{L}$  ( $x_1$  und  $x_2$  sind frei wählbar)

4. Vereinfache  $\frac{\frac{3a}{y} - 2}{\frac{2a}{y} + 5}$  (Kein Doppelbruch als Ergebnis). 6

Gib an, welche Werte für  $a$  und  $y$  nicht zulässig sind und begründe Deine Annahme.

5. Ermittle Definitionsmenge und Lösungsmenge der Gleichung  $\frac{z-2}{z-7} - \frac{5-z}{z+7} = \frac{2z^2}{z^2-49}$  12

Erkläre die Begriffe Grundmenge, Definitionsmenge und Lösungsmenge

**Zusatz:** (nicht verpflichtend)

Löse die Gleichung  $\frac{x-a}{x+a} + \frac{x+a}{x-a} = \frac{4a-4a^2}{x^2-a^2}$

Welche Voraussetzungen für  $a$  müssen gelten? Begründe!

## 2.SA

---

Die Beispiele 1 und 2 kannst du mit und/oder ohne TI-92 lösen. Aus deinen Aufzeichnungen muß jedoch eindeutig der Lösungsvorgang nachvollziehbar sein (EZ, AZ, Schlußfolgerungen, Einstellungen für Grafikfenster u. Tabelle bzw. Anführen aller Rechenschritte sonst)

### Beispiel 1

- a) Löse die Gleichung  $(x + 1)(4x - 3) = 2(x + 1)(2x + 3)$  auf zwei verschiedene Arten
- b) Ermittle die Nullstelle der Funktion  $8x + 7y = 9$ .  
Überprüfe, ob C ( 3 / - 15/7 ) und D ( - 16 / 17 ) auf dem Graphen der Funktion liegen.  
Für welches Argument gilt  $f(x) = 7$  ?

### Beispiel 2

Peter läuft die Marathondistanz (42 km) gewöhnlich gleichmäßig in 3 Stunden. 45 Minuten, nachdem er seinen Lauf gestartet hat, wird ihm ein Radfahrer mit 20 km/h nachgeschickt.

Wann holt der Radfahrer Peter ein ?

Welche Strecke hat Peter bis zu diesem Zeitpunkt bereits zurückgelegt ?

*Dokumentiere deinen Lösungsweg so genau, dass er auch für andere verständlich ist.*

### Beispiel 3

- a) Löse das folgende Gleichungssystem **ohne TI-92 mittels Additionsverfahren:**

$$I \quad 5x + 2y = 16$$

$$II \quad 3x - 5y = 22$$

*Es sind alle Schritte genau anzugeben !*

- b) Löse das Gleichungssystem **mit TI-92 auf zwei verschiedene Arten:**

$$I \quad 1,6x + 3,2y = 8,64$$

$$II \quad 5,4y - 4,8x = - 6,42$$

*Ordentliches Protokoll !*

### Beispiel 4

*Verwende den Rechner, dokumentiere EZ, AZ, Schlußfolgerungen !*

- a) Mache Aussagen über die Äquivalenz der folgenden Terme

$$T_1 = \frac{(a-c) \cdot b}{2} + c \cdot b \quad T_2 = \frac{a \cdot b + b \cdot c}{2} + a \cdot c \quad T_3 = a \cdot b - \frac{(a-c) \cdot b}{2}$$

- b)  $A = \frac{a \cdot b}{2}$  ist die Formel für den Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks.

Es sei  $A = 20 \text{ cm}^2$ .

Stelle den Zusammenhang zwischen den Längen der Katheten a und b grafisch und tabellarisch im Intervall [ 0 ; 6 ] dar.

Graph (Einheiten: 1cm auf x-Achse, 1mm auf y-Achse) und Tabelle (ganzzahlige Argumente) sind ins Heft zu übertragen.

Zeige mittels Rechnung, dass sich a vervierfacht, wenn man b viertelt.

