Mag. Sieglinde Fürst

Mag. Walter Klinger u.a.

Beispiele zum Einsatz des TI-92 in der 7. und 8. Schulstufe der Sekundarstufe I

Themenbereich	
Elementare Algebra, Funktionen, Geometrie	
Inhalte	**Ziele**
• Terme • Potenzen • Funktionen • Ortslinien • Lehrsatz des Pythagoras • Strahlensatz • Jahresplanung der 3. und 4. Klasse	• Strukturerkennen • selbständiges Erarbeiten von Rechneregeln • selbständiges Erarbeiten von linearen und quadratischen Funktionen • Veranschaulichung von Ortslinien • Erarbeitung von Sätzen aus der Geometrie
Das Skriptum enthält Schülerarbeitsblätter, didaktische Hinweise für den Einsatz des TI-92, Stundenplanungen bzw. Stundenbilder sowie eine Jahresplanung mit TI-Einsatz .	

INHALTSVERZEICHNIS

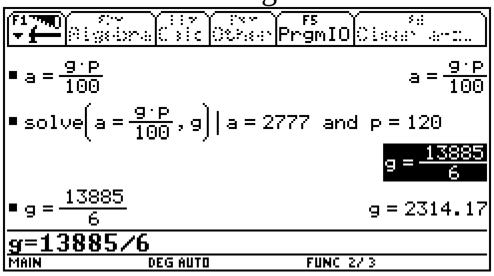
ALGEBRA:

Vorkenntnisse erarbeitet anhand der ganzen Zahlen und der Prozentrechnung:

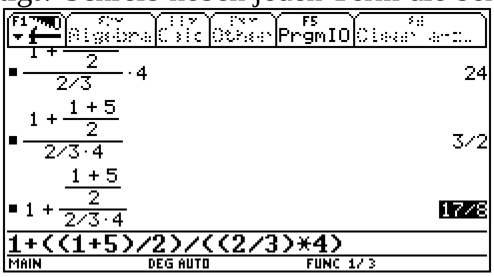
1. Ausdrücke eingeben
2. Ausdrücke mit ENTER „herunterholen“
3. Mit ← löschen
4. Mit “Unterlegen“ löschen
5. Mit F1; 7: Delete nicht mehr benötigte Zeilen löschen
6. Einfügen mit 2nd Ins
7. Solve – Befehl
8. Approx
9. Einige MODE – Einstellungen
10. Absolutbetrag
11. Verschiedene Klammern
12. Rechenzeichen – Vorzeichen
13. Eingabe von Variablen (ab wird als eine Variable gelesen)

Beispiele:

Eine Ware kostet mit 20% MWSt 2 777 Schilling. Wie hoch war der Grundpreis ohne MWSt?

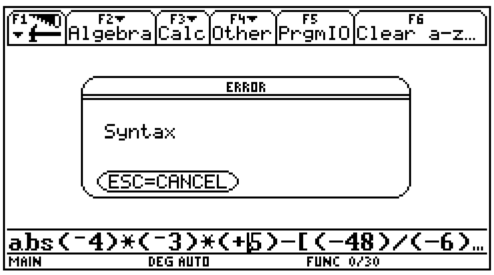


Welche Tasten wurden betätigt? Schreib neben jeden Term die benötigten Tasten!



Berechne zuerst ohneTI, dann überprüfe deine Ergebnisse mit dem TI!

$$|(-4)|\cdot(-3)\cdot 5-\left[(-48):(-6)-|(-72):8|\right]$$



ARBEITSBLATT: RECHNEN MIT POTENZEN – RECHENREGELN

(Lösungen kursiv)

Einige Rechenregeln sind dir schon bekannt:

Addieren bzw. Subtrahieren von Potenzen (Wiederholung)

$3a^2 + 5a^2 =$ *$8a^2$*
$7d^3 - 4d^3 =$ *$3d^3$*
$9x^2 + 5x^3 =$ *$9x^2 + 5x^3$*
$2a^2 + 2b^2 =$ *$2a^2 + 2b^2$*

Multiplizieren von Potenzen (Wiederholung)

$a^2 . a^3 =$ *a^5* weil *$(a . a) . (a . a . a) = a . a . a . a . a = a^5$*
$a^2 . b^2 =$ *$a^2 . b^2$*
$x^3 . x^2 . y^5 . z^5 =$ *$x^5 . y^5 . z^5$*
$(2.x)^2 =$ *$4x^2$* weil *$(2.x) . (2.x) = 2.x.2.x = 2.2.x.x = 4x^2$*

Nimm den TI -92 zur Kontrolle, wenn du eine Lösung hast:

$2c^2 . c . 7c^4 =$ *$14c^7$*
$a^2 . b^7 . a^4 . b^o . a^8 . b^1 . b^4 . a^5 . b =$ *$a^{19} . b^{13}$*
$2a^2 . 4b . 3^2 . a^4 . a^8 . 10b^4 . a^2 . b =$ *$720 . a^{16} . b^6$*

Für Spezialisten:
$(3b)^3 =$ *$27 b^3$*
$(a^2)^3 =$ *a^6* weil *$(a^2).(a^2).(a^2) = a.a.a.a.a.a = a^6$*
$(4.x^5)^2 =$ *$16 x^{10}$*

Dividieren von Potenzen:

$a^3 : a^2 =$ *a*
$b^9 : b^4 =$ *b^5*
$c^{14} : c =$ *c^{13}*
$x^8 : x^3 =$ *x^5*

Regel: $a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
Werden zwei Potenzen gleicher Basis dividiert, so wird von der Hochzahl des Zählers die Hochzahl des Nenners subtrahiert.

Begründung : z.B.: $a^7 : a^5 = \frac{a^7}{a^5} = \frac{a.a.a.a.a.a.a}{a.a.a.a.a} = a.a = a^2$

Für Spezialisten (6. Klasse!): $z^4 : z^6 =$ *z^{-2}* $a^5 : a^7 =$ *a^{-2}* $x^2 : x^3 =$ *x^{-1}*

Was bedeutet x^{-1} ?

$\boxed{x^{-1} = \frac{1}{x}}$

$x^9 : x^4 =$ $a^{15} : a^9 =$ $\frac{x^3}{x^{10}} =$ $\frac{a^3 . b^{11}}{a^3 . b^5} =$

POTENZEN – VORRANGREGELN (STUNDENPLANUNG)

Berechne : $220 + 4 \cdot 6^2 =$

1. Art: $220 + 4 \cdot 6^2 =$ *$220 + 4 \cdot 36 = 220 + 144 = 364$*
Zuerst potenzieren, dann multiplizieren, dann addieren

2. Art: $220 + 4 \cdot 6^2 =$ *$220 + 24^2 = 220 + 576 = 796$*
Zuerst multiplizieren, dann potenzieren, dann addieren

3. Art: $220 + 4 \cdot 6^2 =$ *$(220 + 4 \cdot 6)^2 = 264^2 =$*
Zuerst multiplizieren, dann addieren, dann potenzieren

Was rechnet der TI-92?

Merkregel:
Das Potenzieren ist vor der Punktrechnung auszuführen!
1. Klammern auflösen (ausrechnen)
2. Potenzieren (Rechnungsart 3. Stufe)
3. Punktrechnung (Multiplikation, Division = Rechnungsarten 2. Stufe)
4. Strichrechnung (Addition, Subtraktion = Rechnungsarten 1. Stufe)

Berechne vorerst <u>ohne</u> TR, dann überprüfe deine Ergebnisse:

$3 . 2^2 - 2 . 3^2 =$ **$-3^2 - (-3)^2 =$**

Berechne ohne und mit dem TR (Übungen)

REGEL: $(a . b)^n = a^n . b^n$
Die Potenz eines Produkts ist gleich dem Produkt der Potenzen

Berechne mit und ohne TI: (Übungen)

REGEL: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Die Potenz eines Quotienten ist gleich dem Quotienten der Potenzen

Überlege und gib in den TR ein:
$(a + b)^2 =$

$(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$

Berechne ohne und mit dem TR: (Übungen)

REGEL: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
Eine Potenz wird potenziert, indem man die Hochzahlen multipliziert.

ARBEITSBLATT: DARSTELLEN VON ZAHLEN MIT ZEHNERPOTENZEN

Ergebnisanzeigen am TI-92:

Unter *MODE*; *Display Digits* kann die Zahlenanzeige des Taschenrechners eingegeben werden. Die Standardeinstellung ist *Display Digits = FLOAT 6.*

Berechne: 45.124 * 12.458 **Überschlagsrechnung** : ....

(1) mit der Einstellung *Display Digits = FLOAT 6!* Ergebnis:..

(2) mit der Einstellung *Display Digits = FIX 6!* Ergebnis:..

Display Digits = FLOAT	... gibt an, wie viele .... angezeigt werden sollen.
Display Digits = FIX	... gibt an, wie viele .... angezeigt werden sollen.

(3) mit der Einstellung *Display Digits = FLOAT 2!* Ergebnis: ....

$$5.6\text{E}2 = 5.6 * 10^2 = 5.6 * 100 = 560$$

→ Exponent von 10 ist 2

In den Naturwissenschaften werden sehr große oder sehr kleine Zahlen mit Hilfe von Zehnerpotenzen dargestellt: **Potenzschreibweise**.

Schreibe als Potenzen von 10:

100 =	1 000 =	100 000 =	1 000 000 =
10 =	10 000 000 =	10 000 =	1 000 000 000 =

Schreibe als Zahl:

$5*10^3 =$	$1.2*10^2 =$	$23*10^6 =$
$3.457*10^5 =$	$\frac{1}{10^2} =$	$\frac{3}{10^3} =$

Die Physik verwendet die **Gleitkommadarstellung** oder **wissenschaftliche (scientific) Schreibweise.** Daneben ist in der Technik (Ingenieurswesen = *ENGINEERING)* eine ähnliche Darstellung üblich.
(1) Stelle um: *MODE: Display Digits = FLOAT 6; Exponential Format: 2: SCIENTIFIC*
(2) Stelle um: *MODE: Display Digits = FLOAT 6; Exponential Format: 3: ENGINEERING*

Eingabe	SCIENTIFIC	ENGINEERING
12.45		
14 567.34		
2 679.		
1 356 789.		
23 457.19		

Die Gleitkommadarstellung (**scientific**):

$$2\,679 = \underbrace{2.679}_{\textbf{Vorzahl}} * \underbrace{10^3}_{\textbf{Zehnerpotenz}}$$

Die Vorzahl ist stets eine Zahl zwischen 1 und 10, also eine Kommazahl mit einer Ziffer ($\neq 0$) vor dem Komma.

Für Profis:

Die **Engineering -** Darstellung verwendet als Zehnerpotenzen nur $1 = 10^0$, $1\,000 = 10^3$, $1\,000\,000 = 10^6$, $1\,000\,000\,000 = 10^9$ usw., d.h. man schreitet in 1 000-Schritten voran!

Arbeite ohne TI – 92! Wenn du mit deiner Arbeit fertig bist, kontrolliere mit dem TI-92!

1. Schreibe in Gleitkommadarstellung:

12 456 = ... 13 789 000 =.......................... 3 000 000 = ...

256 000 =.............................. 567.12 = ... 238 000 = ...

2. Schreibe in Zehnerpotenzen:

3 kg = ... g = ... g

34 m = ... mm = ... mm

19 km = ... cm = ... cm

5 m^3 = ... mm^3= .... mm^3

0,2a = ... cm^2 = ... cm^2

4 ha = ... m^2 = ... m^2

3. Wie lautet die Zahl?

$2.3 \cdot 10^6$ = ... $1.09 \cdot 10^4$ = ... $4.25 \cdot 10^7$ = ...

4. Verwende die Gleitkommadarstellung für eine Überschlagsrechnung! Dann rechne genau (mit TR)!

Angabe	Überschlag	Genaue Rechnung
3 714*890		
34 506*23 120		
Für Profis: 12 490 : 324		
251 980 : 5 423		

5. Zusatzaufgabe für schnelle Rechner: (Rechne in scientific - Schreibweise, 2 Kommastellen)

Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum beträgt 299 793 km/s.

Wie viele km legt das Licht in einer Stunde zurück? (= Geschwindigkeit in km/h)

Wie viele km legt das Licht in einem Jahr zurück? (1 Jahr = 365 Tage, 1 Tag = 24 h)

Diese Strecke wird in der Astronomie als Längenmaß benutzt und heißt: ....

ARBEITSBLATTTEIL: RECHNEN MIT TERMEN: AUFLÖSEN VON KLAMMERN

Arbeite mit einem Partner:
Rechne in der linken Spalte ohne TI-92. Rechts mit dem TI-92. Versuche eine Rechenregel für das Auflösen von Klammern zu finden!

$T_1(x) = 2.x + (5.x + 2)$	T_1 heißt „erster Term“; (x) wird gesprochen“von x“ und das bedeutet, dass x die Variable ist
$T_2(x) = 2.x + (5.x - 2)$	
$T_3(x) = 2.x - (5.x + 2)$	

Regel für das Auflösen von Klammern:

ARBEITSBLATT: MULTIPLIZIEREN VON TERMEN

1. Rechne ohne Taschenrechner:

5.(a + 3) = ... 5.(a + b) = ...

7. (x - 2) = ... 3. (- x - 2) = ...

b . (a + 1) = ... a . (a + 1) = ...

Versuche deine Rechnungen mit dem TI-92!

ojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeojeoj

Überprüfe nun deine Ergebnisse !

2. Probe mit dem TI -92

Möglichkeit a) Wir verwenden zum Überprüfen den Mit - Operator (2nd ; k) und rechnen getrennt die linke und rechte Seite.

DOKUMENTATION IM HEFT:
LS: 5.(a+3) | a = 6 45
RS: 5.a + 15 | a = 6 45 *LS = RS ⇒ Rechnung richtig*
oder
LS: 5.(a+3) | a = 6 45
RS: 5.a + 3 | a = 6 33 *LS ≠ RS ⇒ Rechnung falsch*

Möglichkeit b) Wir verwenden zum Überprüfen den Mit - Operator (2nd ; k) und geben Angabe und dein Ergebnis als Gleichung ein.

DOKUMENTATION IM HEFT:
5.(a+3) = 5.a + 15 | a = 6 *true*
oder
5.(a+3) = 5.a + 3 | a = 6 *false*

Möglichkeit c) Der Befehl „EXPAND“ (Ausrechnen)

F2; 3:expand(
Setze in die vorgegebene Klammer (Achtung: Klammer schließen nicht vergessen!) deine Angabe. Mit Enter rechnet der Taschenrechner die Klammern aus. Wenn du nicht erkennen kannst, ob deine Rechnung mit dem angezeigten Ergebnis gleich ist (unterschiedliche Schreibweisen!!), versuche eine andere Probe oder frage deine Lehrerin!

Merke: $\mathbf{a \,.\, (b + c) = a.b + a.c}$ **Distributivgesetz**

Bei der Multiplikation eines Binoms muß jedes Glied multipliziert werden!

Bei den folgenden Beispielen rechne zuerst immer ohne TR, damit du das Rechnen mit Termen erlernst. Der TR wird nur zum Überprüfen eingesetzt! Sei ehrlich!! Verwende unterschiedliche Überprüfungsmethoden!
Wenn du Fehler nicht findest, besprich dich mit deinem Nachbarn oder frage deine Lehrerin!

3. Stelle die Terme ohne Klammer dar.

$a.(a + b) =$ ....

$(-a) . (a - b) =$ ....

$b . (-a – b) =$ ....

$(-a).(- a - b) =$ ....

$x. (- x - 2) -x . (x + 3) =$...............................
....
....

Das letzte Beispiel ist nicht einfach! Gewöhne dich an folgende Arbeitsweise:

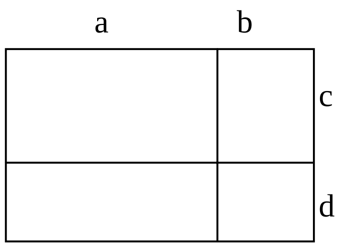
4. Ein schwierigeres Beispiel:

$(a + 3) \cdot 5 – a \cdot (a +5) =$
$(5 \cdot a + 15) - (a^2 + 5 \cdot a) =$
$5 \cdot a + 15 - a^2 - 5 \cdot a = 15 - a^2$

Merke:
Zuerst mit dem Faktor "in die Klammer hinein" multiplizieren, dann erst Klammern auflösen.
Erst wenn du ganz sicher bist, kannst du beide Schritte in einem Arbeitsgang erledigen.
ACHTUNG: FEHLERGEFAHR! (Welchen Fehler darfst du nicht machen?)

5. Versuche selbst: (Beispiele)

ARBEITSBLATT: MULTIPLIZIEREN VON MEHRGLIEDRIGEN AUSDRÜCKEN

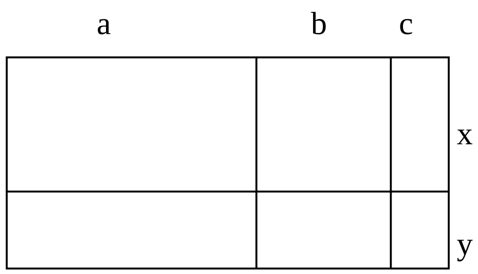


Wie berechnet man (a + b) . (c + d) ??

Wie lautet die entsprechende Rechnung am TI-92?

Berechne zuerst ohne Taschenrechner, überprüfe das Ergebnis mit dem TI-92:

Ergebnis ohne TI	Ergebnis mit TI
(2a + c) . (3a + 2c) =	
(2a – c) . (3a + 2c) =	
(2a + 5c) . (- 5b + d) =	



Wie berechnet man (a + b + c) . (x + y) ???

Wie lautet die entsprechende Rechnung am TI-92?

Merksatz:

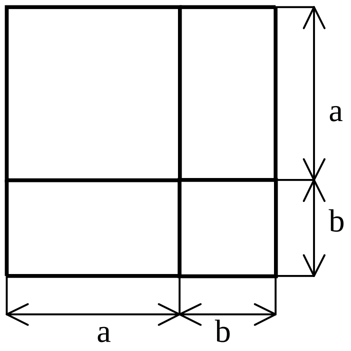
Berechne zuerst ohne Taschenrechner, dann überprüfe das Ergebnis mit dem TI-92:

Ergebnis ohne TI	Ergebnis mit TI
$(3x^2 + 4x – 2) . (x – 2) =$	
$(2x^2 – x + 1) . (x^2 + 1) =$	

HERLEITEN EINER WICHTIGEN FORMEL (STUNDENPROTOKOLL)

1. Stunde: Erarbeitung der Formel für $(a + b)^2$
(Ohne Arbeitsunterlagen für die Schüler. Alles wird ins Heft geschrieben bzw. gezeichnet)

- Zeichnen eines Quadrates mit der Seitenlänge a + b.
  Schüler suchen selbst Formeln zur Berechnung des Inhaltes. (Partnerarbeit oder Gruppenarbeit erlaubt, die meisten Schüler arbeiten allein, sind stolz auf eigene Lösungswege, die sie nicht mit anderen teilen wollen.



Die Skizze stellt ein Quadrat mit der Seitenlänge a + b dar.
Suche Formeln zur Berechnung des Flächeninhalts !

- Folgende Formeln wurden entwickelt und aufgeschrieben:

1. $A = (a + b) . (a + b)$ bzw. $(a + b)^2$ Die Schüler erkennen diese Formeln als gleichwertig, sie werden als eine Formel aufgeschrieben
   $A = (a + b) . (a + b) = (a + b)^2$

2. $A = a^2 + 2.a.b + b^2$ Von Schülerseite kommt $a^2 + b^2 + 2.a.b$.

3. $A = a . (a + b) + b . (a + b)$ 2 Rechtecke

4. $A = 2.(a + b).(a + b) /2$ 2 Dreiecke

   Von Schülerseite kommt die Frage, ob diese Formeln alle „richtig“ sind.

- Überprüfen der Äquivalenz der gefundenen Formeln.
  Von Schülerseite kommt der Vorschlag „expand“ zu verwenden.
  Es wird die Äquivalenz mittels Mit - Operator, Expand, Factor, Differenz = 0, Quotient = 1 nachgewiesen. *Der Factorbefehl wird neu erarbeitet.* Wir versuchen es an einer Primfaktorenzerlegung und stellen fest, FACTOR funktioniert nur, wenn in MODE AUTO oder EXACT eingestellt ist (nicht APPROX!!)!Der Lehrer hätte das nicht gewusst, das Problem wird von einem Schüler gelöst! Methode vier und fünf entsprach nicht der Denkweise der Schüler. Es kamen trotz Hilfestellung keinerlei Vorschläge in diese Richtung. Methoden mussten vom Lehrer erklärt werden und dürften nicht allen klar sein.
- Wir weisen darauf hin, daß die Formel (3) mit EXPAND und FACTOR bearbeitet werden kann.
  Zum Aufschreiben der Nachweismethoden fehlt die Zeit.

2. Stunde: Äquivalenz der Flächenformeln

Wir schreiben ins Heft:

Sind die Flächenformeln gleich?

(1) = (4) ist klar!
Nachweis mit dem TI-92:

1. Art:	$(a + b)^2 = a^2 + 2.a.b + b^2 \mid a = 5 \text{ and } b = 3$	true
	$(a + b)^2 = a .(a + b) + b . (a + b) \mid a = 5 \text{ and } b = 3$	true
2. Art:	EXPAND($(a + b)^2$)	$a^2 + 2.a.b + b^2$
	EXPAND($a \cdot (a + b) + b \cdot (a + b)$)	$a^2 + 2.a.b + b^2$
3. Art:	FACTOR($a^2 + 2.a.b + b^2$)	$(a + b)^2$
	FACTOR($a \cdot (a + b) + b \cdot (a + b)$)	$(a + b)^2$

4. Art: Sind zwei Ausdrücke gleich groß, so muss ihre Differenz 0 sein!
$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 - (a + b)^2$ 0 stimmt!

5. Art: Sind zwei Ausdrücke gleich groß (Nenner ≠ 0), so muss ihr Quotient 1 sein!
$(a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2) : (a + b)^2$ 1 stimmt!

$$\boxed{\begin{array}{c} (a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \\ (\text{Glied1}+\text{Glied2})^2 = (\text{Glied1})^2 + 2 \cdot \text{Glied1} \cdot \text{Glied2} + (\text{Glied2})^2 \end{array}}$$

Anderer Weg zu der Formel:
Distributivgesetz: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$
$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a \cdot (a + b) + b \cdot (a + b)$$
Nochmals Distributivgesetz anwenden! $= a^2 + a \cdot b + a \cdot b + b^2$
$$= a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Zur Hausübung: Zeichne ein Quadrat mit der Seitenlänge a - b. Finde möglichst viele Formeln, um die Fläche zu berechnen. (a = 8 cm, b = 2 cm).

Lehrer skizziert an der Tafel, wie das gemeint ist.

3. Stunde: Erarbeitung der Formel für $(a - b)^2$

- Ergebnisse der HÜ werden aufgeschrieben:

(1) $A = (a - b) \cdot (a - b)$ bzw. $(a - b)^2$
(2) $A = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$
(3) $A = a^2 - (a - b) \cdot b - a . b$
(4) $A = a^2 - 2 \cdot b \cdot (a - b) - b^2$
(5) $A = a \cdot (a - b) - b \cdot (a - b)$
(6) $A = 2 \cdot \frac{(a-b) \cdot (a-b)}{2}$

- Schüler testen selbstständig die Äquivalenz der Formeln.
  Es werden von ihnen ausschließlich die Befehle EXPAND bzw. FACTOR verwendet.
- Wir schreiben die Merkformel ins Heft

$$\boxed{(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2}$$

- Anwendung der Formeln
- Wir wollen nicht immer Quadrate zeichnen müssen.

HEFT:

$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$ a wird rot eingekreist, b grün eingekastelt

$(❍ + ☐)^2 = ❍^2 + 2 \cdot ❍ \cdot ☐ + ☐^2$

Variable als Platzhalter: in den Kreis wird 3g in das Kasterl 2m geschrieben.
Wichtiger Hinweis: $(3m)^2 = 3m \cdot 3m = 9m^2$

$$(3g + 2m)^2 = (3g)^2 + 2 \cdot (3g) \cdot (2m) + (2m)^2$$

- Üben : $(x + 2)^2$, $(2a + b)^2$ Kontrolle mit TI

Es ist zu hinterfragen, ob es nicht günstiger ist, nur von der Formel $(a + b)^2$ auszugehen und die Subtraktion als Addition eines negativen Ausdrucks einzuüben. Damit erübrigen sich alle Vorzeichenprobleme und der Schüler hat keine Schwierigkeiten mit Ausdrücken wie:

$(-2c - v)^2$, etc.

Wichtig ist nur das Einprägen der Reihenfolge:

1. Vorzeichen(Rechenzeichen) bestimmen
2. Zahlen multiplizieren bzw. quadrieren
3. Variable multiplizieren bzw. quadrieren

Nach einigen Übungstunden (ev. Mit Themenwechsel) wird die Formel
$(a + b) \cdot (a – b) = a^2 - b^2$ ebenso über Flächeninhalte erarbeitet.

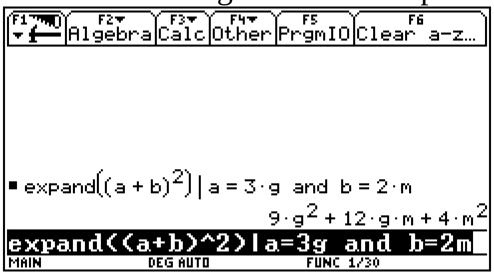
ERKENNEN VON TERMSTRUKTUREN (STUNDENPLANUNG)

$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$ ist die Ausrechnung von $(a + b)^2$

Wovon ist $9g^2 + 12.g.m + 4m^2$ die Ausrechnung?

1. Mit dem Befehl FACTOR errechnet uns der TI die „Angabe“
2. Wir vergleichen die Strukur: $9g^2$ steht für a^2
   $+ 12 \cdot g \cdot m$ steht für $+ 2 \cdot a \cdot b$
   $4m^2$ steht für b^2

   a müsste daher 3g und b 2m entsprechen:



Das Substituieren sollte die Fähigkeit Termstrukturen zu erkennen verbessern.

Aufgaben:

1. Gegebene Terme als Quadrat eines Binoms anschreiben:

Gegebener Term	Schreibe als Quadrat eines Binoms	Formeltyp $(a+b)^2$ $(a-b)^2$	a = a^2 =	b = b^2 =	2ab =
$25 - 20x + 4x^2$					
$36v^2 + 48mv + 16m^2$					

2. Fehlende Teile ergänzen:

$25x^2$ + ... + $4y^2$ = (....... + ... $)^2$

.... - $4d^2$ = (5s + ...) (5s - .....)

(Kontrolle mit dem TI durch Substituieren)

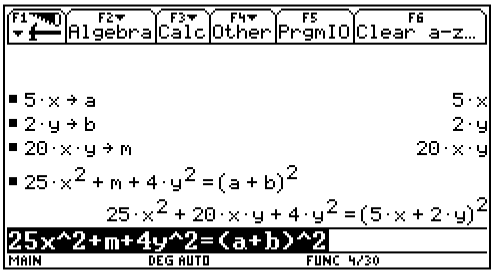
Wir vermuten, dass folgende Lösungen richtig sind:

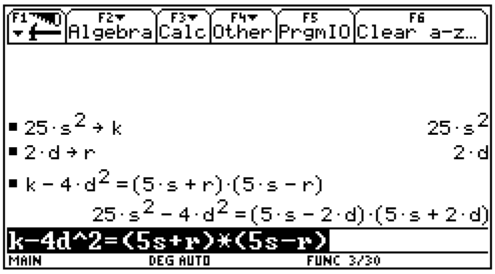
$25x^2$ + **20xy** + $4y^2$ = (..**5x**.. + ..**2y**.. $)^2$ ..**25s^2**.. - $4d^2$ = (5s + .**2d**.) (5s - .**2d**.)

Statt der Leerstellen werden (noch nicht verwendete) Buchstaben eingesetzt:

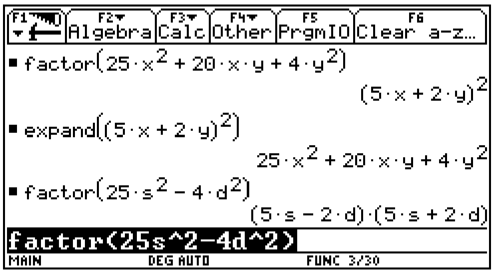
$25x^2$ + ..**m**.. + $4y^2$ = (..**a**.. + ..**b**.. $)^2$ .....**k**...... - $4d^2$ = (5s + ..**r**..) (5s - ..**r**..)

Die vermuteten Teilausdrücke werden unter diesen Buchstaben gespeichert (= Store).
Dann wird der Term eingegeben:





Leichter ist es, die Richtigkeit der vermuteten Lösungen mit den Befehlen FACTOR und/oder EXPAND zu überprüfen:



Nach Benützen des STORE – Befehls unter 2nd VAR – LINK die Variablen mit DELETE löschen!!

Aufgabe: Erstelle für deinen Nachbarn ähnliche Beispiele!

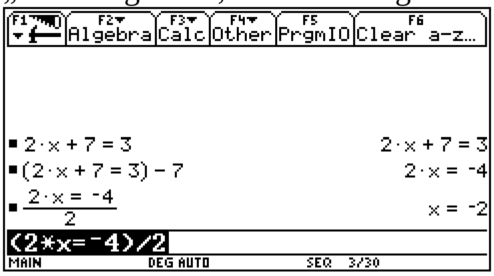
GLEICHUNGEN –UMFORMUNGEN – LÖSUNGSMENGEN (STUNDENPLANUNG)

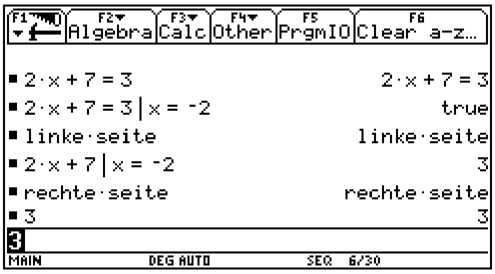
Voraussetzung: Gleichungen und Äquivalenzumformungen wurden ohne TI erarbeitet. Gleichungsstrukturen wie A·X = B oder A·X + B = C sollen bekannt sein. Zur Termstrukturerkennung ist das Setzen von Klammern hilfreich, die Verwendung des TI (Display nach den Aufgaben 3 und 4) macht Klammernsetzen auch notwendig (vgl. Punkt 1 Eingabe von Bruchtermen).

Umformungen mit dem TI-92

Beispiel 1: Löse die Gleichung 2·x + 7 = 3

Die Gleichung wird am TR eingegeben und in Klammer gesetzt. Neben der Klammer wird dann die gewünschte Rechenoperation eingegeben. Die neue Gleichung wird mit ENTER „heruntergeholt“, in Klammer gesetzt und weiter behandelt.

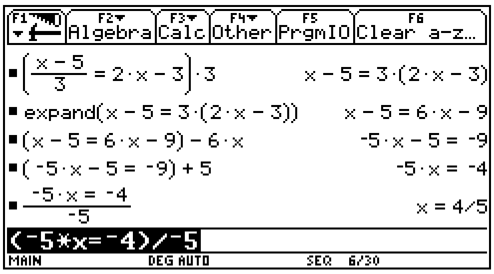


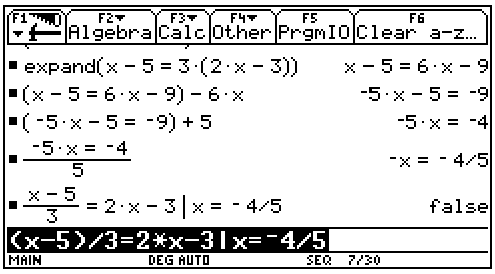


Probe auf 2. Arten: Entweder die ganze Gleichung eingeben und den **Mit-Operator** verwenden oder konventionell beide Seiten getrennt rechnen.

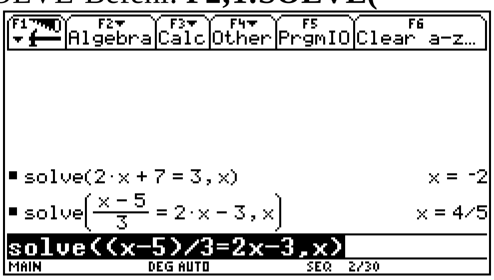
Beispiel 2: Löse die Gleichung $\frac{x-5}{3} = 2x - 3$

Ist die Ausrechnung einer Klammer notwendig, verwendet man den Befehl **F2:3Expand.**
Probe mit einer falschen Lösung, z.B.: nur durch 5 dividiert, daher –4/5 als Ergebnis.



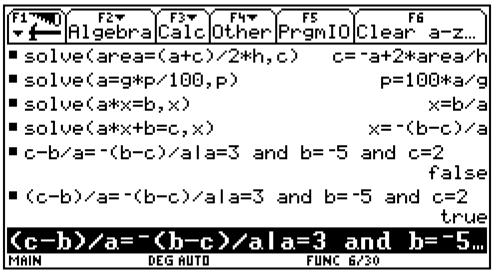


Lösungsversuch mit dem SOLVE-Befehl: **F2;1:SOLVE(**



<u>Beispiel 3:</u> Berechne die Seite c eines Trapezes, wenn die Fläche A, die Seite a und die Höhe h gegeben sind!

<u>Beispiel 4</u>: Berechne den Prozentsatz, wenn Anteil A und Grundwert G gegeben sind!



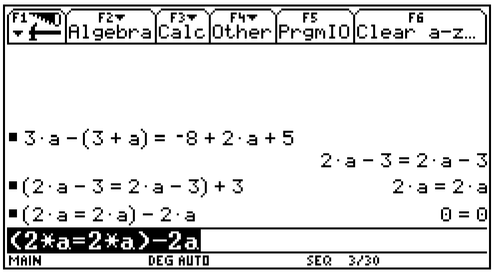
Lösungsmengen von Gleichungen

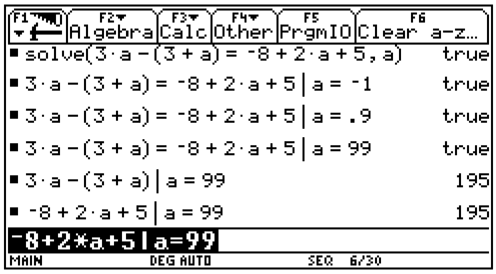
<u>Beispiel 5</u>: Löse die Gleichung: $3a - (3 + a) = -8 + 2a + 5$

Bei der Eingabe in den TI-92 erhält man $2a - 3 = 2a - 3$.

Eine versuchte Äquivalenzumformung liefert $0 = 0$

Lösungsversuch mit dem SOLVE-Befehl: **F2;1:SOLVE(**



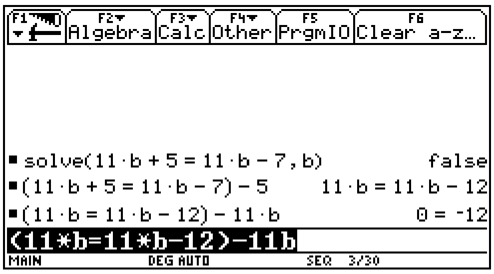


Der TI sagt nur indirekt die Lösung. Einsetzen von verschiedenen Zahlen liefert jeweils „true“. Linke Seite und rechte Seite getrennt gerechnet ergibt den gleichen Wert.

<u>Beispiel 6</u>: Löse die Gleichung: $11b + 5 = 11b - 7$

Beim Lösungsversuch mit dem SOLVE-Befehl meldet der TI „false“.

Äquivalenzumformungen lassen sich durchführen, aber man „verliert“ die Variablen und erhält das Ergebnis $0 = -12$. Auch hier liefert der TI nur indirekt die Lösung. Seine Meldungen müssen erst interpretiert werden!



ARBEITSBLATT: RECHNEN MIT FLÄCHENINHALTEN

1. Von einem Parallelogramm kennt man: $A = 2\,720\ mm^2$, $a = 136$ mm. Berechne h_a!

Ohne TI - 92:	Mit TI – 92:
• Flächenformel: .... • Daher gilt für h_a: .... • Zahlen einsetzen: .... • Überschlagsrechnung:................................. • Nebenrechnung ins Heft, h_a = ...	

2. Von einem Parallelogramm kennt man: $A = 53{,}1dm^2$, $h_b = 45$ cm. Berechne b!
(Rechne wie oben ins Heft! BEIDE ARTEN!!)

---

3. Gegeben: Dreieck, c = 36mm, $h_c = 42$ mm, a = 63mm. Berechne h_a !

Ohne TI - 92:	Mit TI – 92:
• Flächenformel: .... • Daher gilt für h_a: .... • Zahlen einsetzen: .... • Überschlagsrechnung:................................. • Nebenrechnung ins Heft, h_a = ...	

4. Karli behauptet: Wenn man in einem Dreieck die Höhe verdoppelt, verdoppelt sich der Umfang! Susi sagt: Du hast wohl Umfang mit Flächeninhalt verwechselt!

Überprüfe die Aussagen der Kinder durch Zeichnen und Messen am TI - 92!

ERGEBNIS:

5. Wie ändert sich der Flächeninhalt A_{neu} = ? A_{alt} , wenn man

	Dreieck	*Parallelogramm*
eine Seite verdoppelt	A_{neu} =	A_{neu} =
eine Höhe **und** Seite verdoppelt	A_{neu} =	A_{neu} =
eine Seite halbiert	A_{neu} =	A_{neu} =
eine Höhe verdoppelt und eine Seite halbiert	A_{neu} =	A_{neu} =
eine Höhe k – mal so groß macht	A_{neu} =	A_{neu} =
eine Seite m – mal so groß macht	A_{neu} =	A_{neu} =
eine Höhe k - mal **und** eine Seite m - mal so groß macht	A_{neu} =	A_{neu} =

6. Ein Parallelogramm hat die Seitenlänge a = 5 cm. Berechne **OHNE** TI - 92 den Flächeninhalt für folgende Höhen: (Wie multipliziert man schnell mit 5?)

h_a	0 cm	1 cm	1.8 cm	2.9 cm	3.4 cm	4.3 cm	5 cm	5.6 cm	5.9 cm	6 cm
A										

- Versuche das nun schneller mit Hilfe des TI - 92. APPS: 6. Data /Matrix - Editor. (Hinweis: Die Tabelle muß **vor Beginn leer sein!**) Korrigiere mögliche Rechenfehler!
- Zeichne nun deine Werte im Heft in ein Koordinatensystem. Trage auf der x - Achse die Höhenwerte auf (Einheit 1 cm) und auf der y - Achse den Flächeninhalt (Einheit 0.5 cm)

<u>Wir wollen dieses *Diagramm* auch mit dem TI - 92 machen:</u>

- APPS: 6. Data /Matrix - Editor
- **F2: Plot Setup** (plot = zeichnen)
- **F1: Define** (define = erkläre, was du zeichnen willst) Es erscheint ein Menü.
- Wähle vorerst bei **„Plot Type“ 1: Scatter** (später kannst du auch 2: xyline wählen).
- Für **Mark** kannst du wählen, was dir gefällt!
- Bei **x............und y............**müssen wir **c1 bzw. c2** eingeben.
- Nach deiner Bestätigung ist unter Plot deine Wahl vermerkt. ACHTUNG: Plot 1: muss links abgehakt sein. Ist dieser Haken nicht da, kannst du nichts sehen!
- $\boxed{\blacklozenge}$ GRAPH zeichnet
- Wenn die Zeichnung nicht bildschirmfüllend ist, wähle **F2, 9: ZoomData**

Du kannst nun andere Einstellungen ausprobieren, z.B.: xyLine.

7. Wähle eine andere Seitenlänge z.B.: 3 cm oder 9 cm oder einen (vernünftigen) anderen Wert. Was kannst du beobachten?

ERGEBNIS:

8. Lösche alles:
Zwischen Flächeninhalt und Höhe besteht eine eindeutige Zuordnung (bei fix gegebener Seite gehört zu jeder Höhe ein ganz bestimmter Flächeninhalt). **Eine eindeutige Zuordnung heißt in der Mathematik FUNKTION.**

$A = a \,.\, h_a$ (a ist immer **eine fixe** Zahl)
$y = a \,.\, x$

Der TI-92 versteht (leider) nur x und y (Koordinatensystem!)
Wähle $\boxed{\blacklozenge}$ y = . Es erscheint $y_1(x)$ = ... Das zeigt, dass die y-Werte von den x- Werten abhängen. Gib dort $5 \cdot x$ ein und wähle wieder $\boxed{\blacklozenge}$ GRAPH. Du erhältst die Zeichnung!

Welcher Zusammenhang besteht zwischen Flächeninhalt und Höhe?

ERGEBNIS:

9. Überlege, ob dieser Zusammenhang auch zwischen Fläche und Seite besteht?
Gilt das alles auch für ein Dreieck?

ZUSAMMENFASSUNG:

Fragen zum Kapitel „Direktes - indirektes Verhältnis“

1. Überprüfe, ob die nachfolgenden Angaben ein direktes Verhältnis, ein indirektes Verhältnis oder keines von beiden beschreiben. Gib an, <u>wie</u> du diese Überprüfung durchgeführt hast!