Zusatz:

Messing ist eine Legierung aus Kupfer Cu ( $\rho = 8,93 \text{ kg/dm}^3$ ) und Zink Zn ( $\rho = 7,14 \text{ kg/dm}^3$ )  
 Ein Messingwürfel  $a = 15 \text{ cm}$  hat eine Masse von 28,86 kg.

Wieviel kg Kupfer und Zinn enthält der Würfel ? Gib das Verhältnis Cu : Zn an. Wieviel % Kupfer sind in der Legierung?

### Verbesserung der 2. Schularbeit

Calculator screen showing algebraic operations:

- $\text{solve}((x+1) \cdot (4 \cdot x - 3) = 2 \cdot (x+1) \cdot (2 \cdot x + 3))$  →  $x = -1$
- $(x+1) \cdot (4 \cdot x - 3) \rightarrow y1(x)$  Done
- $2 \cdot (x+1) \cdot (2 \cdot x + 3) \rightarrow y2(x)$  Done
- $2 * (x+1) * (2 * x + 3) \rightarrow y2(x)$

Calculator screen showing a graph of two parabolas:

- Graph showing two parabolas intersecting at  $x = -1$ .
- Intersection point:  $xc: -1$ ,  $yc: 0$ .

Calculator screen showing solving a linear equation:

- $\text{solve}(8 \cdot x + 7 \cdot y = 9, y)$  →  $y = \frac{-(8 \cdot x - 9)}{7}$
- $y = \frac{-(8 \cdot x - 9)}{7} | x = 3 \text{ and } y = -15/7$  true
- $y = \frac{-(8 \cdot x - 9)}{7} | x = -16 \text{ and } y = 17$  false
- $\text{solve}(8 \cdot x + 7 \cdot y = 9, x) | y = 7$  →  $x = -5$
- $\text{solve}(8 * x + 7 * y = 9, x) | y = 7$

Calculator screen showing a graph of a line:

- Graph showing a line with a negative slope.
- Zero point:  $xc: 1,125$ ,  $yc: 0$ .

Calculator screen showing solving a system of linear equations:

- $\text{solve}(1.6 \cdot x + 3.2 \cdot y = 8.64, x)$  →  $x = -2 \cdot y + 5.4$
- $\text{solve}(5.4 \cdot y - 4.8 \cdot x = -6.42, y) | x = -2 \cdot y$  →  $y = 1.3$
- $x = -2 \cdot y + 5.4 | y = 1.3$  →  $x = 2.8$
- $x = -2 \cdot y + 5.4 | y = 1.3$

Calculator screen showing a graph of two lines intersecting:

- Graph showing two lines intersecting at  $x = 2.8$ ,  $y = 1.3$ .
- Intersection point:  $xc: 2.8$ ,  $yc: 1.3$ .

Calculator screen showing a graph of a curve:

- Graph showing a curve in the first quadrant.
- Table of values:

x	y6
0.	undef
1.	40.
2.	20.
3.	13.33
4.	10.
5.	8.
6.	6.667

Calculator screen showing algebraic manipulations:

- $\frac{40}{b} \rightarrow a$  → 40
- $a | b = b1 \rightarrow a1$  → b
- $a | b = \frac{b1}{4} \rightarrow a4$  → 160
- $\frac{a4}{a1}$  → 4
- $a4/a1$

Name .....

Kat.Nr.....

1. **Ermittle die Lösungsmenge** der quadratischen Gleichung *ohne TI92*Verwende wahlweise **die kleine oder die große Auflösungsformel** - die verwendete Formel ist anzugeben !

$$2x^2 + 2x - 12 = 0$$

b) Wie muß  $z$  gewählt werden, damit die quadratische Gleichung  $x^2 - 6x + z = 0$  **zwei Lösungen** besitzt ?  
Begründe Deine Überlegung !

Name ..... Kat.Nr.....