(1) Im Laufe eines Tages wurden folgende Temperaturen gemessen:

Uhrzeit	0^h	4^h	8^h	12^h	16^h	20^h	24^h
Temperatur	8^o	7^o	9^o	17^o	19^o	14^o	9^o

(2) Der Siedepunkt des Wassers steigt bei erhöhtem Druck. (Druckkochtopf!)

Druck in bar	1	2	3	4	5
Siedepunkt	100^o	121^o	134^o	144^o	152^o

(3) An eine Schraubenfeder werden Massenstücke gehängt und die Ausdehnung der Feder gemessen:

Gewicht in N	2	6	9	10	14
Dehnung in cm	1,3	3,9	5,85	6,5	9,1

---

2. Die Höchstgeschwindigkeit beim Abschleppen von Kraftfahrzeugen beträgt 30 km/h.

a) Wie lang dauert das Abschleppen auf einer Strecke von 15 km, 24 km, 45 km, 36 km? (Gib an - falls du den TI-92 verwendest, <u>wie</u> du das tust!)

b) Wie lang dauert das Abschleppen für s km? Kannst du eine Formel für die Berechnung der Zeit t angeben?

3.

- Welches Verhältnis (direkt oder indirekt) wird von den Zahlen in den Tabellen dargestellt?
- Gib für beide Tabellen das „k“ an! (Gib an, wie du vorgegangen bist!)
- Was gibt k an?

X	Y
6	13,5
9	9

x	y
3,2	0,8
4,8	1,2

DIREKTES UND INDIREKTES VERHÄLTNIS - WIEDERHOLUNG UND ZUSAMMENFASSUNG (STUNDENPLANUNG)

Direktes Verhältnis

Beispiel:
Susi kauft 1kg Äpfel um 12S.
Wieviel kosten 2 kg, 3 kg, 5 kg, 6 kg, 8 kg, 10 kg, x kg?
Stelle eine Tabelle auf:

Stelle eine Formel für den Preis y bei Kauf von x kg auf!

y = k · x

Diese Formel gibt ein **direktes** Verhältnis an!

Eine Größe y heißt direkt proportional zu einer Größe x,

wenn gilt: $$y = k \cdot x$$

Vereinfacht könnte man sagen: Je mehr, desto mehr!
Richtiger heißt es:

Werden die x – Werte verdoppelt, verdreifacht, vervierfacht..., so verdoppeln, verdreifachen, vervierfachen.... sich auch die y – Werte.

1. Arbeiten am TI-92: Überprüfen der Formel

Wähle den y-Editor und gib unter $y_1(x)$ deine Formel ein. Achtung: der TI kennt als Variable nur x!
Überprüfe nun, ob deine Formel wirklich die von dir errechneten Werte in der Tabelle liefert.

Indirektes Verhältnis

Beispiel:
Eine Kuh kommt mit einem Heuvorrat 12 Wochen aus.
Wie lange kommen mit dieser Menge Heu 2, 3, 5, 6, .., x Kühe aus?
Stelle eine Tabelle auf:

Stelle eine Formel für die Zeit y auf, für die x Kühe Futter haben!

y = k / x

Diese Formel gibt ein **indirektes** Verhältnis an!

Eine Größe y heißt zu einer Größe x indirekt proportional,

wenn gilt: $$y = \frac{k}{x}$$

Vereinfacht könnte man sagen: Je mehr, desto weniger!
Richtiger heißt es:

Werden die x - Werte verdoppelt, verdreifacht, vervierfacht..., so sind die y - Werte die Hälfte, ein Drittel, ein Viertel,.....

1. Arbeiten am TI-92: Überprüfen der Formel

Wähle den y-Editor und gib unter $y_1(x)$ deine Formel ein. Gehe dabei so vor, wie du es beim direkten Verhältnis gelernt hast.
Überprüfe nun, ob deine Formel wirklich die von dir errechneten Werte in der Tabelle liefert.

- Dazu wähle: [♦] [TblSet] (= Tabelleneinstellungen)
- Startwert ist 0 (0 kg) und Δtbl: 1 (für ganze kg)
- [♦][TABLE] zeigt dir in der Tabelle die Preise für ganze Kilogramm.
- Stellst du Δtbl: 0.5, dann kannst du auch die Preise für ½ kg ablesen!

Stimmen die Tabellenwerte mit deinen Werten überein, so ist deine Formel richtig!

Zeichne die Werte deiner Tabelle in ein Koordinatensystem!
Du stellst fest:

Das Bild eines direkten Verhältnisses ist immer eine Gerade durch den Ursprung des Koordinatensytems.

2. Arbeiten am TI-92: Überprüfen des Graphen

Art 1) Wähle [APPS]: 6 - DATA/MATRIX-EDITOR:
Gib deine Wertetabelle ein (für Schlaumeier: Muss man die Preise einzeln eintippen??)
Wir wollen die Werte zeichnen: Wähle **F2; Plot Setup**, ein neues Fenster erscheint. Dort wähle **F1: Define.** Als *Plot Type* gib vorerst SCATTER (= Streuung) ein. Für die Art der Punkte (= Marks) darfst du irgend etwas wählen, z.B.: Box. Auf der x-Achse wollen wir die Werte der c1-Spalte und auf der y-Achse die der c2-Spalte auftragen (Eingabe!).
Zweimal [ENTER] führt in das erste Fenster zurück, wo unter ✓ Plot 1: deine Eingabe zu sehen sein muss.
[♦] [GRAPH] macht den Graphen sichtbar. Wenn die Punkte schlecht sichtbar sind, dann hilft **F2 Zoom; 9: Zoom Data.**
Stelle dann im PlotType auf xyLine um.

Auch der TI liefert als Schaubild Punkte, die auf einer Geraden durch den Ursprung liegen (xyLine!).

- Ist es sinnvoll, Δtbl: 0.5 einzustellen?

Stimmen die Tabellenwerte mit deinen Werten überein, so ist deine Formel richtig!

Zeichne die Werte deiner Tabelle in ein Koordinatensystem!
Du stellst fest:

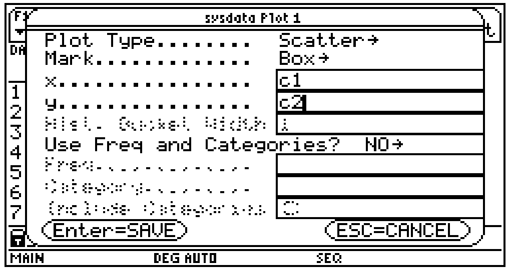
Das Bild eines indirekten Verhältnisses ist eine „fallende“ Kurve. Sie ist eine HYPERBEL.

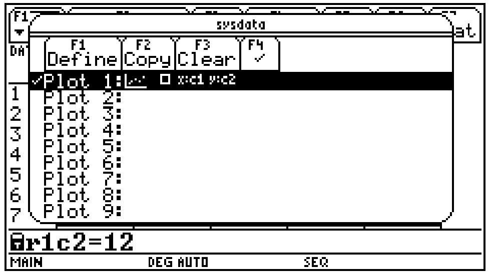
2. Arbeiten am TI-92: Überprüfen des Graphen

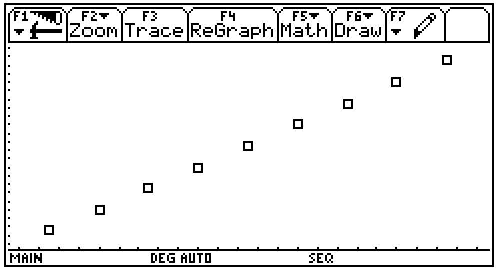
Art 1) Wähle [APPS]: 6 - DATA/MATRIX-EDITOR:
Gehe so vor, wie es beim direkten Verhältnis beschrieben wurde.

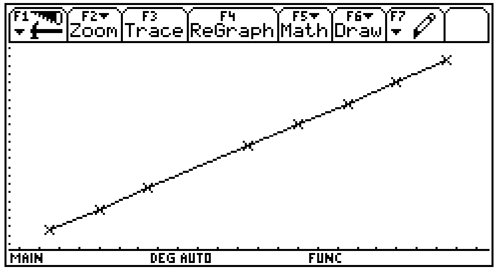
Achtung: Zuerst die alten Werte aus der Tabelle löschen. Die Einstellungen kannst du übernehmen, **F2 Zoom; 9: Zoom Data** verhilft auch hier zu einem schönen Bild!

Auch der TI liefert als Schaubild Punkte, die auf einer Hyperbel liegen, welche die Achsen als Asymptoten hat (xyLine)!









Bevor du weiter arbeiten kannst, musst du deine Zeichnungen löschen! Die Tabelle kannst du lassen.

F2 Plot Setup; F3 Clear

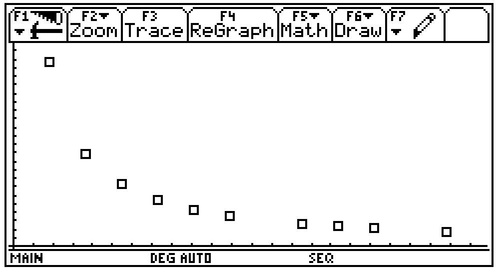
Art 2) Du hast für den Preis der Ware eine Formel gefunden:

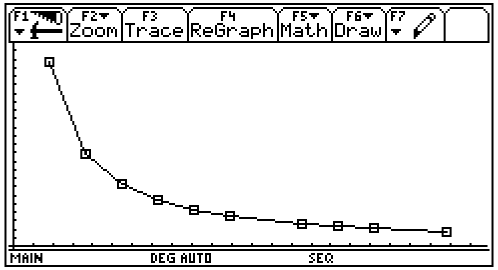
Diese Formel hast du bereits in den y-Editor unter $y_1(x)$ eingegeben und eine Tabelle erstellt. Nun soll gezeichnet werden.

◆ [GRAPH] - macht den Graphen sichtbar, sofern die Zeicheneinstellungen richtig sind.

◆ [WINDOW] - liefert diese Zeicheneinstellungen

Es ist nicht immer leicht, die richtigen Einstellungen zu finden. Es hilft die bereits erstellte Tabelle.





Bevor du weiter arbeiten kannst, musst du deine Zeichnungen löschen! Die Tabelle kannst du lassen.

F2 Plot Setup; F3 Clear

Art 2) Du hast für die Zeit, für die x Kühe Futter haben, eine Formel gefunden!

Gehe so vor, wie es beim direkten Verhältnis beschrieben wurde!

Überlege, welche **Window-**Einstellung bei diesem Beispiel zu einer brauchbaren Zeichnung führen könnte!

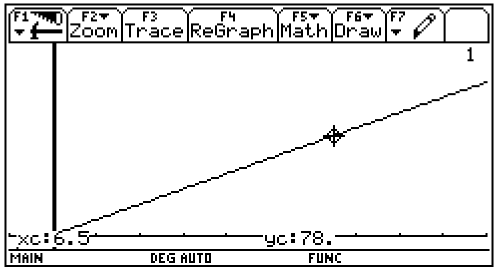
Gib deine Einstellungen an:

Es genügt die ersten 10 kg (willkürlich gewählt!!) zu zeichnen, d.h. x soll Werte zwischen 1 und 10 annehmen. Die Kosten für diese Mengen betragen laut Tabelle zwischen 12S und 120 S. Weil wir den Ursprung des Koordinatensystems auch noch sehen wollen, könnte man folgende Einstellungen wählen: (Es sind auch andere Einstellungen möglich!!)

xmin = –1
xmax = 12
xsc = 1
ymin = -10
ymax = 150
ysc1 = 1
xres = 2

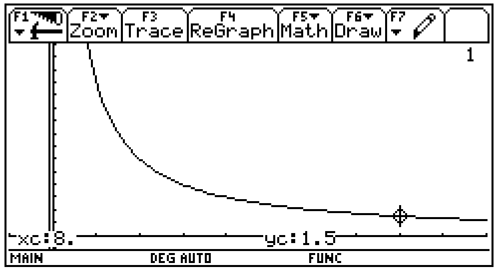
Der TI liefert als Schaubild eine Gerade durch den Ursprung.

Mit dem TI kann man in der Graphik „Punkte“ ablesen. **F3; Trace**: ein blinkendes Fadenkreuz erscheint auf der Geraden und am Bildschirm-ende ist xc bzw. yc eingeblendet. Es wird die Zahl 6.5 eingetippt. Sie erscheint bei xc. Man möchte also den Preis von 6,5 kg Äpfel wissen. ENTER drücken und das Fadenkreuz „springt“ an die gewünschte Stelle und man kann unter yc denPreis, nämlich 78 Schilling, ablesen.



Der TI liefert als Schaubild eine Hyperbel.

Wie beim direkten Verhältnis kann man auch hier mit **F3; Trace** Punkte am Graphen ablesen (Halbe Kühe?). Mit dem Cursor lässt sich das Fadenkreuz auch verschieben.



3. Arbeiten am TI-92: Überprüfen der Proportionalität

Wähle [APPS]: *6: Data/ Matrix - Editor.*
Benutze deine Tabellenwerte oder lege eine Tabelle mit c1 als x – Werte (kg) und c2 als y – Werte (Preis) an. Laß x von 1 bis 6 laufen.
In die c3 - Spalte gib c2/c1 ein. Was fällt dir auf?

Zwei Größen sind dann direkt proportional, wenn der aus ihnen gebildete Quotient konstant ist:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k$$

Was gibt k an?
Die Konstante k gibt den y-Wert für x = 1 an,
zB. den Preis von 1 kg.

Wir können statt einem Produkt auch ein Verhältnis anschreiben:

$\mathbf{y_1 : x_1 = y_2 : x_2}$ oder $\mathbf{x_1 : x_2 = y_1 : y_2}$

In Worten :

Stehen 2 Größen im gleichen Verhältnis, sind sie zueinander direkt proportional.

3. Arbeiten am TI-92: Überprüfen der Proportionalität

Wähle [APPS]: *6: Data/ Matrix - Editor.*
Benutze deine Tabellenwerte oder lege eine Tabelle mit c1 als x – Werte (Kühe) und c2 als y – Werte (Zeit) an. Laß x von 1 bis 6 laufen.
In die c3 - Spalte gib c2 · c1 ein. Was fällt dir auf?

Zwei Größen sind dann indirekt proportional, wenn ihr Produkt konstant ist:

$$x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = k$$

Was gibt k an?
Die Konstante k gibt den y-Wert für x = 1 an,
zB. die Zeit für eine Kuh.

Wir können statt einem Produkt auch ein Verhältnis anschreiben:

$\mathbf{x_1 : x_2 = y_2 : y_1}$

In Worten :

Stehen 2 Größen im umgekehrten Verhältnis, sind sie zueinander indirekt proportional.

ARBEITSBLATT: ZINSESZINSRECHNUNG – SEQUENCEMODUS AM TI-92

Beispiel:
Ein Kapital von 4000.- wird zu 5% p.a. n Jahre angelegt. Stelle eine Formel für K(n) auf:

Gib mit Hilfe des TI-92 den jeweiligen Kapitalstand der ersten 5 Jahre an:

$n = 0 \rightarrow K(0)$	$n = 1 \rightarrow K(1)$	$n = 2 \rightarrow K(2)$	$n = 3 \rightarrow K(3)$	$n = 4 \rightarrow K(4)$	$n = 5 \rightarrow K(5)$

Wir erhalten eine Folge (engl. sequence) von Kapitalständen. Es gibt zwei Möglichkeiten, die Glieder dieser Folge zu berechnen: (1) immer vom Ausgangskapital ausgehend (Formel!)
(2) vom Kapital des Vorjahres ausgehend (Nachteil?)

Nr.2 hat den Nachteil, dass...
Für Neugierige: Diese Art der Festlegung von Folgengliedern heißt **rekursiv**.

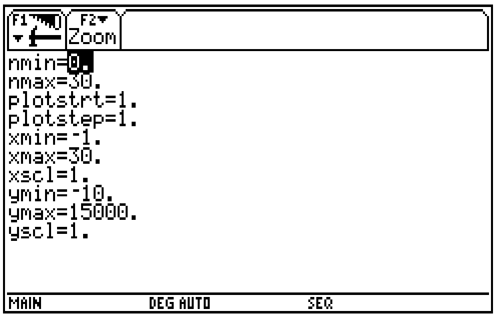
K(n) berechnet aus K(0)	K(n) berechnet aus K(n-1)

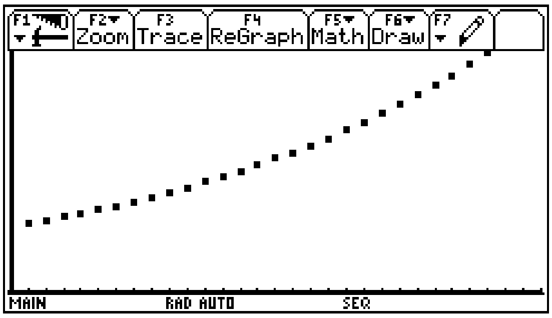
Für Darstellungen dieser Art stellen wir am TI-92 um. MODE: Graph...........SEQUENCE.
[♦] [Y=] zeigt nun statt Funktionen (nämlich y(x) =.....) Folgen (u(n) =.....) an. Die Darstellung beginnt immer mit mit n =1, wir brauchen n = 0. Wir stellen dies um! Dazu geben wir im Window-Fenster nmin=0 ein. (Siehe Abbildung). Stelle nach dieser Rechnung nmin wieder auf 1!
EINGABE für:

K(n) berechnet aus K(0)	K(n) berechnet aus K(n-1)
$u1(n) = 4000 * 1.05^n$	$u2(n) = u2(n-1) * 1.05$ ui2 = 4000

HINWEIS: Für die erste Darstellung muß kein Anfangswert eingegeben werden.

Vergleiche nun deine neuen Tabellenwerte mit den bereits notierten! Mit folgenden Einstellungen kannst du das Anwachsen des Kapitals auch graphisch darstellen:





Der Staat verlangt von dem Kapitalertrag (also den Zinsen) jährlich 25% **K**APITAL**E**RTRAGS**ST**EUER (=). Berechne den **effektiven Zinssatz** und stelle damit neue Formeln auf.

ÜBUNGEN ZUR ZINSESZINSRECHNUNG 4R

1. Der Wert eines Hauses beträgt 3 000 000 S. Mit einem Käufer werden folgende Zahlungsbedingungen ausgemacht:
   Er zahlt 2 000 000 S in bar, 500 000 S in drei Jahren und 550 000 S in 6 Jahren, alles mit 6 % Zinseszins berechnet. Kauft er günstig?

2. Bei einem Vermögenssparbuch bindet der Sparar sein Geld für mindestens 2 Jahre.
   a) 1 000 S wachsen nach 1 Jahr auf 1 040 S an. Wieviel % Zinsen sind das?
   b) Im zweiten Jahr wachsen diese 1 040 S auf 1 107,80 S an. Welcher Zinssatz ist das?
   c) Im Sparbuch steht „Laufzeit 2 Jahre, 5,25% Zinsen“. Überprüfe diese Aussage. Wurden effektive Zinsen angegeben?

3. Berechne durch Probieren mit dem TI-92: (Gib an, wie du vorgegangen bist!) Ein Kapital von 1 000 S ist nach 5 Jahren auf 1 322,5 S angewachsen. Zu welchem (effektiven) Zinssatz war es angelegt? (Hinweis: Dieser Zinssatz heißt auch **Rendite!**)

4. Marion legt am Freitag, dem 13. November 1998 10 000S auf ihr Sparbuch, das einen Zinssatz von 2,25% hat (ohne KESt!). Wieviel Schilling wird sie Ende 2002 besitzen, wenn eine KESt von 25% berechnet wird?
   Hinweis: Rechne stets wie folgt!
   a. Die Verzinsung beginnt am nächstfolgenden Werktag und endet am Tag vor der Behebung.
   b. Für alle nicht vollen Jahre werden ..
   c. Für volle Jahre (Text:....bis Ende des Jahres.....) werden Zinseszinsen berechnet.
   d. Jeder Monat wird mit 30 Tagen gerechnet.

5. Andreas bekommt von seinen Eltern 1 500 S. Er legt den Betrag auf ein Sparbuch mit dreijähriger Bindung (Zinssatz 2,75%, 25 % KESt).

   a) Auf wieviel Schilling ist sein Geld nach 3 Jahren angewachsen?
   b) Nach wieviel Jahren würde sich sein Geld verdoppelt haben? Verwende die Tabellen im TI-92 (nicht SOLVE!) und gib an welche Tasten bzw. Einstellungen du gewählt hast!

6. Auf welchen Betrag wäre ein Groschen, der zu Christi Geburt bei einem (effektiven) Zinssatz von 2,5% angelegt wurde, bis Ende 2000 angewachsen?

Für Profis:
Vom radioaktiven Gas Radon zerfallen im Jahr 16% in andere Substanzen (radioaktiver Zerfall!). Man misst heute 10 kg radioaktives Radon.
a) Wieviel Kilogramm werden es in einem, zwei, drei, fünf Jahren sein?
b) Versuche eine Formel für die Menge des noch nicht zerfallenen Radons nach n Jahren anzugeben.

ARBEITSBLATT: BERECHNEN VON WURZELN

Du weißt schon: $x = \sqrt{4}$ heißt: Wir suchen jene Zahl, für die gilt, dass $x^2 = 4$ ist.
oder: Wir suchen jene Zahl, die mit sich selbst multipliziert, 4 ergibt!
$\sqrt{4} = 2$, weil 2 . 2 = 4 ist. Die Wurzel aus 4 ist eine ganze Zahl : 2!

$x = \sqrt{2}$ heißt: Wir suchen jene Zahl, für die gilt, dass $x^2 = 2$.

Die Wurzel aus 2 kann.......................................Zahl sein!

Wie kann man $\sqrt{2}$ berechnen? (Heute ist das mit dem Taschenrechner keine Kunst, aber wie rechnet der Taschenrechner oder wie könnte er rechnen ?)

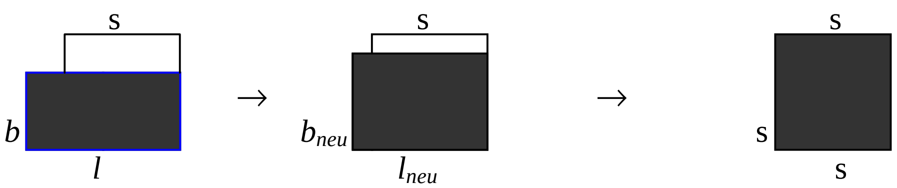
1) Das Heron – Verfahren

Heron von Alexandria, griechischer Mathematiker und Physiker um 120 v. Chr.: Erfinder des Heronsballs (mittels Druckluft entsteht ein Springbrunnen), der als „Windkessel“ noch heute bei Wasserpumpen verwendet wird, Erfinder der Heronschen Dreiecksformel und des Heronverfahren zum Wurzelberechnen

Heron sagt: Ich suche die Seitenlänge eines Quadrates, das den Flächeninhalt 2 hat.

$$A = s^2 = 2 \text{ und } s = \sqrt{2}$$

Ein Rechteck mit A = l . b = 2 lässt sich leicht angeben, man könnte l = 2 und b = 1 wählen. Würde man die Länge etwas kürzen und die Breite etwas verlängern, käme man dem gesuchten Quadrat schon näher.



Man geht von den Rechtecksformeln aus : $l * b = 2 \Rightarrow b = \frac{2}{l}$

Um zu einem Quadrat zu kommen, wählt Heron den Mittelwert von l und b:

$$s = \frac{l+b}{2} = \frac{1}{2}\cdot(l+b) \quad \text{und weil } b = \frac{2}{l} \quad \text{ergibt das } s = \frac{1}{2}\cdot\left(l + \frac{2}{l}\right)$$

Ausgerechnet ergibt das ein Quadrat mit der Seitenlänge : s = ... und einer Fläche A = ...
Dieses Quadrat hat eine zu große Fläche!!

Wählt man aber diese Quadratseite als Länge eines neuen Rechtecks mit Flächeninhalt 2, so ist dieses Rechteck dem gesuchten Quadrat schon ähnlicher. Wird dieses Verfahren immer wieder durchführt, müsste irgendwann doch die gesuchte Seite $s = \sqrt{2}$ erreicht sein.

Rechne nun mit dem TI-92 und trage deine Werte als Bruch und als gerundete Zahl in die Tabelle ein. Gib deine Einstellung der Dezimalstellen an! MODE ....

Länge *l*	Breite *b*=2/*l*	s = ½ · (*l*+2/*l*) als Bruch	s als Dezimalzahl	A = s^2 als Dezimalzahl

Wie groß ist $\sqrt{2}$? $\sqrt{2}$ = ...

Am Computer kann man ablesen
$\sqrt{2}$ ≈ 1.4142135623730950488016887242096980785696718753769

$\sqrt{2}$ ist sicher keine endliche Dezimalzahl, sie scheint auch nicht periodisch zu sein.
$\sqrt{2}$ ist deshalb **nicht** als Bruch darstellbar. $\sqrt{2}$ ist wie alle anderen Wurzelzahlen, die nicht ganzzahlige Werte ergeben, keine rationale Zahl.

$\sqrt{2}$ ist eine **irrationale Zahl**!

Irrationale Zahlen lassen sich nie genau angeben, sie lassen sich nur beliebig nahe annähern. Das Heronverfahren ist ein solches **Näherungsverfahren**. Will man die $\sqrt{2}$ wissen, denkt man sich eine Rechtecksfläche von der Größe 2, aus der man Schritt für Schritt ein Quadrat mit der Fläche 2 macht.

$s_1 = {}^1/_2 * (l + 2 / l)$, $s_2 = {}^1/_2 * (s_1 + 2 / s_1)$, $s_3 = {}^1/_2 * (s_2 + 2 / s_2)$, $s_4 = {}^1/_2 * (s_3 + 2 / s_3)$,.......

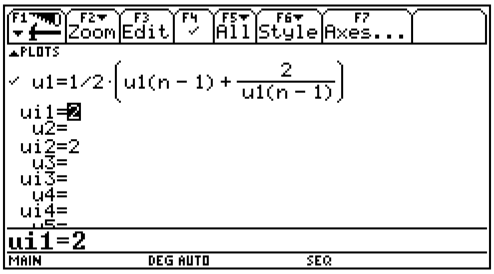
Ausgehend vom Wert l = 2 (Anfangswert = **i**nitial value), erhalten wir eine Folge von Näherungswerten : s_1, s_2, s_3, s_4, ...

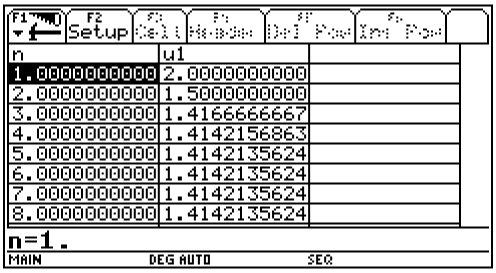
Diese Zahlenfolge ist ....gegeben, d.h. der n-te Wert berechnet sich aus dem vorhergegangenen (n-1) –ten Wert.

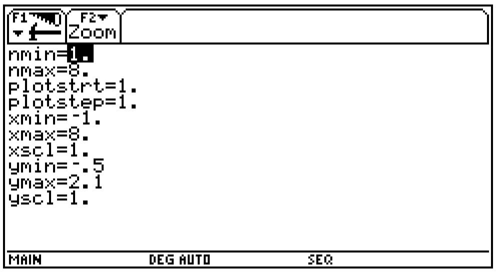
Die Formel für den n-ten Wert s_n heißt:

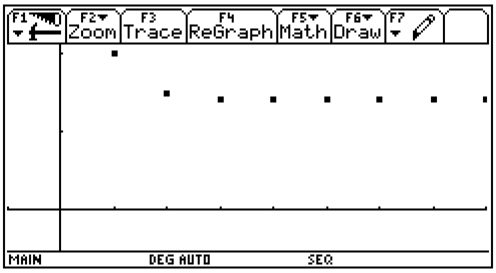
Um nicht die $\sqrt{2}$ sondern allgemein die $\sqrt{a}$ (a ...Rechtecksfläche) berechnen zu können:

Welche Vorgangsweise mit dem TI-92 bietet sich an?









Achtung: nmin = 1 (normale Einstellung)

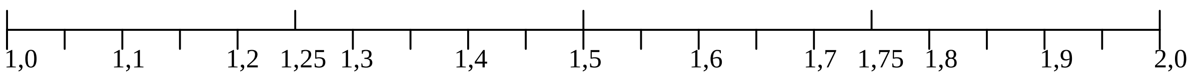
Berechne mit dem TI-92: $\sqrt{5}$, $\sqrt{15}$, $\sqrt{108}$.
Übertrage aus der Tabelle und gib die von dir gewählten Anfangswerte an. Nimm unterschiedliche Anfangswerte! Gib die Anzahl der Schritte an, bis du keine Änderung des Wertes mehr feststellen kannst?

Zahl	Formel	Anfangswert	Ergebnis	Schrittanzahl
$\sqrt{5}$				
$\sqrt{15}$				
$\sqrt{15}$				
$\sqrt{108}$				
$\sqrt{108}$				
$\sqrt{108}$				

2) Das Einschranken von Wurzeln

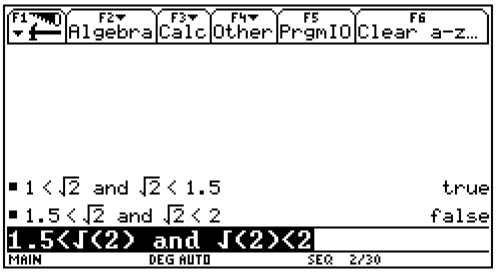
Überlegung:
$\sqrt{1} = 1$ und $\sqrt{4} = 2$ Die $\sqrt{2}$ muss irgendwo dazwischen liegen .

$1 < 2 < 4 \rightarrow \sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4} \rightarrow 1 < \sqrt{2} < 2$

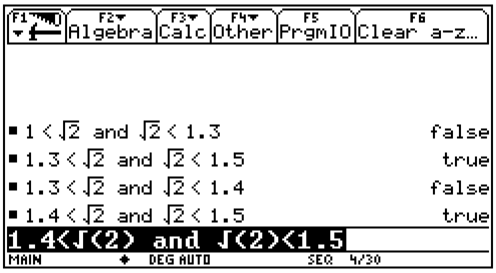


Wir überlegen, ob $\sqrt{2}$ auf der Zahlenstrecke in der linken oder in der rechten Hälfte liegt. Wir befragen dazu den Taschenrechner, der aber keine fortlaufenden Ungleichungen annimmt.

Daher:



Wir sehen die $\sqrt{2}$ muss im linken Intervall liegen. Wir wollen es noch genauer wissen und teilen das linke Intervall nochmals. Weil es einfacher ist, halbieren wir es nicht, sondern teilen es ungefähr in der Hälfte, also bei 1.2 oder bei 1.3.



Wir können erkennen, dass die $\sqrt{2}$ zwischen 1.3 und 1.5 liegen muss, und wenn man weiter einschrankt, erkennt man

$$1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5 \quad \text{d.h. } \sqrt{2} = \mathbf{1{,}4.....}$$

Wir wissen bereits genau die Ziffer an der Zehntelstelle, nämlich 4!

Das Verfahren wird fortgesetzt. Wir teilen das Intervall von 1,4 bis 1,5 wieder in 10 Teile (Hundertstelstelle) und fragen

linkes Intervall: $1{,}40 < \sqrt{2} < 1{,}45$ oder rechtes Intervall: $1{,}45 < \sqrt{2} < 1{,}5$?

Antwort: ....

Wir schranken genauer ein:

$$1{,}40 < \sqrt{2} < 1{,}43 \qquad \text{oder} \qquad 1{,}43 < \sqrt{2} < 1{,}5$$

Antwort: ....

Wir schranken auf zwei **aufeinanderfolgende** Hundertstel ein.

....

Wir wissen bereits genau die Ziffer an der Hundertstelstelle, nämlich ....!

$$\sqrt{2} = \mathbf{1{,}4.......}$$

Errechne die Ziffer an der Tausendstelstelle!

$$\sqrt{2} = \mathbf{1{,}4.......}$$

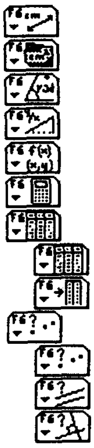
GEOMETRIE MIT DEM TI - 92

Vorkenntnisse:

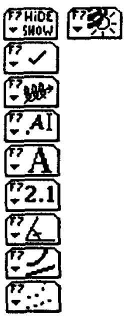
- Englische Sachbegriffe
  (den SchülerInnen könnte die folgende Handreichung geboten werden.)
- Belegung von wichtigen Funktionstasten
- Einstellungen im MODE-Bereich
- Öffnen des Geometriefensters
- Öffnen der Untermenüs
- Speichern

F1	1: Pointer	1: Zeiger
	2: Rotate	2: Drehen
	3: Dilate	3: Strecken
	4: Rotate & Dilate	4: Drehen und Strecken
F2	1: Point	1: Punkt
	2: Point on Object	2: Punkt auf Objekt
	3: Intersection Point	3: Schnittpunkt
	4: Line	4: Gerade
	5: Segment	5: Strecke
	6: Ray	6: Halbgerade
	7: Vector	7: Vektor
F3	1: Circle	1: Kreis
	2: Arc	2: Kreisbogen
	3: Triangle	3: Dreieck
	4: Polygon	4: Polygon
	5: Regular Polygon	5: Reguläres Polygon
F4	1: Perpendicular Line	1: Senkrechte [Normale]
	2: Parallel Line	2: Parallele
	3: Midpoint	3: Mittelpunkt
	4: Perpendicular Bisector	4: Mittelsenkrechte [Streckensymmetrale]
	5: Angle Bisector	5: Winkelhalbierende [Winkelsymmetrale]
	6: Macro Construction	6: Makrokonstruktion
	1: Execute Macro	1: Makro ausführen
	2: Initial Objects	2: Startobjekte
	3: Final Objects	3: Zielobjekte
	4: Define Macro	4: Definiere Makro
	7: Vector Sum	7: Vektorsumme
	8: Compass	8: Zirkel
	9: Measurement Transfer	9: Maß übertragen
	A: Locus	A: Ortslinie
	B: Redefine Point	B: Punkt neu definieren

F5	1: Translation	1: Parallelverschiebung
	2: Rotation	2: Drehung
	3: Dilation	3: Streckung
	4: Reflection	4: Geradenspiegelung
	5: Symmetry	5: Punktspiegelung
	6: Inverse	6: Kreisspiegelung



F6	1: Distance & Length	1: Entfernung und Länge
	2: Area	2: Fläche
	3: Angle	3: Winkel
	4: Slope	4: Steigung
	5: Equation & Koordinates	5: Gleichung und Koordinaten
	6: Calculate	6: Berechnen
	7: Collect Data 1: Store Data ♦D 2: Define Entry	7: Daten Sammeln 1: Daten speichern ♦D 2: Eingabe
	8: Check Property 1: Collinear 2: Parallel 3: Perpendicular	8: Lagebeziehung prüfen 1: kollinear 2: parallel 3: senkrecht [normal]



F7	1: Hide / Show	1: Ausblenden / Zeigen
	2: Trace On / Off	2: Spur ein / aus
	3: Animation	3: Animation
	4: Label	4: Objektnamen
	5: Comment	5: Text
	6: Numerical Edit	6: Numerische Eingabe
	7: Mark Angle	7: Winkelmarkierung
	8: Thick	8: Liniendicke
	9: Dotted	9: Punktiert

F8	1: Open ...	♦O	1: Öffnen ...	♦O
	2: Save Copy As ...	♦S	2: Speichere Kopie als ...	♦S
	3: New ...	♦N	3: Neu ...	♦N
	4: Cut	♦X	4: Ausschneiden	♦X
	5: Copy	♦C	5: Kopieren	♦C
	6: Paste	♦V	6: Einfügen	♦V
	7: Delete	←	7: Löschen ...	←
	8: Clear All		8: Alles Löschen	
	9: Format ...	♦F	9: Formatieren ...	♦F
	A: Show Page		A: Seite anzeigen	
	B: Data View		B: Daten Betrachten	
	C: Clear Data		C: Datenanzeige löschen	
	D: Undo	♦Z	D: Rückgängig ...	♦Z

- Geometrie – Grundübungen: Zeichnen einer Strecke, eines Streckenhalbierungspunktes, eines Kreises, eines Punktes auf einem Objekt, Beschriftung einer Zeichnung, Messen von Längen und Löschen von gezeichneten Objekten oder Maßzahlen.

ÜBUNGEN ZU DEN VORKENNTNISSEN MIT DEM TI 92 (ARBEITSBLÄTTER):

Zeichen einer Strecke mit Beschriftung und Messung der Längen

1. **F2, 5: Segment.** Mit dem Zeichenbleistift kannst du durch Fixieren der Endpunkte eine Strecke zeichnen. Wenn du nach dem Fixieren des Punktes mit der Tastatur einen Buchstaben z.B.: ↑ a = A eingibst, erhältst du sofort eine Beschriftung.

2. Willst du den Buchstaben verschieben, wähle **F1, 1: Pointer** und drücke die Handtaste. Mit dem Cursor kannst du den Buchstaben verschieben.

3. Unter **F7, 4: Label** (= Bezeichnung) findest du ebenfalls eine Möglichkeit, auch nachträglich Beschriftungen einzufügen.

4. Hast du einen Fehler gemacht und du möchtest etwas löschen, dann wähle **F8, 7: Delete.** Gib an, was du löschen willst und bestätige nochmals mit **F8, 7: Delete.**

5. Wähle **F6, 1: Distance & Length**. Nun kannst du deine Strecke messen.

Zeichnen und messen eines Winkels

1. Zeichne den Strahl a als „Segment“.

2. Zeichne vom Anfangspunkt weg den zweiten Strahl b als „Segment“.

3. Wähle **F6, 3: Angle**. Nun kannst du deinen Winkel messen. Um den gewünschten Winkel festzulegen, stellt man den Pfeil der Reihe nach (1) auf einen Punkt des ersten Strahls, (2) auf den Scheitel des Winkels, (3) auf einen Punkt des zweiten Strahls. (Bestätigen bei jedem Punkt nicht vergessen!!) Nun sollte das Winkelmaß erscheinen.

4. Wir wollen nun den Winkel ändern. Wähle dazu **F1, 1: Pointer** und stelle den Pfeil auf den Endpunkt des zweiten Strahls. Nun drücke auf die Taste mit der Hand und laß sie gedrückt. Die Hand ergreift den Punkt und mit dem CURSOR kannst du ihn nach links und rechts ziehen. Es entstehen verschiedene Winkelarten, deren Maß stets mitläuft.

ARBEITSBLATT: SATZ VON THALES

1. **APPS, 8: Geometry, current**

2. **F2, 1: Point. E**in Bleistift erscheint. Mit der Taste [ENTER] bestätigst du die Lage.

3. **F3, 1:Circle.** „THIS CENTER POINT“erscheint. Mit [ENTER] sagst du ja. Ein Kreis entsteht. Wenn er die richtige Größe hat, bestätigst du mit [ENTER].

4. **F2, 4:Line.** Stelle den Bleistift auf den Kreismittelpunkt und bestätige das „THRU THIS POINT“. Es wird eine Gerade durch den Kreismittelpunkt gelegt, die aber mit dem CURSOR in jede beliebige Lage gebracht werden kann. Bringe die Gerade in eine waagrechte Lage und fixiere sie dort mit [ENTER].

5. **F2,4: Intersection point.** Stelle den Bleistift auf die Schnittpunkte des Kreises mit der Geraden und bestätige „POINT AT THIS INTERSECTION“.
   Eine zweite Möglichkeit zur Schnittpunktbestimmung besteht darin, den Pfeil auf die Gerade zu stellen und „THIS LINE“ mit [ENTER] zu bejahen (Die Gerade wird strichliert angezeigt!), dann den Pfeil auf den Kreis zu stellen und ebenfalls bestätigen. Man erhält sofort beide Schnittpunkte.

6. **F2, 2: Point on Object.** Zeichne auf deinem Kreis einen Punkt ein.

7. **F2, 5: Segment.** Nun kannst du die Punkte zu einem Dreieck verbinden. Du mußt dazu die Strecke von Punkt zu Punkt führen und mit [ENTER] befestigen.

Der Satz von Thales sagt:

Wir wollen den Winkel messen und den Satz von Thales überprüfen!

8. **F6, 3: Angle**. Um den gewünschten Winkel festzulegen, stellt man den Pfeil der Reihe nach (1) auf einen Punkt des ersten Strahls, (2) auf den Scheitel des Winkels, (3) auf einen Punkt des zweiten Strahls (bestätigen bei jedem Punkt nicht vergessen!!). Nun sollte das Maß des Winkels erscheinen.

9. Wir wollen nun den Eckpunkt des Dreiecks am Kreis wandern lassen. Wähle dazu **F1, 1: Pointer** und stelle den Pfeil auf den Eckpunkt. Nun drücke auf die Taste mit der Hand und laß sie gedrückt. Die Hand ergreift den Punkt und mit dem CURSOR kannst du ihn am Kreis wandern lassen. Der gemessene Winkel beträgt stets 90^{o}.