DIE **BEISPIELE 2 UND 4** KÖNNEN WAHLWEISE MIT ODER OHNE TI-92 AUSGEFÜHRT WERDEN. IN BEIDEN FÄLLEN HAT DIE **DOKUMENTATION** SO ZU ERFOLGEN, DASS DER **RECHENGANG DEUTLICH ERSICHTLICH UND NACHVOLLZIEHBAR** IST. **SCHLUSSFOLGERUNGEN** AUS DEN RECHENERGEBNISSEN SIND **IN WORTEN (SÄTZEN)** ANZUFÜHREN!

2a) Für das Volumen eines Drehkegels gilt:  $V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$ .

Ist das Volumen direkt proportional zum Radius r oder zur Kegelhöhe h ?

**Begründe die Ergebnisse durch Rechnung.**

b) Wird ein Kapital  $K_0$  zu p% verzinst, so beträgt es nach n Jahren  $K_n = K_0 \cdot (1 + p/100)^n$ .

Zu **welchem Zinssatz** muß ein Kapital von ATS 100000.-- angelegt werden, damit es nach 2 Jahren auf ATS 115000.-- angewachsen ist ?

3. Löse die quadratische Gleichung  $x^2 + 3x - 15 = 0$  auf **mindestens 4 verschiedene Arten** (1mal ohne TI-92, 3mal mit TI-92).

Die einzelnen Rechenschritte sowie die Ein- und Ausgabezeilen und Schlußfolgerungen sind genauestens zu dokumentieren !

4. Ein Fahrzeug soll mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  einen Weg von  $s = 250$  km zurücklegen. Berechne die für diese Strecke benötigte Zeit für  $v = 15, 30, 45, \dots, 135$  km/h und erstelle eine Tabelle. **Übertrage die Tabelle ins Heft und skizziere den Graphen** (Freihandskizze)!

Beantworte die folgenden Fragen:

a) Mit welcher Geschwindigkeit muß man **mindestens fahren**, wenn der Weg in **weniger als 3,5 Stunden** zurückgelegt werden soll ?

b) Wie wirkt sich eine **Verdoppelung (Vervielfachung) der Geschwindigkeit** auf die Zeit aus ? Belege deine Antwort mit einer Rechnung.

Zusatz: Der Erlös, der durch den Verkauf einer Ware erzielt wird, ist gegeben durch die Erlösfunktion

$$E(x) = 360x - \frac{3}{2}x^2.$$

Wieviel Stück muß man verkaufen, um einen Erlös von ATS 21000.-- zu erzielen?

Bei wieviel Stück ist der Erlös am größten?

Die Kostenfunktion für die Erzeugung von  $x$  Stück ist gegeben durch  $K(x) = 5000 + 120x$

Der Gewinn wird berechnet aus Erlös minus Erzeugungskosten.

Bei welcher Stückzahl ist der Gewinn Null ? Wieviel Stück müssen verkauft werden, um den größtmöglichen Gewinn zu erzielen?

Die **Ansätze, Rechenschritte, Überlegungen** sowie die **verwendeten Formeln** sind vor allem bei Verwendung des TI92 **genauestens zu dokumentieren** (EZ, AZ, Schlussfolgerungen, die aus dem Ergebnis in der Ausgabezeile gezogen werden können), sodass der Rechengang **eindeutig nachvollziehbar** ist!

**Beispiel 1**

Geg.: Dreieck ABC A( 3 / - 4 ) B( - 2 / - 3 ) C( 2 / 4 )

Ges.: a) Zeige rechnerisch, dass das Dreieck ABC **gleichschenkelig**, aber **nicht rechtwinkelig** ist.

b) Ermittle die Koordinaten des Schwerpunktes als Schnittpunkt der Schwerlinien durch Rechnung.

*Zusatzpunkte für die grafische Kontrolle von a) und b) .*

**Beispiel 2**

Die Gerade g ist durch die Punkte P( - 4 / 6 ) und Q( 5 / - 3 ) bestimmt.

a) Gib alle **drei Formen** der Geradengleichung an.

b) Beweise durch Rechnung, dass g **nicht durch den Koordinatenursprung** verläuft. Berechne den Abstand des Koordinatenursprungs von der Geraden g.

c) Wie lautet die Parameterform jener Geraden h, die zu g parallel ist und durch den Punkt R( - 2 / 5 ) geht ?