10. Mit **F8, 8: Clear all** kannst du alles wieder löschen.

Der Lehrsatz des Pythagoras in Kombination mit dem Satz von Thales:

1. **Alles Löschen, um die Standardeinrichtung zu erhalten**
   [2nd] [6] [F1]**: Reset** [1]**: All** [ENTER] [ENTER]

2. **Geometrie-Applikation starten**
   [APPS] [8]**: Geometry** [1]**: Current** oder [3]**: New**
   Ein Feld erscheint; bei Variable: .... mußt du irgendetwas eintippen.

3. **Zeichnen einer Strecke:**
   [F2] [5]**: Segment** [ENTER]
   Ein Bleistift erscheint. Setze den Stift in den unteren Teil des Displays und drücke [ENTER], um den Stift zu fixieren. Wenn die Strecke die richtige Länge erreicht drücke [ENTER].

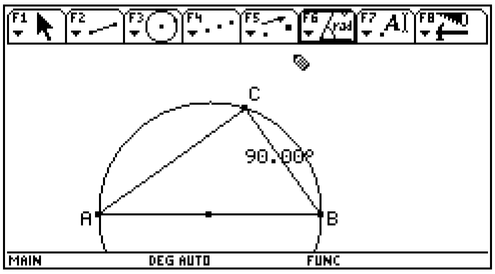
4. **Zeichnen des Mittelpunkts der Strecke:**
   [F4] [3]**: Midpoint** [ENTER]
   Der TI 92 fragt entweder: „Midpoint of this segment“ oder „Midpoint between this point“ je nach Stellung des Bleistifts (Achtung: der Bleistift wird zu einem Pfeil, wenn irgendein Objekt berührt wird). [ENTER] drücken, um den Mittelpunkt zu zeichnen.

5. **Zeichnen eines Kreises:**
   [F3] [1]**: Circle** [ENTER]
   Bewege den Bleistift zum Mittelpunkt der Strecke bis der TI 92 fragt „This center point“. Drücke [ENTER]. Der TI 92 fragt „On this segment“ - ignoriere diese Frage und zeichne den Kreis mit Hilfe des Cursors. Fahre mit dem Bleistift zum äußeren Streckenpunkt bis der TI 92 fragt „This Radius Point“ – drücke [ENTER]. Der TI 92 fragt „This center point“. Ignoriere diese Frage.

6. **Zeichnen des dritten Eckpunkts des Dreiecks:**
   [F2] [2]**: Point on Object** [ENTER]
   Der TI 92 fragt „Which Object“. Ziehe den Bleistift entlang des Kreises bis der TI 92 fragt „On this circle“ [ENTER].
   Verbinde nun die Punkte mit Hilfe des Befehls [F2] [5]**: Segment**

7. **Beschriftung der Eckpunkte:**
   [F7] [4]**: Label** [ENTER]
   Fahre mit dem Cursor zu dem Eckpunkt C bis der TI 92 fragt „This point“ [ENTER]. Es erscheint ein strichliertes Kästchen. [↑] [C] - Fahre mit dem Cursor weg und drücke [ENTER]. Beschrifte nun auch die anderen Eckpunkte.

8. **Zeigen, daß der Winkel in einem rechtwinkeligen Dreick 90° ist:**
   [F6] [3]**: Angle** [ENTER]
   Fahre nun mit dem Cursor zum Eckpunkt A [ENTER], Eckpunkt C [ENTER] und Eckpunkt B [ENTER]. Gehe mit dem Bleistift zu Punkt C und drücke [2nd] [✋] (**Hand Lock**) Halte die Hand und bewege den Eckpunkt C. Der TI 92 zeigt trotz der Verschiebung des Eckpunktes C 90° an.
   Was kannst du daraus folgern?



9. Löschen von „90° Anzeige“:

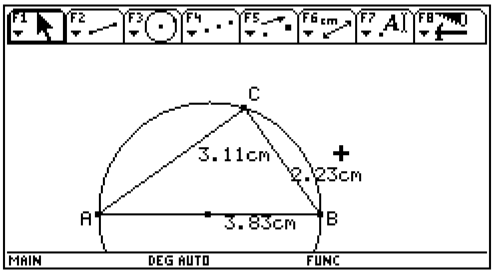
[F8] [7]**: Delete**

Der TI 92 fragt „This number“. Bestätige mit [ENTER]. Die Zahl wird mit einem Kästchen umgeben. [←]

10. Messen der Längen der Katheten a und b und der Hypotenuse c:

[F6] [1]**: distance & length** [ENTER]

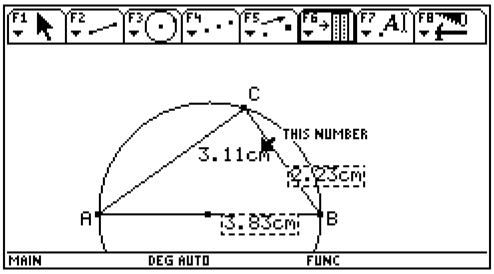
Führe den Bleistift zu der Seite c bis der TI 92 fragt „Length of this segment“ [ENTER] Verfahre genauso bei der Seite a und der Seite b.

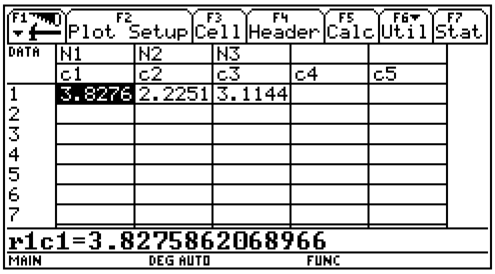


11. Eintragen dieser Daten in eine Tabelle:

Diese Daten wollen wir in eine Tabelle eintragen. Das Eintragen erfolgt vorerst „unsichtbar“, d.h. die Werte werden in einer Tabelle gespeichert, die wir erst später aufrufen. Wähle [F6] [7]**: Collect Data** [2]**: Define Entry** [ENTER]. Merke dir die Reihenfolge der Eingabe, denn sie soll stets dieselbe bleiben.

Stelle den Cursor auf die Messung der Seite c und es erscheint „This Number“, was du bestätigst. [ENTER] Daraufhin wird die Zahl strichliert eingerahmt. Als nächstes gibst du die Längen von a und b ein. Nun weiß der Computer welche Werte du gespeichert haben möchtest, aber du musst ihm erst sagen, dass er diese auch wirklich speichert.





12. Speichern der Werte:

Dazu wähle nochmals [F6] [7]**: Collect Data** [1]**: Store Data** [ENTER]. Ob alles geklappt hat, kannst du mit [APPS] [6]**: Data Matrix Editor** [1]**: Current** [ENTER] überprüfen. Der TI 92 muß am Rand des Displays schreiben „Data placed in variable sysdata“ Mit [APPS] [8]**: Geometry** [1]**: Current** [ENTER] kommst du wieder zu deiner Zeichnung.

Achtung: Falls keine Daten erscheinen, drücke [APPS] **Data/Matrix Editor** [2]**: Open** und ändere die Einstellung bei **Variable** auf **Sysdata**.

13. Speichern von neuen Dreiecksmaßen:

Mit dem Befehl [F1] [1]**: Pointer** und der gedrückten Handtaste kannst du nun die Punkte A und B so verschieben, dass das Dreieck stets rechtwinkelig bleibt. Wähle noch drei andere Dreiecksmaße und speichere die gemessenen Längen. Speichern der neuen Werte mit: [◆] [D]

14. Zurückkehren in die Tabelle:

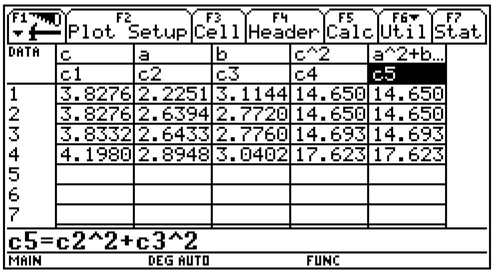
Kehre nun zur Tabelle zurück [APPS] [6]**: Data/Matrix Editor** [1]**: Current** [ENTER], beschrifte nach der Vorlage und trage deine Meßwerte ein.

c	a	b	c^2	$a^2 + b^2$
c1	c2	c3	C4	c5

15. Der Rechner soll nun das Quadrat der Hypothenuse und die Summe der Quadrate der Katheten berechnen. Dazu stellst du den Cursor auf das Feld c4 und schreibst in die Eingabezeile die gewünschte Rechnung, nämlich:

[C] [1] [^] [2] [ENTER] und im Feld c5 trägst du

[C] [2] [^] [+] [C] [3] [^] [2] [ENTER] ein.



DATA	c	a	b	c^2	a^2+b…
	c1	c2	c3	c4	c5
1	3.8276	2.2251	3.1144	14.650	14.650
2	3.8276	2.6394	2.7720	14.650	14.650
3	3.8332	2.6433	2.7760	14.693	14.693
4	4.1980	2.8948	3.0402	17.623	17.623
5					
6					
7					

16. Welche Erkenntnis läßt sich finden?

JAHRESPLANUNG MATHEMATIK 3. KLASSE REALGYMNASIUM

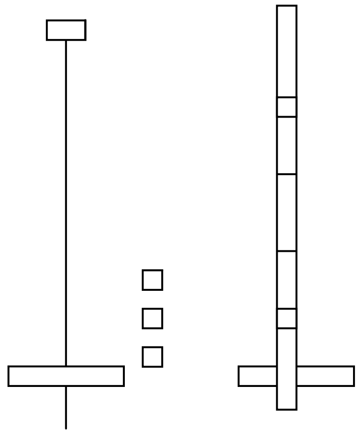
Monat	Lerninhalte	Lerninhalte mit dem TI-92
09	Ganze Zahlen. Grundrechnungsarten.	
	Einführung in die Geometrie des TI-92.	Konstruktion und Messung von Strecken und Winkel. Veranschaulichung des Satz von Thales. Konstruktion von Dreiecken, den 4 merkwürdigen Punkten und der Eulerschen Geraden mit und ohne Koordinatensystem.
10	Darstellen von Punkten und einfachen Figuren im kartes. Koordinatensystem. Längen von unbekannten Strecken aus dem Koordinatensystem ablesen können. Überprüfen von Formeln. Mittelpunktsberechnungen. Dreieckskonstruktionen.	
	Rechnen mit dem TI-92: Ganze Zahlen – Prozentrechnungen.	Eingabe-Modus. SOLVE. APPROX.
	Flächeninhaltsformel für das rechtwinkelige Dreieck. Flächeninhalt des Dreiecks.	Strecken messen, in Data/Matrix-Editor eintragen und damit rechnen (Tabellenkalkulation).
	Bruchrechnen wiederholen.	Eingabe von Brüchen.
11	Umkehraufgaben. Umformen von Formeln. Flächenformel fürs Parallelogramm. Rechnen mit Flächeninhalten	TI-92 in Verwendung als TR: Brüche untersuchen, Kürzen, etc.
	Zusammenhang und Umwandlung Bruch-Dezimalzahl. Endliche, periodische und gemischt periodische Dezimalzahlen unterscheiden.	
	Tabellen erstellen – Funktionsbegriff Anhand der Flächenformel für das Parallelogramm und der Prozentrechnung	Graphische Darstellung von Daten im Data/Matrix-Editor oder im y-Editor
	Flächenberechnung von Figuren im Koordinatensystem.	
12	Begriffe Variable, Term, Gleichung (ohne Äquivalenzumformungen). Belegen von Variablen mit Zahlen. Addieren und Subtrahieren von Termen. Auflösen von Klammern.	Verwendung des TI zum Erarbeiten der Rechenregeln für das Auflösen von Klammern.
	Direktes und indirektes Verhältnis, keines von beiden. Beobachtungsfenster und Abschlusstest.	Wiederholung: Graphische Darstellung von Daten im Data/Matrix-Editor oder im y-Editor, Formeln und Tabellen erstellen.
01	Einführung der Potenzschreibweise.	Eingabe von Potenzen.

Monat	Lerninhalte	Lerninhalte mit dem TI-92
01	Herleiten des Flächeninhalts von Raute, Deltoid, Trapez. Flächenberechnungen.	TI zum Umformen von Formeln, SOLVE
02	Rechnen mit Potenzen. Vorrangregeln.	TI-92 zum Überprüfen einsetzen
	Multiplizieren von Termen mit einem Monom.	
	Zehnerpotenzen. Gleitkommadarstellung. Große Zahlen.	Ergebnisanzeigen am TI: wissenschaftliche und technische Schreibweise.
	Verhältnis an Hand von Größenverhältnissen und am Maßstab einführen.	Data/Matrix-Editor für Maßstabberechnungen.
	Flächenberechnungen von Figuren im Koordinatensystem durch Zerlegen in Teilfiguren.	
03	Multiplizieren von mehrgliedrigen Ausdrücken	TI zum Überprüfen der Äquivalenz von Ausdrücken. EXPAND, FACTOR, comDenom Probe mit TI.
	Herleiten der Formel $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, a^2-b^2 Untersuchen von Termstrukturen. Beginn des 2. Beobachtungsfensters.	
04	Strahlensatz und Anwendungen: Teilen einer Strecke, Vergrößern, Verkleinern. Ähnliche Figuren. Verhältnisgleichungen.	Data/Matrix-Editor zum Herleiten des Strahlensatzes. Auflösen von Proportionen.
05	Gleichungen-Äquivalenzumformungen-Lösungsmengen.	TI zum Überprüfen (SOLVE) oder Probe durch Einsetzen von Zahlen
		Programmieren mit dem TI: Anlegen eines „Formelheftes“. Benutzerdefiniertes Menü.
	Formeln ergänzen.	TI als Hilfsinstrument.
06	Lehrsatz des Pythagoras. Anwenden.	Data/Matrix-Editor zum Herleiten des Satzes. Wurzelziehen
	Zinseszinsrechnung	Formel im y-Editor und im SEQUENCE-Modus, graphische und tabellarische Darstellung
	Untersuchen, ob ein gegebenes Dreieck rechtwinkelig ist	Programm mit einer Verzweigung

LINEARE FUNKTIONEN

Herr und Frau Einstein gesucht! (Arbeitsanleitung)

Aufbau:



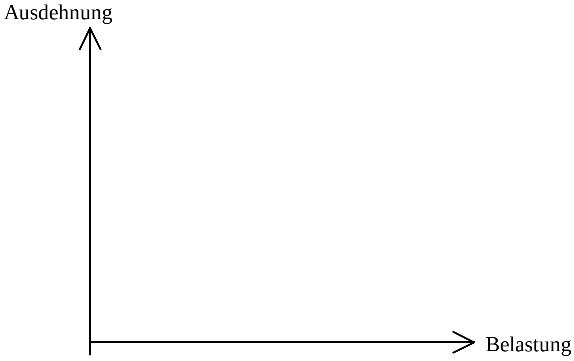
Durchführung:

- Hänge die Feder so an den Haken, dass sie sich bei Belastung noch ausdehnen kann.
- Baue aus einer zweiten Stativstange einen „Maßstab“, indem du darauf einen Papierstreifen mit Tixo befestigst.
- Markiere mit einem Stift am Papier das Ende der unbelasteten Feder und beschrifte den Strich mit 0
- Belaste nun die Feder der Reihe nach mit gleich großen Massenstücken und markiere jedesmal das Ende der Feder am Papierstreifen und beschrifte der Reihe nach mit 1, 2, 3, 4, 5 (*Hinweis: Der Teller hat* $10g \cong 0.1N$)
- Löse den Papierstreifen ab, und miss die Ausdehnungen immer von 0 aus beginnend

- Trage die Messergebnisse ein:
- Zeichne in das Koordinatensystem die Ausdehnung der Feder in Abhängigkeit von der Belastung. (Einheiten vorher festlegen und einzeichnen)
- Welcher funktionale Zusammenhang zwischen Dehnung und Belastung lässt sich vermuten? Warum?

Dehnung einer Schraubenfeder

Belastung	Dehnung
0 Stücke	
1 Stück	
2 Stücke	
3 Stücke	
4 Stücke	
5 Stücke	



Zwischen Dehnung und Belastung einer Feder vermute ich ....,

weil...

? ? ? *Zusatzinformation für helle Köpfe:*
Die Dehnung einer Feder ist ein einfaches Beispiel für eine elastische Verformung. Verformungen wie Dehnung, Biegung, Verdrehung treten bei Einwirkung von Kräften bei vielen Maschinenteilen oder Bauwerken(z.B. einer Brücke) auf. Techniker müssen diese berücksichtigen und genau berechnen können. Bei solchen Berechnungen treten meist kompliziertere Abhängigkeiten (Funktionen) auf.

☺ GERADEN – GERADEN – GERADEN (ARBEITSANLEITUNG):

1.Teil: Arbeite mit dem TI-92!

① Gib in den y – Editor ein: $y_1(x) = x$

- Wähle als WINDOW-Einstellung: xmin= -6 ymin = -6
  xmax = 6 ymax = 6
  xsc =1 ysc = 1
- Miss mit **F3: TRACE** : xc = 1 yc = ...
  (Erinnere dich: Du musst im Trace-Modus nur 1 eintippen und schon springt das Fadenkreuz auf den gewünschten Punkt - den mit x-Koordinate 1 - und der TI zeigt unter yc den Wert der y- Koordinate des Punktes an. Hier yc = 1).
- 🕮 Trage den Wert (1 / 1) in dein Arbeitsblatt ein und zeichne den Graphen mit Hilfe dieses Punktes in das vorgegebene Koordinatensystems.
- Entferne im y – Editor mit **F4** den Haken (die Aktivierung) bei y1(x)

② Gib in den y – Editor ein: $y_2(x) = 2.x$ und verfahre wie im Punkt ①

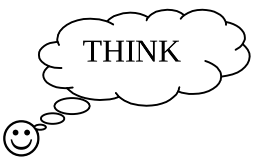
- Entferne im y – Editor mit **F4** den Haken bei y2 (x)

③ Gib in den y – Editor ein: $y_3(x) = 3.x$ und verfahre wie im Punkt ①**.** Entferne im y – Editor mit **F4** den Haken bei y3 (x).

④ Gib in den y – Editor ein: $y_4(x) = 5.x$ und verfahre wie im Punkt ①**.**

⑤ Hake mit **F4** y1(x) bis y4(x) an und betrachte alle 4 Graphen am Display.

WAS FÄLLT AUF ???



Was ist allen Geraden gemeinsam?
Wodurch unterscheiden sich die Geraden?

🕮 Beantworte die Fragen am Arbeitsblatt!

👓 Ob du die richtigen Antworten gefunden hast, kannst du am Lösungsblatt unter **L1** nachlesen!

2. Teil: Arbeite mit dem TI-92!

Lösche alle eingegebenen Funktionen!

① Gib in den y – Editor ein: $y_1(x) = - x$

- Miss mit **F3: TRACE** : xc = 1 yc = ...
- Trage den Wert (1 /yc) in dein Arbeitsblatt und zeichne den Graphen mit Hilfe dieses Punktes in das vorgegebene Koordinatensystem.

Entferne im y – Editor mit **F4** den Haken bei y1(x)

② Gib in den y – Editor ein: $y_2(x) = - 2.x$ und verfahre wie im Punkt ⑥

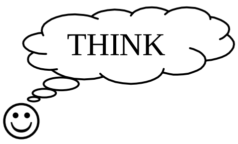
- Entferne im y – Editor mit **F4** den Haken bei y2 (x)

③ Gib in den y – Editor ein: $y_3(x) = -3.x$ und verfahre wie im Punkt ⑥**.** Entferne im y – Editor mit **F4** den Haken bei y3 (x).

Gib in den y – Editor ein: $y_4(x) = - 5.x$ und verfahre wie im Punkt ⑥**.**

④ Hake mit **F4** y1(x) bis y4(x) an und betrachte alle 4 Graphen am Display.

WAS FÄLLT AUF ???



Was ist allen Geraden gemeinsam?
Wodurch unterscheiden sich die Geraden?

Beantworte die Fragen am Arbeitsblatt!

Ob du die richtigen Antworten gefunden hast, kannst du am Lösungsblatt unter **L2** nachlesen!

---

3. Teil:

- Beantworte die Fragen am Arbeitsblatt!
  Ob du die richtigen Antworten gefunden hast, kannst du am Lösungsblatt unter **L3** nachlesen!
- Lösche die eingegebenen Funktionen

- Gib nun in den TI die Funktion y1(x) = 0.x ein (eigentlich y1(x) = 0)
- Betrachte den Graphen. Achtung der TI zeigt BUSY an, also zeichnet er etwas.
  Kannst du etwas erkennen?

- Miss mit **F3: TRACE** : xc = 1 yc = ..., xc = 2 yc = ...,
  xc = 3 yc = ...,
- Wo liegt der (versteckte) Graph?

- Bearbeite die letzte Frage am Arbeitsblatt!
- Lösche alle eingegebenen Funktionen

---

4. Teil: Arbeite mit dem TI-92!

① Gib in den y – Editor ein: $y_1(x) = x + 1$

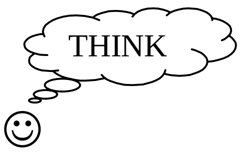
- Miss mit **F3: TRACE** : xc = 0 yc = ... und xc = 1 yc = ...
- Trage die Werte (0 / yc) und (1 / yc) in dein Arbeitsblatt und zeichne den Graphen mit Hilfe dieser Punkte in das vorgegebene Koordinatensystem.
  Entferne im y – Editor mit **F4** den Haken bei y1(x)

② Verfahre wie in den vorhergegangenen Beispielen und gib der Reihe nach y2(x) = -2.x + 1; y3(x) = 3.x + 1 ; y4(x) = - 5.x + 1 und y5(x) = 1 ein. Miss mit TRACE die angegebenen Punktkoordinaten und trage sie in dein Arbeitsblatt.

③ Zeichne die Graphen in ein Koordinatensystem.

④ Hake mit **F4** y1(x) bis y5(x) an und betrachte alle 5 Graphen.

WAS FÄLLT AUF ???



Was ist allen Geraden gemeinsam?
Wodurch unterscheiden sich die Geraden?
Wie sehen Graphen der Form y = kx + d aus, wenn d andere Werte annimmt?

Beantworte die Fragen am Arbeitsblatt!

Ob du die richtigen Antworten gefunden hast, kannst du am Lösungsblatt unter **L4** nachlesen!

---

5. Teil: Arbeite mit dem TI-92! - Lösche alles

① Gib in den y – Editor ein: $y_1(x) = 2.x$

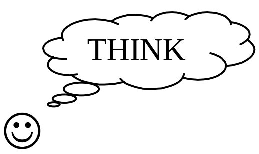
- Miss mit **F3: TRACE** : xc = 0 yc = ... und xc = 1 yc = ...
- Trage die Werte (0 / yc) und (1 / yc) in dein Arbeitsblatt und zeichne den Graphen mit Hilfe dieser Punkte in das vorgegebene Koordinatensystem.
- Entferne im y – Editor mit **F4** den Haken bei y1(x)

② Verfahre wie in den vorhergegangenen Beispielen und gib der Reihe nach y2(x) = 2.x + 1; y3(x) = 2.x - 1 und y4(x) = 2.x + 3 ein. Miss mit TRACE die angegebenen Punktkoordinaten und trage sie in dein Arbeitsblatt.

③ Zeichne die Graphen in ein Koordinatensystem.

④ Hake mit **F4** y1(x) bis y4(x) an und betrachte alle 4 Graphen.

WAS FÄLLT AUF ???



Was ist allen Geraden gemeinsam?
Wodurch unterscheiden sich die Geraden?
Wie sehen Graphen der Form y = kx + d aus, wenn k andere Werte annimmt?

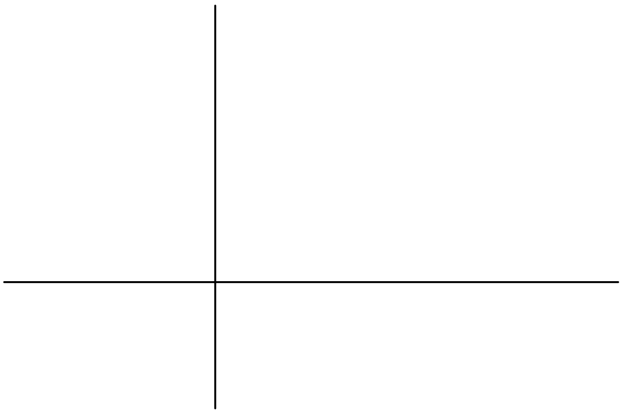
Beantworte die Fragen am Arbeitsblatt!

Ob du die richtigen Antworten gefunden hast, kannst du am Lösungsblatt unter **L4** nachlesen!

GERADEN – GERADEN – GERADEN (ARBEITSBLATT)

1. Teil

Funktion	x	y
$y_1(x) = x$	1	
$y_2(x) = 2x$	1	
$y_3(x) = 3x$	1	
$y_4(x) = 5x$	1	

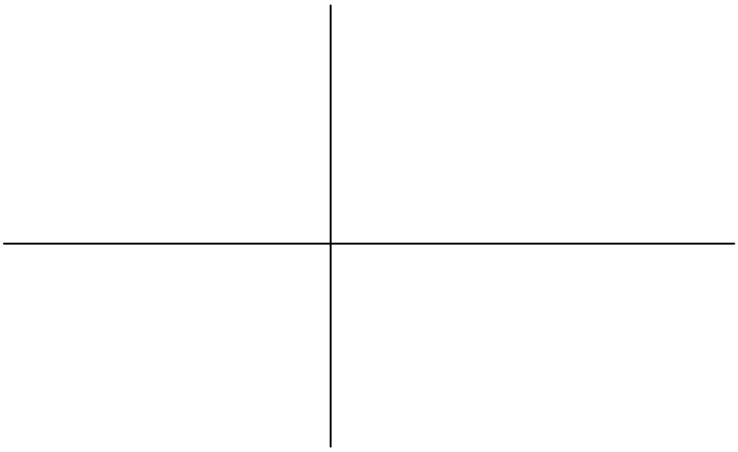


Alle Geraden gehen ....

Alle Geraden steigen und zwar umso mehr,...

2. Teil

Funktion	x	y
$y_1(x) = - x$	1	
$y_2(x) = - 2x$	1	
$y_3(x) = - 3x$	1	
$y_4(x) = - 5x$	1	



Alle Geraden gehen ....

Alle Geraden fallen und zwar umso mehr,...

3. Teil

Alle Funktionen der Form y(x) = k.x sind ....und gehen durch ....

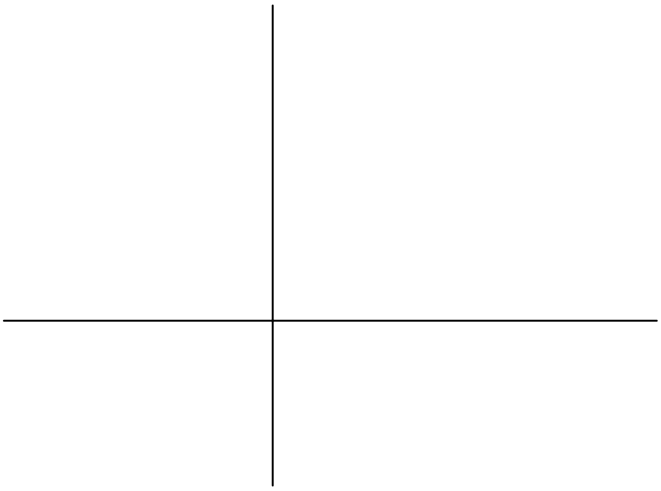
Eine Gerade mit y(x) = k.x steigt, wenn ....

Eine Gerade mit y(x) = k.x fällt, wenn...

Ist k = 0, so erhält man als Graph ....

4. Teil

Funktion	x	y	x	y
$y_1(x) = x + 1$	0		1	
$y_2(x) = 2x + 1$	0		1	
$y_3(x) = 3x + 1$	0		1	
$y_4(x) = 5x + 1$	0		1	
$y_5(x) = 1$	0		1	



Alle Geraden mit der Funktion y = k.x + 1, gehen nicht..

Sie gehen aber alle durch den Punkt ...., d.h. sie schneiden die y – Achse im Abstand 1

vom Ursprung.

Allgemein:
Geraden mit der Funktion y = k.x + d ,gehen bei gleichem d durch den Punkt (......./......).

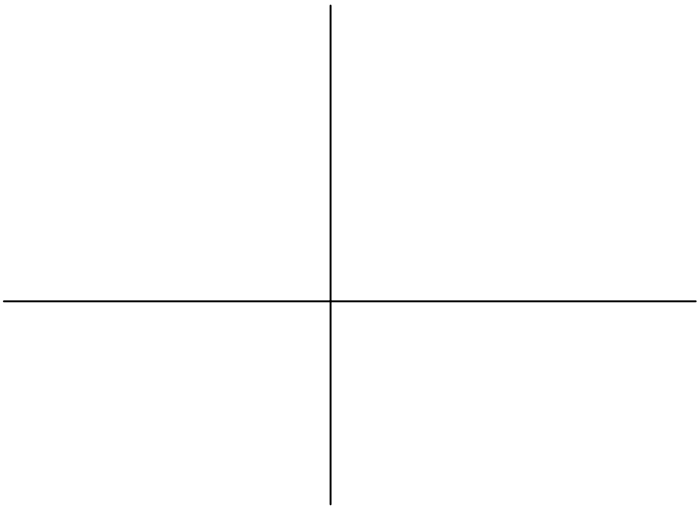
Ist d > 0 schneiden die Geraden..

Ist d < 0 schneiden die Geraden..

Der Graph der Funktion y = 1 (allgemein: y = d) verläuft...
.

5. Teil

Funktion	x	y	x	y
$y_1(x) = 2x$	0		1	
$y_2(x) = 2x + 1$	0		1	
$y_3(x) = 2x + 3$	0		1	
$y_4(x) = 2x - 1$	0		1	



Untersuche die Lage der Geraden:

Alle Geraden mit der Funktion y =2.x + d, sind..

Allgemein:
Geraden mit der Funktion y =k.x + d , sind bei gleichemWert für k ....

LÖSUNGSBLATT

L1
Alle Geraden gehen durch den Ursprung. Alle Geraden gehen „bergauf".
Die Geraden unterscheiden sich in ihrer Steigung.

☺🕯 Für helle Köpfe:
Ein Funktionsgraph der immer „bergauf" geht, heisst in der Mathematik *streng monoton steigend*.

L2
Alle Geraden gehen durch den Ursprung. Alle Geraden gehen „bergab". Die Geraden unterscheiden sich in ihrem Gefälle. (Man spricht auch hier von Steigung.)

☺🕯 Für helle Köpfe:
Ein Funktionsgraph der immer „bergab" geht, heisst in der Mathematik *streng monoton fallend*.

L3
Alle Funktionen der Form y(x) = k.x sind Geraden und gehen durch den Ursprung des Koordinatensystems.

- **Eine Gerade mit y(x) = k·x steigt, wenn k größer als 0 ist.**
- **Eine Gerade mit y(x) = k·x fällt, wenn k kleiner als 0 ist.**
  MERKE: k > 0 → steigend und k < 0 → fallend

☺🕯 Für helle Köpfe:
Funktionen der Form $y = k \cdot x$ heissen homogene Funktionen.
Da ihr Schaubild eine Gerade (Linie) ist, nennt man sie *lineare, homogene Funktionen.* Ein direktes Verhältnis wird durch eine lineare, homogene Funktion dargestellt.

L4
Alle Geraden gehen nicht durch den Ursprung. Sie schneiden alle die y – Achse in einem Punkt und zwar im Abstand 1 von der x – Achse.
Sie haben alle unterschiedliche Steigung.
Die Gerade mit der Funktion y5(x) = 1 ist parallel zur x – Achse im Abstand 1.

L5
Alle Funktionen der Form y(x) = k.x +d sind Geraden und gehen nicht durch den Ursprung des Koordinatensystems.
Alle Geraden mit gleichem k sind parallel. Sie haben alle dieselbe Steigung. Geraden mit gleichem k, aber unterschiedlichem d schneiden alle die y – Achse in einem anderen Abstand von der x – Achse.
Ist in der Funktion y = k.x + d die Zahl d positiv, schneidet die Gerade die y – Achse oberhalb der x-Achse.
Ist in der Funktion y = k.x + d die Zahl d negativ, schneidet die Gerade die y – Achse unterhalb der x-Achse.
Alle Geraden mit gleichem d schneiden die y-Achse im Abstand d vom Ursprung.

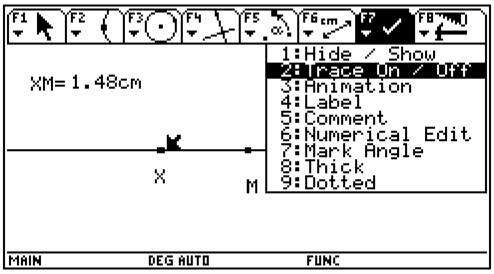
☺🕯 Für helle Köpfe:
Funktionen der Form y = k.x + d heissen *inhomogene Funktionen*.
Da ihr Schaubild eine Gerade (Linie) ist, nennt man auch sie *lineare Funktionen*.
Eine homogene Funktion ist ein Sonderfall einer linearen Funktion, nämlich d = 0.

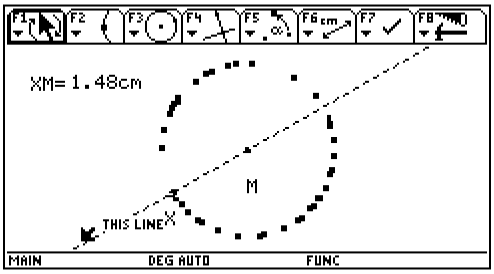
ORTSLINIEN MIT DEM TI-92

1) KREISLINIE

Die Kreislinie ist die Menge aller Punkte (= der geometrische Ort aller Punkte), die von einem festen Punkt M den gleichen Abstand r haben. k = {X| MX = r }

Befolge genau die Anweisungen!
(Es könnten sonst Schwierigkeiten bei den Konstruktionen auftreten.) Zeichne im Geometrie-Modus (ohne Koordinatensystem) eine Gerade. Der Punkt, durch den du sie gelegt hast, ist M. Nimm auf ihr einen Punkt X an. Miss ihre Distanz (= Radius). Stelle unter **F7: Trace** ein, um die Bahn von X zu verfolgen. Dazu bestätige bei X „THIS POINT". Drehe nun mit **F5: Rotation** die Gerade um M. Dazu bestätige „ROTATE THIS LINE", stelle den Pfeil auf M und bestätige die Frage „AROUND THIS POINT".
Ergreife die Gerade mit der „Hand" und drehe. Du siehst, dass der Abstand gleich bleibt und der Punkt X eine Kreislinie zeichnet.

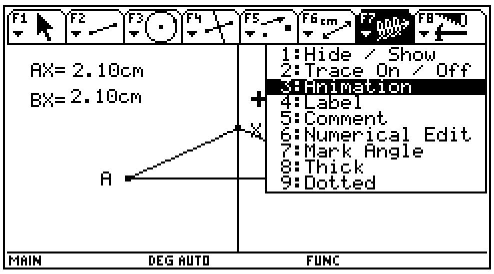


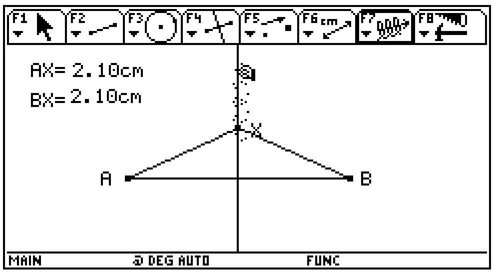


2) DIE STRECKENSYMMETRALE

Die Streckensymmetrale ist die Menge aller Punkte (= der geometrische Ort aller Punkte), die von zwei festen Punkten A und B gleich weit entfernt sind. s_{AB} = {X| AX = BX }

Zeichne im Geometriemodus (ohne Koordinatensystem) ein Segment AB und die Streckensymmetrale. Nimm auf dieser einen Punkt X an, ziehe Strecken nach A und B und bestimme ihre Länge. Sie sind gleich lang. Mit **F7:Animation** kannst du den Punkt X mit der „Hand" nach oben ziehen. Eine „Feder" erscheint. Wenn du die Hand auslässt, wandert der Punkt auf der Streckensymmetrale auf und ab. Dabei wirst du feststellen, dass die Abstände von A und B für alle Punkte der Streckensymmetrale stets gleich lang sind.



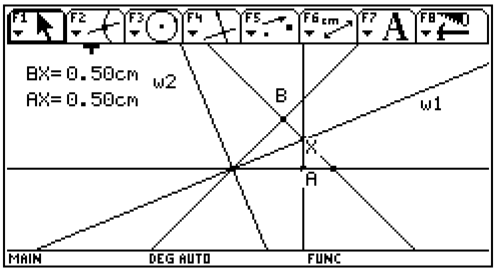


Mit ENTER kannst du die Bewegung stoppen.

3) DIE WINKELSYMMETRALE

Die Winkelsymmetrale ist die Menge aller Punkte (= der geometrische Ort aller Punkte), die von zwei Strahlen (oder zwei einander schneidenden Geraden g und h) gleich weit entfernt sind.
w = {X| Xg = Xh }

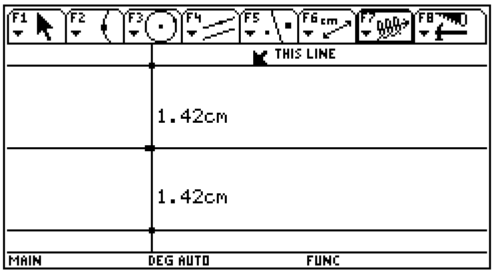
Es gibt immer zwei zueinander normal stehende Winkelsymmetralen.



Zeichne zwei einander schneidende Gerade und konstruiere ihre Winkelsymmetralen w1 und w2. Nimm wie in der Abbildung einen Punkt X auf der Winkelsymmetrale w1 an (POINT ON OBJECT). Miss seine (Normal)Abstände AX und BX zu den Geraden. Mit der Option **F7:Animation** kannst du den Punkt wieder auf der Linie w1 wandern lassen und überprüfen, dass alle Punkte der Winkelsymmetrale von den Geraden gleich weit entfernt sind.

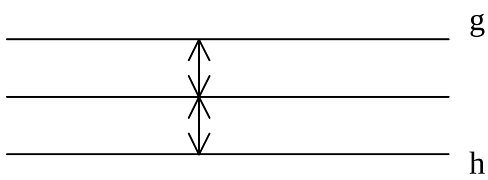
4) PARALLELENPAAR - MITTELPARALLELE

Die Menge aller Punkte (= der geometrische Ort aller Punkte), die von einer Geraden g den Abstand d haben, ist ein Parallelenpaar
$p_1 \cup p_2$ = {X| Xg = d }



Umgekehrt könnte man sagen:

Die Menge aller Punkte, die von zwei parallelen Geraden g und h gleich weit entfernt sind, liegen auf der **Mittelparallelen m**. Dier Mittelparallele halbiert daher den Normalabstand der beiden Parallelen. **m = {X| Xg = Xh } und g || h**



5) Die Ellipse

Die Ellipse ist die Menge aller Punkte (= der geometrische Ort aller Punkte), für die die Summe ihrer Abstände von zwei festen Punkten F_1 und F_2 den konstanten Wert 2a hat.
ell = {X| $XF_1 + XF_2 = 2a$ }

Denk an die Gärtnerkonstruktion: Eine Schnur von der Länge 2a wird an zwei Pflöcken, deren Abstand kleiner als 2a sein muss, angebunden. Ein Stab, der die Schnur gespannt hält, beschreibt bei Umfahren der zwei Pflöcke eine Ellipse.

Konstruktion mit dem TI-92:

Eine Ellipse kann auch noch anders erklärt werden:

Die Ellipse ist die Menge aller Kreismittelpunkte, die einen gegebenen Kreis mit dem Mittelpunkt F_1 von innen berühren und gleichzeitig durch einen Punkt F_2 gehen, der im Kreisinneren liegt.

Zeichne einen Kreis mit dem Mittelpunkt F_1 und nimm innerhalb der Kreisfläche F_2 an. Dann zeichne mit „POINT ON OBJECT" einen Punkt P auf den Kreis. Das wird der Berührungspunkt sein. Der gesuchte Kreis muss

(1) den gegebenen Kreis in P von innen berühren $\Rightarrow$ sein Mittelpunkt X muss am Radius F_1P liegen.
(2) durch F_2 **und** durch P gehen $\Rightarrow$ sein Mittelpunkt X muss auf der Streckensymmetrale von F_2 und P liegen.