Ermittle die Steigung dieser Geraden.

**Beispiel 3**

a) Leite die Halbierungspunktformel  $H = \frac{A+B}{2}$  her. Mache eine Skizze!

b) Trage die angegebene Strecke der Länge  $l = 5$  vom Punkt A( - 1 / 1 ) ausgehend in die durch den Vektor

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ -10 \end{pmatrix}$  vorgegebene Richtung auf **beide Seiten** ab. Runde die Ergebnisse auf 2 Dezimalstellen !

Skizze!

(Das Beispiel ist rechnerisch durchzuführen !)

**Beispiel 4**

Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  sowie die reelle Zahl  $m = 2,5$

a) Überprüfe die Richtigkeit des Distributivgesetzes  $m \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = m \cdot \vec{a} - m \cdot \vec{b}$  unter Verwendung der gegebenen Vektoren.

b) Beweise die Richtigkeit des Gesetzes allgemein.

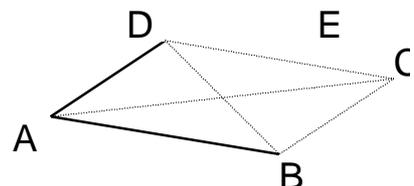
c) Ermittle **grafisch und rechnerisch**  $2 \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{b} - \vec{a}$ ,  $\vec{a} - 2 \cdot \vec{b}$

**Zusatzbeispiel**

Von einem Parallelogramm kennt man die drei Eckpunkte A, B und

.

Gib an, wie man den fehlenden Eckpunkt C ermittelt.  
Gib zwei verschiedene Möglichkeiten zur Berechnung der Koordinaten des Mittelpunktes M des Parallelogramms an.



Der Punkt E teilt die Seite CD im Verhältnis 2:5. Gib an, wie man die Koordinaten dieses Punktes berechnen kann.

Stelle den Vektor AE durch die Vektoren AB und AD dar.

Gib eine Formel zur Berechnung der Winkelsymmetrale des Winkels  $\sphericalangle(DAB)$  an.

*Dieses Beispiel ist allgemein zu lösen, d.h. es sind nur die zu verwendenden Formeln in **möglichst einfacher Form** anzugeben.*

**Beispiel 1**

a) Die Gerade g geht durch den Punkt P( - 7 / 2 ) und hat die Steigung  $k = -\frac{2}{3}$ .

Berechne den Abstand des Punktes Q( - 11 / 9 ) von dieser Geraden g.

b) Verlängere die Strecke AB, A(-3/2), B(9/8) über B hinaus um  $I = 2 \cdot \sqrt{5}$ .  
Berechne die Koordinaten des neuen Endpunktes B1 . Mache eine Skizze !

c) Ermittle die Gleichung der Streckensymmetrale der Strecke AB , A(-3/2), B(9/8).

**Beispiel 2**

Die drei Geraden g<sub>1</sub>, g<sub>2</sub> und g<sub>3</sub> sind Trägergeraden des Dreiecks ABC.

$$g_1: X = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$g_2: X = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$g_3: x + 3y = 3$$

a) Gib für g<sub>3</sub> eine **Parameterdarstellung** der Geradengleichung, für g<sub>1</sub> und g<sub>2</sub> eine **parameterfreie Form** der Geradengleichung an.

b) Berechne die Koordinaten der Eckpunkte des Dreiecks.

c) Berechne den Umfang des Dreiecks.

*Zusatzpunkte für die Berechnung des Flächeninhaltes.*

**Beispiel 3**

Von einem **Deltoid** kennt man die Endpunkte der Diagonale AC = e , [ A( - 2 / 2 ), C( 10 / - 4 ) ], und die Länge der Diagonale BD = f =  $\sqrt{20}$  .

Der Diagonalschnittpunkt M teilt AC innen im Verhältnis 1 : 2 .

Ermittle die Koordinaten der fehlenden Eckpunkte **rechnerisch und konstruktiv**.