Schneidet man also die Streckensymmetrale mit dem Radius, erhält man den Mittelpunkt X des gesuchten Kreises. (Abbildung 2)

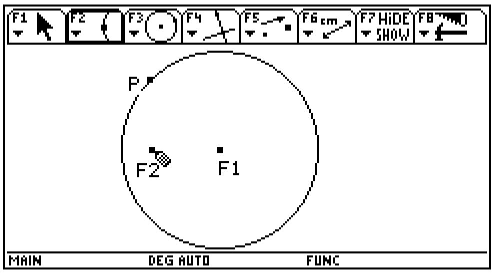


Abbildung 1

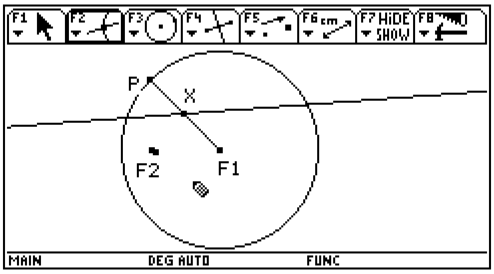


Abbildung 2

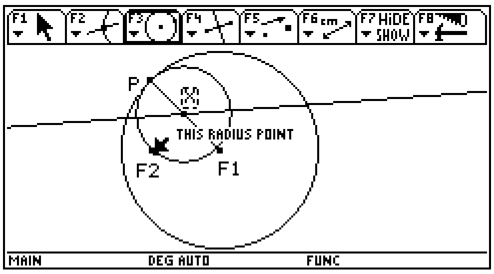


Abbildung 3

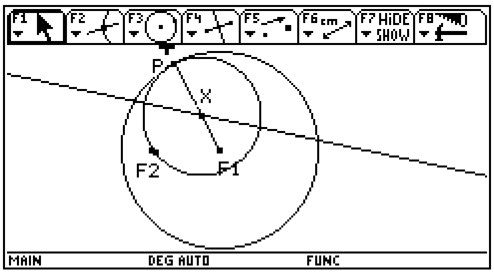


Abbildung 4

Die dritte Abbildung zeigt *einen* solchen Kreis. Verschiebst du P, erhältst du einen anderen Kreis, der ebenso in P berührt und durch F_2 geht (Abbildung 4). Je nach Lage des Punktes P, gibt es aber unendlich viele Kreise, die die obigen Bedingungen erfüllen.
Der Befehl **F7: Trace** auf den Kreis angewandt („THIS CIRCLE“) macht die Menge der Kreise sichtbar, wenn du P mit der „Hand“ auf der Kreislinie verschiebst. (Abbildung 5)

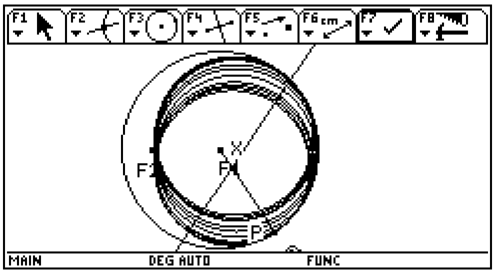


Abbildung 5

Mit **Clear** werden die Kreise entfernt. Auch der erste Kreis wird gelöscht (Abbildung 2).
Laut obiger Definition ergeben die Kreismittelpunkte X eine Ellipse. Um dies zu überprüfen wende **F7: Trace** auf X an und lass P um den Kreis wandern (Abbildung 6).
Eine andere Möglichkeit ist den Trace-Befehl auf die Streckensymmetrale anzuwenden, während P um den Kreis wandert (Abbildung 7). Die **Hüllkurve** der Streckensymmetrale ist eine Ellipse oder die Streckensymmetralen sind Tangenten an eine Ellipse.

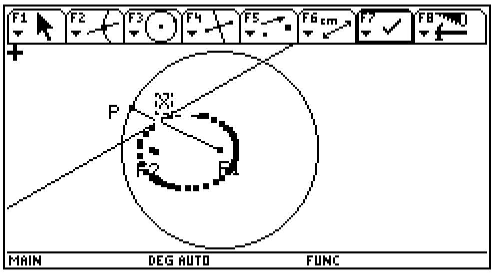


Abbildung 6

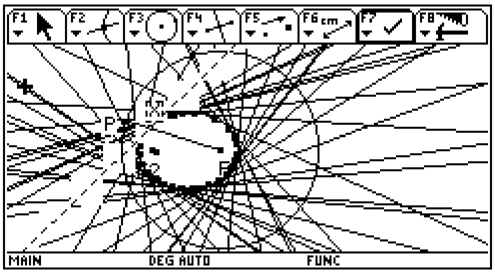


Abbildung 7

Überprüfe nun, dass die Summe der Abstände eines Ellipsenpunktes X von den beiden Brennpunkten F_1 und F_2 wirklich immer gleich ist:
Miss diese Abstände. (Abbildung 8). Die Daten mit **F6 7: Collect Data** in den Data –Matrix-Editor eintragen und addieren. Das Ergebnis ist gleich.
(Zur Erinnerung: Daten eintragen (1) Define Entry, (2) ◆ D)

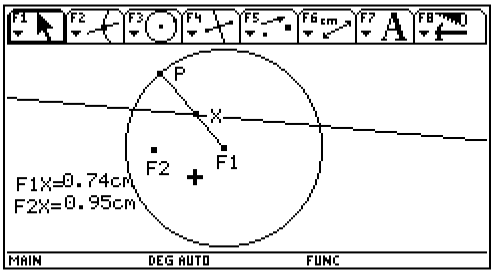


Abbildung 8

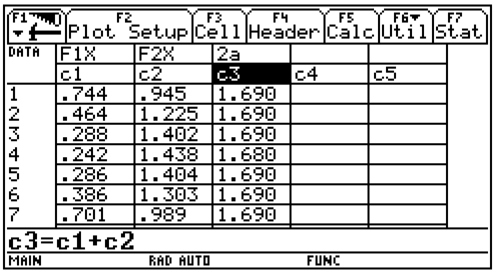
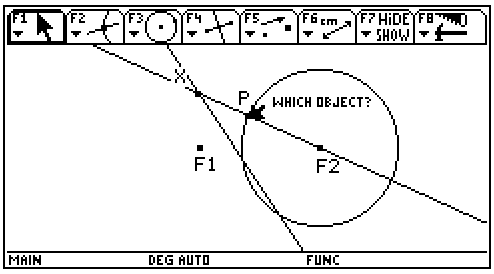


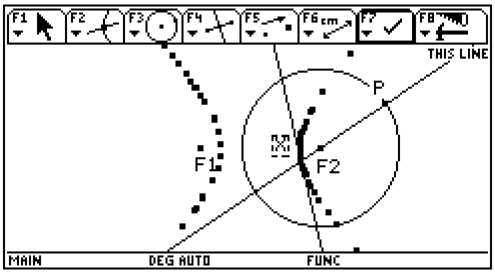
Abbildung 9

6) DIE HYPERBEL

Die Hyperbel ist die Menge aller Punkte (= der geometrische Ort aller Punkte), für die die Differenz ihrer Abstände von zwei festen Punkten F_1 und F_2 den konstanten Wert 2a hat.
Hyp = {X| XF_1 - XF_2 = 2a }

Konstruktion mit dem TI-92:





Beginne wie mit der Ellipsenkonstruktion, aber nun soll der Punkt F_1 außerhalb des Kreises liegen, P und F_1 müssen mit einer Geraden verbunden werden, deren Schnittpunkt mit der Streckensymmetrale X ist. Beobachte nun die Bahn von X und die Bahn der Streckensymmetrale.
Versuche eine andere Definition für eine Hyperbel zu finden! Überprüfe deine Überlegung mit Zeichnungen am TI. (Hilfe: Betrachte die Abbildungen 4 und 5)

Eine Hyperbel kann auch noch anders erklärt werden:

Die Hyperbel ist die Menge aller Kreismittelpunkte, die einen gegebenen Kreis mit dem Mittelpunkt F_1 von außen berühren und gleichzeitig durch einen Punkt F_2 gehen, der außerhalb des Kreises liegt.

7) Die Parabel

Die Parabel ist die Menge aller Punkte (= der geometrische Ort aller Punkte), deren Abstand von einer Geraden (Leitlinie *l*) und einem Punkt (Brennpunkt F) gleich weit entfernt sind.
par = {X| XF = X*l* }

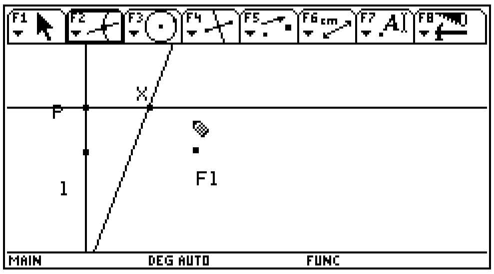
Konstruktion mit dem TI-92:

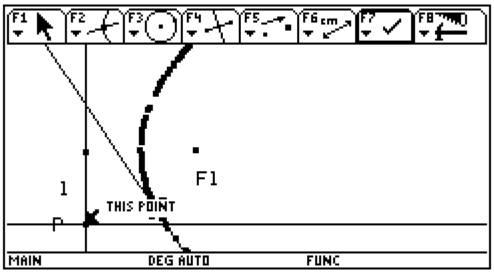
Eine Parabel kann auch noch anders erklärt werden:

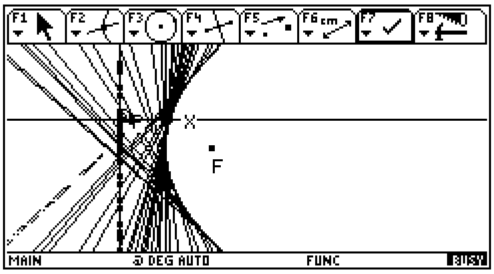
Die Parabel ist die Menge aller Kreismittelpunkte, die eine gegebene Gerade *l* in einem Punkt P berühren und durch einen Punkt F gehen.

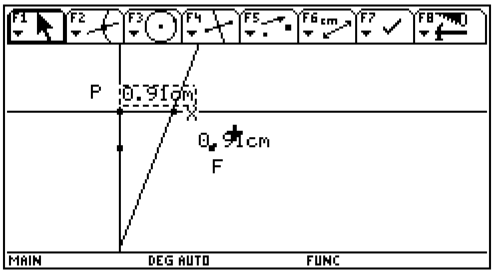
Die gesuchten Kreise müssen ihren Mittelpunkt X
(1) auf der Streckensymmetrale von F und P haben und
(2) auf einer Normalen zu g durch p liegen.

Man zeichnet eine Gerade *l* nimmt auf ihr einen Punkt P an und legt durch diesen eine Normale. Ein Punkt F wird fixiert und die Streckensymmetrale von P und F mit der Normalen geschnitten $\rightarrow$ X. (Abbildung 1)
Lässt man P auf der Gerade wandern und betrachtet die Bahn von X, so sieht man eine Parabel. (Abbildung 2)
Ebenso wird die Parabel bei Anwenden des TRACE-Befehls auf die Streckensymmetrale sichtbar. (Abbildung 3)
Wird der Abstand PX und XF gemessen, so ist er stets gleich groß. (Abbildung 4)
(Vergleiche die 1. Definition der Parabel!)







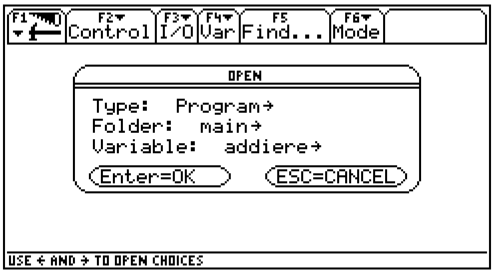


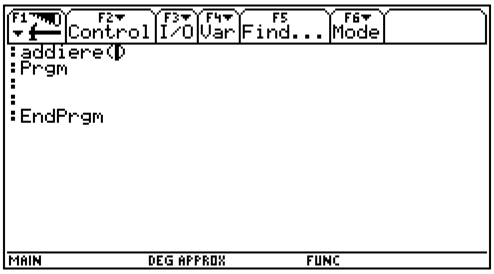
PROGRAMMIEREN MIT DEM TI-92

1) PROGRAMM ZUM ADDIEREN ZWEIER ZAHLEN

Das Programm soll zwei beliebig eingegebene Zahlen automatisch addieren. Wir geben dazu zwei Variable a und b ein, die der Computer addieren, unter c speichern und anzeigen soll.

Zum Erstellen eines Programms wählen wir unter APPS **7: Program Editor; 3: New...** Gib deinem Programm einen Namen, z.B.: „addiere“ und bestätige zweimal mit ENTER. Es erscheint ein Bildschirm zur Programmeingabe mit der von dir gewählten Überschrift. Jedes Programm beginnt mit der Zeile **Prgm** (Programm) und endet mit dem Befehl **EndPrgm.**



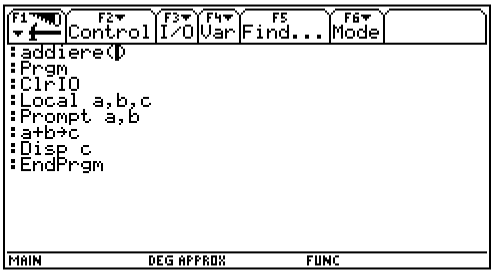


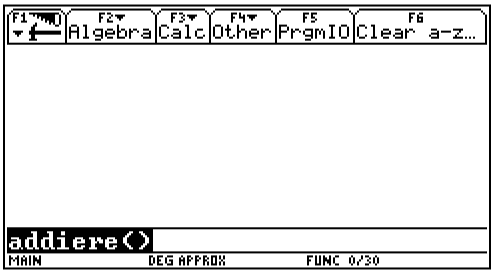
In die Zeilen mit dem vorangestellten Doppelpunkt schreiben wir unsere Befehle für den Computer. Merke dir folgende wichtigen Befehle:

- Du gelangst mit dem Cursor von Zeile zu Zeile.
- Mit der ENTER - Taste kannst du stets neue Zeilen eröffnen.
- Mit der ← - Taste kannst du leere Zeilen entfernen.
- Mit der CLEAR - Taste kannst du beschriebene Zeilen löschen.
- Bei Drücken der ↑ - Taste kannst du mit dem Cusor markieren.
- Mit gleichzeitigem Betätigen von ◆ und C „merkt“ sich der Computer den markierten Inhalt.
- Mit gleichzeitigem Betätigen von ◆ und V fügt der Computer diesen Inhalt am gewünschten Platz wieder ein (Cursor dort hinstellen!).
- Du kannst Klein- oder Großbuchstaben verwenden.
- Achte aber auf Leerzeichen, Beistriche, Klammern etc. Vergessene „Kleinigkeiten“ bringen jedes Programm zum Absturz!

1. **:ClrIO** heißt „*cl*ear *i*nput-*o*utput“. Der erste Befehl sollte in jedem Programm für einen leeren Bildschirm sorgen. Programme haben einen eigenen „ INPUT - OUTPUT - Bildschirm“ (Eingabe - Ausgabe - Bildschirm)
2. **:Local a,b,c** Damit unsere Variablen a und b nicht ständig belegt sind, sagen wir dem TI, daß a und b nur in diesem Programm verwendet werden sollen. (Nur an diesem „ORT“ = local dürfen a, b und c verwendet werden)
3. **:Prompt** a,b ist der Eingabebefehl. („prompt“: einsagen, soufflieren)
4. **:a+b→c** ist der Rechenbefehl. → erhältst du mit der STORE-Taste.
5. **:Disp c** heißt, daß das c am DISPLAY (= Disp) angezeigt wird.

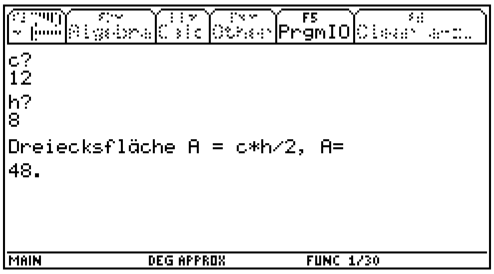
Mit ◆ [HOME] können wir das Programm ausprobieren.





Hast du das Programm aufgerufen und mit ENTER gestartet, sollte es laufen. Gib für a und b Werte ein, der TI berechnet ihre Summe. Willst du einen neuen Versuch, mußt du das Programm am HOME-Screen wieder aufrufen.

2) PROGRAMM ZUR FLÄCHENBERECHNUNG EINES DREIECKS:

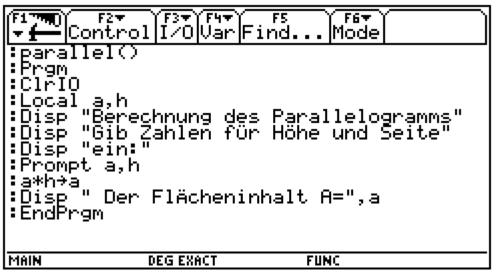


Bemerkung: Auch wenn du die Fläche mit A eingibst, schreibt der TI a.

Sollte einProgramm fehlerhaft sein, so teilt dir das der TI mit. Wenn du nach dieser Mitteilung ENTER drückst, zeigt dir der Cursor, **wo** der Fehler war!
Erstelle nun selbst ein Programm zur Berechnung der Fläche eines Parallelogramms und eines Trapezes.
Gib an wie dein Programm lautet:

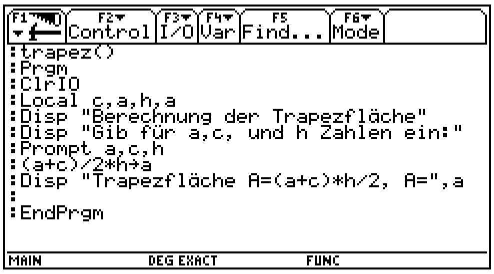
3) PROGRAMM ZUR FLÄCHENBERECHNUNG EINES PARALLELOGRAMMS:

(Für den Lehrer)



4) PROGRAMM ZUR FLÄCHENBERECHNUNG EINES TRAPEZES:

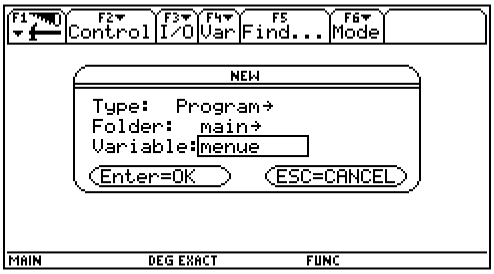
(Für den Lehrer)



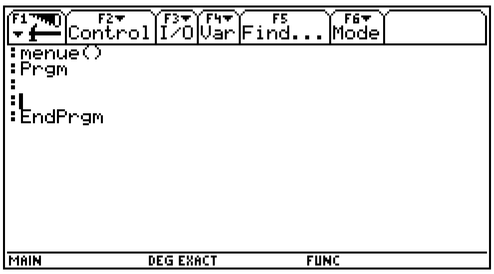
5) PROGRAMM FÜR EIN BENUTZERDEFINIERTES MENÜ:

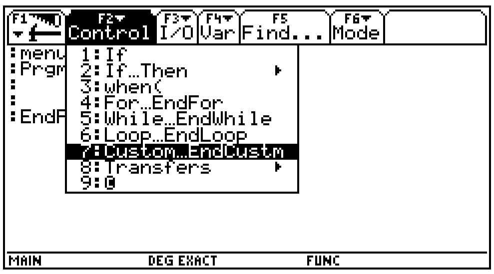
Es ist am TI-92 möglich, zusätzlich zu den vorhandenen Menüleisten, eigene (=benutzerdefinierte) Menüs zu erstellen. Wir wollen ein Menü „Flächeninhalte“ erstellen, wobei die bereits geschriebenen Programme: Dreieck( ), Parallel( ) und Trapez( ) als Untermenüs vorkommen und von dort direkt aufgerufen werden können. Im Laufe der Zeit werden wir in dieses Menü noch weitere Programme einfügen, z.B.: die Kreisfläche.

Wir starten die Programmierung mit

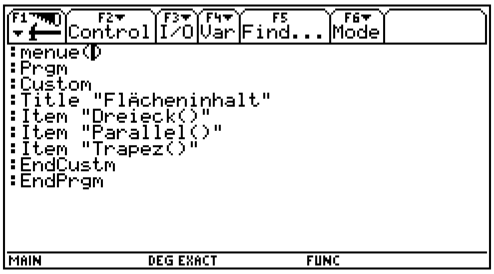


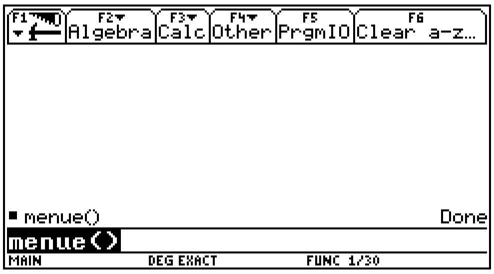
Es erscheint die übliche Programmstruktur.
Mit dem Befehl **F2:7: Custom....EndCustm** legt man eine Menüleiste an. (custom=auf Bestellung)



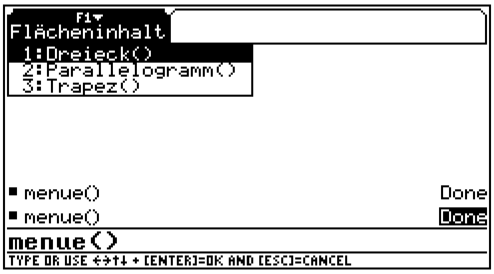


Die Überschrift des Menüs tragen wir unter „Title“, die Programmpunkte unter „Item“ ein. Der Text muß dabei unter Anführungszeichen stehen. Achte darauf, die richtigen Programmnamen einzugeben und vergiß nicht auf die leere Klammer! Um auszuprobieren, ob das Programm läuft, rufen wir es im Homescreen auf. Wenn nach Drücken der ENTER -Taste **Done** erscheint, ist alles bestens.