**Beispiel 4**

**Beweise rechnerisch**, dass das Viereck ABCD [A( - 1 / 1 ), B( 7 / 0 ), C( 14 / 4 ), D( 6 / 5 )] ein **Rhombus** ist. Erkläre deine Schlussfolgerungen genau !

**Zeige** weiters **rechnerisch**, dass der Richtungsvektor der Winkelsymmetrale des Winkels ∠ABC dem Richtungsvektor der Diagonale BD entspricht .

Die **Ansätze, Rechenschritte, Überlegungen** sowie die **verwendeten Formeln** sind vor allem bei Verwendung des TI92 **genauestens zu dokumentieren** ( EZ, AZ, Schlussfolgerungen, die aus dem Ergebnis in der Ausgabezeile gezogen werden können) , sodass der Rechengang **eindeutig nachvollziehbar** ist!

**Beispiel 1**

Gib jene Vektoren an, die sowohl zum Vektor  $\vec{a}$  als auch zum Vektor  $\vec{b}$  orthogonal sind und die **Länge 5** besitzen.

$$\vec{a} = [A(-1/4/2); B(5/0/-1)] \quad \vec{b} = [C(3/2/0); D(17/-7/7)]$$

**Beispiel 2**

Zeige: Die Pyramide mit  $A(-4/-3/-1)$ ,  $B(-8/4/3)$ ,  $C(0/8/4)$ ,  $D(4/1/0)$ ,  $S(0/-5,5/17,5)$  ist eine **regelmäßige quadratische Pyramide**.  
(Hinweis: Die Grundfläche ist ein Quadrat und die Seitenkanten sind gleich lang)

Berechne weiters die **Koordinaten des Mittelpunktes M** des Quadrats ABCD und **überprüfe**, ob die Höhe MS der Pyramide **normal** zum Vektor AB steht

**Beispiel 3**

Untersuche durch Rechnung, welche Lage die Strecken AB und CD zueinander haben :

$$A(1/2/3), B(4/5/6), C(3/3/2), D(5/3/-2)$$

**Beispiel 4**

Der Punkt  $P(-8/-3)$  ist an der Geraden  $g: 3x + 2y + 4 = 0$  zu spiegeln. Wie lauten seine Koordinaten ?

- (a) Löse zuerst das Problem geometrisch !
- (b) Löse das Problem algebraisch !

**Bei Verwendung des TI-92 mache eine nachvollziehbare Dokumentation !**

B1

Berechne den vierten Eckpunkt des **Parallelogramms ABCD** und zeige auf 2 Arten, dass es eine **Raute** ist.  
A( - 4 / - 3 / - 1) B( 0 / - 5,5 / 17,5) C( - 8 / 4 / 3)

B2

Von einem **Würfel ABCDEFGH** kennt man die Eckpunkte A( - 2 / - 1 / - 3 ), B( 6 / 3 / - 2 ), C( 2 / 10 / 2 ) und E( - 1 / - 5 /  $z_E$  ).

- Berechne die **z - Koordinate des Punktes E** mit Hilfe des Orthogonalitätskriteriums.
- Berechne die Koordinaten** der Eckpunkte D, G und H. (Mache eine Skizze!)
- Zeige**: Die Raumdiagonalen AG und BH sind **gleich lang**, stehen aber **nicht aufeinander normal**.

B3

Gegeben ist ein Viereck ABCD. A( 3 / 0 / 2 ) B( 3 / 1 / 0 ) C( 1 / 3 / 0 ) D( - 3 / 5 / 4 )  
**In welchem Verhältnis** teilt die Diagonale e = AC die Diagonale f = BC ?

B4

Von einem **gleichschenkeligen Dreieck** ABC kennt man die Eckpunkte der Basis AB, A( 5 / - 2 ) und B( 2 / 2 ).

Weiters kennt man die **Höhe  $h_c = 10$** .

- Ermittle die Koordinaten der Spitze C **grafisch**
- Ermittle die Koordinaten der Spitze C **algebraisch** (durch Rechnung)