Das Menü soll nun aufgerufen werden. Das geschieht mit 2nd Custom und F1 (Achtung: Mit 2nd **Custom** oder ESC kommen wir auch wieder zurück zu unserem gewohnten Bildschirm!) In der neuen Menüleiste lassen sich mittels Cursor die einzelnen Programmpunkte anwählen!



6) Programm mit einer „Verzweigung“ IF - THEN - ELSE:

Bei manchen mathematischen Problemen können zwei Möglichkeiten auftreten.
Beispiel: Entweder es ist eine Zahl durch 3 teilbar oder nicht, entweder es ist ein Dreieck rechtwinkelig oder nicht.

Programm zur Überprüfung, ob ein durch drei Seiten gegebenes Dreieck rechtwinkelig ist.

Wir wissen folgende Aussagen sind äquivalent:

$a^2 + b^2 = c^2 \quad \Leftrightarrow \quad$ Das Dreieck ist rechtwinkelig

Überlege, welche Struktur ein Programm haben müßte, daß nach Eingabe der Seitenlängen auf Rechtwinkeligkeit prüft und das Ergebnis der Überprüfung mitteilt.

Seiteneingabe → $a^2 + b^2$ und c^2 ausrechnen

→ wenn $a^2 + b^2 = c^2$ / **IF** $a^2 + b^2 = c^2$ → dann rechtwinkelig / **THEN** rechtwinkelig

→ sonst nicht rechtwinkelig / **ELSE** nicht rechtwinkelig

Beim Programmieren tritt eine **IF -THEN - ELSE** Verzweigung auf. Sie wird mit **IFEND** beendet.
Versuche nun allein ein Programm zu erstellen. Solltest du Hilfe brauchen, frage deinen Lehrer, einen Mitschüler, eine Mitschülerin oder (letzter Ausweg):

UNTERSUCHUNG VON QUADRATISCHEN FUNKTIONEN MIT DEM TI-92 – KONTROLLBLATT

Funktionen f: $x \to k \cdot x + d$ heißen lineare Funktionen. In ihnen kommt nur x (linear) vor.
Funktionen f: $x \to a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ (a,b,c sind reelle Zahlen) heißen quadratische Funktionen.

Wähle für alle Zeichnungen folgende Window-Einstellung: xmin: -20 ; xmax: 20 xscl:2
ymin: -10; ymax: 10 yscl:1

1) Die Funktion $y = x^2$ soll untersucht werden

Zeichne die Funktion und überlege Definitionsbereich und Wertebereich. Fülle die Tabelle aus. **F3: Trace**; Eintippen des x-Wertes

x	-2	-3	0	1,5	¾	-π	$\sqrt{3}$	-13/5
y	4	9	0	2,25	9/16=0.5625	π^2=9,86960...	3	169/25=6,76

Definitionsbereich: Alle reellen Zahlen können für x eingesetzt werden: D = R
Wertemenge: y nimmt nur positive Zahlen an: $W = R^+$
Welche Eigenschaften fallen am Graph der Funktion auf?
(1) Die Parabel ist nach oben offen.
(2) Die Parabel geht durch den Nullpunkt.
(3) Die Parabel liegt ober der x- Achse.
(4) Die Parabel ist symmetrisch bezüglich der y-Achse.
(5) Die Parabel ist für negative x (streng monoton) fallend, für positive x steigend.

Die Funktion $y = x^2$ ist symmetrisch bezüglich der 2. Achse.
$\forall x \in R$ gilt : **F (x) = F (-x)**. Funktionen, für die diese Beziehung gilt, heißen **gerade**.

2. Untersuchung von Funktionen der Form $y = a \cdot x^2$

Setze hintereinander die Werte für a mit 1; 2; 3; 4; 0.75; 0.5; 0.25 eingesetzt. Zeichne alle Parabeln in **ein** Koordinatensystem und achte auf ihre Form!

Ergebnis:

Ist a > 1 , so ist die Parabel schlanker (schmäler, weniger breit) als die Grundparabel $y = x^2$.
Ist 0 < a < 1 , so ist die Parabel breiter als die Grundparabel $y = x^2$.

Lösche alle Zeichnungen, bevor du weiter arbeitest!
Gib nun für a die Zahlen - 1, - 2, - 3, - 0.75, - 0.5, - 0.25 ein. Zeichne alle Parabeln.

Ergebnis:

Ist a < - 1 , so ist die Parabel schlanker (schmäler, weniger breit)als die Grundparabel $y = x^2$.
Ist –1 < a < 0 , so ist die Parabel breiter als die Grundparabel $y = x^2$.

Merke dir:
Der Graph der Funktion $y = a \cdot x^2$ ist mit a > 0 nach oben offen (Man sagt: hat ein Minimum)
und mit a < 0 nach unten offen. (Man sagt: hat ein Maximum)
Skizziere in ein Koordinatensystem (Kurven beschriften!) $y = x^2$; $y = -x^2$; $y = 2x^2$; $y = -0.25x^2$

3. Untersuchung von Funktionen der Form $y = a \cdot x^2 + c$

Welche Auswirkungen hat das konstante Glied c auf die Lage der Parabeln?
Für a soll stets der Wert 1 gesetzt werden, während c der Reihe nach 0, 1, 2, 3, -1, -2, -4 annimmt, gib also $y1(x) = x^2$, $y2(x) = x^2 + 1$; $y3(x) = x^2 + 2$ usw. ein und zeichne alle Parabeln in **ein** Koordinatensystem.

Untersuche mit **F3: Trace** den gesuchten Funktionswert von verschiedenen Parabeln.

Funktion	x	y	Funktion	x	y	Funktion	x	y
$y_1(x) = x^2$	0	0	$y_5(x) = x^2 - 1$	0	-1	$y_1(x) = x^2 + 1$	3	4
$y_2(x) = x^2 + 1$	0	1	$y_6(x) = x^2 - 2$	0	-2	$y_2(x) = x^2 + 1$	-2	5
$y_3(x) = x^2 + 2$	0	2	$y_7(x) = x^2 - 4$	0	-4	$y_3(x) = x^2 + 2$	2	6
$y_4(x) = x^2 + 3$	0	3	$y_2(x) = x^2 + 1$	1	2	$y_4(x) = x^2 + 3$	1	4

Ergebnis:

Die Zahl c verschiebt die Parabel längs der y- Achse um die Strecke c. An jeder Stelle x ist der Funktionswert von $y = x^2 + c$ um c größer als der von $y = x^2$.

Skizziere am Ende des Blattes in ein Koordinatensystem (Kurven beschriften!) $y = x^2$; $y = x^2 + 2$; $y = x^2 - 4$

4. Untersuchung von Funktionen der Form $y = a \cdot x^2 + b \cdot x$

Lösche alle Funktionen von Punkt 3.
Welche Auswirkungen hat das lineare Glied b auf die Lage der Parabeln?
Für a soll stets der Wert 1 gesetzt werden, während b der Reihe nach 0, 4, -4 annimmt. Zeichne alle Parabeln in **ein** Koordinatensystem. Wähle selbst andere Werte!

Ergebnis:

Durch das lineare Glied b.x verschiebt sich die Parabel im Koordinaten-system. Sie ist nicht mehr symmetrisch zur 2. Achse.

Lösche alle Funktionen! Stelle ymin: -5 ymax: 15 ein!

5. Untersuchung von Funktionen der Form $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

Die Koeffizienten werden mit a = 1, b = 4, c = -2 festgelegt. Wir denken uns die gegebene Funktion aus Teilfunktionen zusammengesetzt und zeichne $y1(x) = x^2$,$y2(x) = 4x$, $y3(x) =- 2$ und $y = x^2 + 4x - 2$. Untersuche mit F3 an ein und derselben x - Stelle die Funktionswerte der verschiedenen Funktionen. Notiere diese in der Tabelle, was fällt auf?

x- Wert	$y1(x) = x^2$	$y2(x) = 4x$	$y3(x) = -2$	$y1(x) + y2(x) + y3(x)$	$y4(x) = x^2+4x-2$
0	0	0	-2	-2	-2
2	4	8	-2	10	10
-1	1	-4	-2	-5	-5
2,5	6,25	10	-2	14,25	14,25

Ergebnis:
Der Funktionswert einer „zusammengesetzten Funktion“ lässt sich als Summe aus den Einzelfunktionen berechnen! Wähle selbst andere Werte für die Konstanten! Kannst du herausfinden, wann eine Parabel links oder rechts von der y-Achse liegt?

6. Prüfe Deinen Partner! Gib eine Funktion ein, zeichne sie. Dein Partner soll nur aus der Zeichnung den Funktionsterm finden!

UNTERSUCHUNG VON QUADRATISCHEN FUNKTIONEN MIT DEM TI-92

Überprüfe deine Antworten am Kontrollblatt und korrigiere gegebenenfalls!

Funktionen f: $x \to k \cdot x + d$ heißen lineare Funktionen. In ihnen kommt nur x (linear) vor.
Funktionen f: $x \to a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ (a,b,c sind reelle Zahlen) heißen quadratische Funktionen.

Wähle für alle Zeichnungen folgende Window-Einstellung: xmin: -20 ; xmax: 20 xscl:2
ymin: -10; ymax: 10 yscl:1

1) Die Funktion $y = x^2$ soll untersucht werden.

Zeichne die Funktion und überlege Definitionsbereich und Wertebereich. Fülle die Tabelle aus. **F3: Trace**; Eintippen des x-Wertes

x	-2	-3	0	1,5	¾	$-\pi$	$\sqrt{3}$	-13/5
y								

Definitionsbereich: ....
Wertemenge: ....
Welche Eigenschaften fallen am Graph der Funktion auf?
(1) Die Parabel ....
(2) Die Parabel ....
(3) Die Parabel ....
(4) Die Parabel ....
(5) Die Parabel ....

Die Funktion $y = x^2$ ist symmetrisch bezüglich der 2. Achse.
$\forall x \in R$ gilt : **F (x) = F (-x)**. Funktionen, für die diese Beziehung gilt, heißen **gerade**.

2. Untersuchung von Funktionen der Form $y = a \cdot x^2$

Setze hintereinander die Werte für a mit 1; 2; 3; 4; 0.75; 0.5; 0.25 eingesetzt. Zeichne alle Parabeln in **ein** Koordinatensystem und achte auf ihre Form!

Ergebnis:
Ist $a > 1$, so ist die Parabel ....als die Grundparabel $y = x^2$.
Ist $0 < a < 1$, so ist die Parabel ....als die Grundparabel $y = x^2$.

Lösche alle Zeichnungen, bevor du weiter arbeitest!

Gib nun für a die Zahlen - 1, - 2, - 3, - 0.75, - 0.5, - 0.25 ein. Zeichne alle Parabeln.

Ergebnis:
Ist $a < -1$, so ist die Parabel ....als die Grundparabel $y = x^2$.
Ist $-1 < a < 0$, so ist die Parabel ....als die Grundparabel $y = x^2$.

Merke dir:
Der Graph der Funktion $y = a \cdot x^2$ ist mit $a > 0$ ....(Man sagt: hat ein Minimum)
und mit $a < 0$ ....(Man sagt: hat ein Maximum)
Skizziere in ein Koordinatensystem (Kurven beschriften!) $y = x^2$; $y = -x^2$; $y = 2x^2$; $y = -0.25x^2$

3. Untersuchung von Funktionen der Form $y = a \cdot x^2 + c$

Welche Auswirkungen hat das konstante Glied c auf die Lage der Parabeln?
Für a soll stets der Wert 1 gesetzt werden, während c der Reihe nach 0, 1, 2, 3, -1, -2, -4 annimmt, gib also $y1(x) = x^2$, $y2(x) = x^2 + 1$; $y3(x) = x^2 + 2$ usw ein und zeichne alle Parabeln in **ein** Koordinatensystem.

Untersuche mit **F3 Trace** den gesuchten Funktionswert von verschiedenen Parabeln.

Funktion	x	y	Funktion	x	y	Funktion	x	y
$y_1(x) = x^2$	0		$y_5(x) = x^2 - 1$	0		$y_1(x) = x^2 + 1$	3	
$y_2(x) = x^2 + 1$	0		$y_6(x) = x^2 - 2$	0		$y_2(x) = x^2 + 1$	-2	
$y_3(x) = x^2 + 2$	0		$y_7(x) = x^2 - 4$	0		$y_3(x) = x^2 + 2$	2	
$y_4(x) = x^2 + 3$	0		$y_2(x) = x^2 + 1$	1		$y_4(x) = x^2 + 3$	1	

Ergebnis:

Skizziere am Ende des Blattes in <u>ein</u> Koordinatensystem (Kurven beschriften!) $y = x^2$; $y = x^2 + 2$; $y = x^2 - 4$

4. Untersuchung von Funktionen der Form $y = a \cdot x^2 + b \cdot x$

Lösche alle Funktionen von Punkt 3.
Welche Auswirkungen hat das lineare Glied b auf die Lage der Parabeln?
Für a soll stets der Wert 1 gesetzt werden, während b der Reihe nach 0, 4, -4 annimmt. Zeichne alle Parabeln in **ein** Koordinatensystem. Wähle selbst andere Werte!

Ergebnis:

Lösche alle Funktionen! Stelle ymin: -5 ymax: 15 ein!

5. Untersuchung von Funktionen der Form $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

Die Koeffizienten werden mit a = 1, b = 4, c = -2 festgelegt. Wir denken uns die gegebene Funktion aus Teilfunktionen zusammengesetzt und zeichne $y1(x) = x^2$, $y2(x) = 4x$, $y3(x) = -2$ und $y = x^2 + 4x - 2$. Untersuche mit F3 an ein und derselben x - Stelle die Funktionswerte der verschiedenen Funktionen. Notiere diese in der Tabelle, was fällt auf?

x- Wert	$y1(x) = x^2$	$y2(x) = 4x$	$y3(x) = -2$	$y1(x) + y2(x) + y3(x)$	$y4(x) = x^2+4x-2$
0					
2					
-1					
2,5					

Ergebnis: Der Funktionswert einer „zusammengesetzten Funktion“ lässt sich als Summe aus den Einzelfunktionen berechnen!
Wähle selbst andere Werte für die Konstanten! Kannst du herausfinden, wann eine Parabel links oder rechts von der y-Achse liegt?

6. Prüfe Deinen Partner! Gib eine Funktion ein, zeichne sie. Dein Partner soll nur aus der Zeichnung den Funktionsterm finden!

PERIPHERIEWINKEL – SEHWINKEL

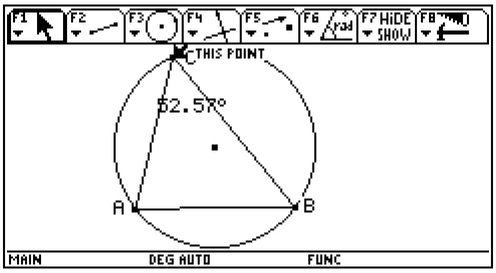
1. PERIPHERIEWINKEL
(Griechisch: peripher – am Rande befindlich)

Errichtet man über einer Kreissehne einen Winkel, dessen Scheitel am Kreisrand liegt, so spricht man von einem ***Peripheriewinkel***.

2. DEN EIGENSCHAFTEN VON PERIPHERIEWINKELN MIT HILFE DES TI AUF DER SPUR!

1. Teil:

Öffne über APPS das Geometriefenster und führe folgende Schritte durch: (Siehe fertige Zeichnung! Vergiss nicht, warten auf THIS POINT!)
F3: 1 Circle (Zeichne einen so großen Kreis, dass er noch gut sichtbar ist!)
F2: 5 Segment (Es wird eine Kreissehne AB festgelegt!)
F2: 2 Point on Objekt (Scheitel C fixieren!)
F2: 5 Segment (Schenkel zeichnen!)
F6 :3 Angle (Punkte A, C und B der Reihe nach anklicken!)



Nimm nun C mit der – Taste (ev. vorher **F1: Pointer**) und verschiebe den Scheitel C am **längeren** Kreisbogen.

Erkenntnis 1:...

2. Teil:

Nimm nun C mit der „Hand“ – Taste (ev. vorher F1: Pointer) und verschiebe den Scheitel C am **kürzeren** Kreisbogen.

Erkenntnis 2:.Der Peripheriewinkel am kürzeren Bogen ist nicht mehr spitz, sondern...........,

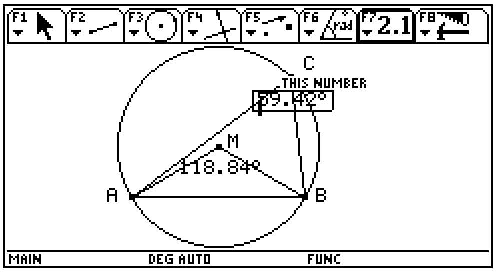
aber es gilt auch hier:..

Für helle Köpfe:
Kannst du zwischen den Winkeln am längeren und am kürzeren Kreisbogen einen Zusammenhang erkennen?

Erkenntnis 3:...

3. Teil:

Lege den Punkt C wieder auf den längeren Kreisbogen. Ziehe von A und von B Schenkel zum Kreismittelpunkt. Ein Zentriwinkel entsteht. (Scheitel = Kreiszentrum). Miss seine Größe!
Vergleiche mit der Abbildung!



Zwischen den Größen des Peripheriewinkels (spitz) und seines zugehörigen Zentriwinkels besteht ein Zusammenhang. Um diesen zu finden, zeichne entweder ca. 5 unterschiedliche Segmente oder benütze die Ergebnisse von Freunden und trage sie in die folgende Tabelle ein.

C1: Peripheriewinkel φ (spitz)	C2: Zentriwinkel ε

Übertrage in den DATA MATRIX EDITOR und suche einen Zusammenhang!
(z.B.: φ + ε = 180 ??? oder φ * ε = ??? oder ?????)

Erkenntnis 4:..

☺ **Für helle Köpfe:**
Nimmst du den Punkt C am kürzeren Kreisbogen an, scheint der Zusammenhang nicht zu stimmen! Zu einem stumpfen Peripheriewinkel gehört als Zentriwinkel $\omega = 360^o - \varepsilon$.
Siehe Zeichnung!

Wiederhole mit stumpfen Peripheriewinkeln. Zeichne entweder ca. 5 unterschiedliche Segmente oder benütze die Ergebnisse von Freunden und trage sie in die folgende Tabelle ein.

C1: Peripheriewinkel φ (stumpf)	C2: Zentriwinkel $\omega = 360^o - \varepsilon$

Übertrage in den DATA MATRIX EDITOR und suche einen Zusammenhang!
(z.B.: φ + ω = 180 ??? oder φ * ω = ??? oder ?????)

Erkenntnis 5:..
Nun sind alle Geheimnisse entdeckt und wir fassen die Erkenntnisse zu einem Satz zusammen!

Trage hier den Satz vom Peripheriewinkel ein! (Laufdiktat am Kontrollblatt!)

☺🕯 **Für helle Köpfe:**
Welcher Satz ist ein Sonderfall des Peripheriewinkelsatzes? Begründe!

---

3. SEHWINKEL

✍ **Lies genau!**
Wenn wir weiter entfernte Objekte betrachten (z.B. Sterne, eine See, etc.), sehen wir sie unter einem bestimmten Sehwinkel. Wenn du z.B. den Tisch vor dir ansiehst, so ist der Sehwinkel der Winkel zwischen dem einen Tischende und dem Auge und dem anderen Tischende und deinem Auge. Du denkst dir also von deinem Auge zwei Sehstrahlen (=Schenkel) zu Anfang und Ende des betrachteten Gegenstandes gezogen. Der Winkel dazwischen heißt Sehwinkel.
Beachte: Näherst du dich einem Gegenstand, so vergrößert sich der Sehwinkel, entfernst du dich, wird er immer kleiner. Weit entfernte Gegenstände betrachten wir durch ein Fernrohr. Fernrohre sind optische Geräte, die den Sehwinkel vergrößern, d.h. einen Gegenstand näher heran holen. Sterne sind groß genug, sie werden durch das Fernrohr nicht vergrößert, nur uns näher gebracht! Mikroskope hingegen vergrößern kleine Objekte.

Frage: Wo müssen sich zwei Schiffe befinden, von denen aus die Insel Geometria (Längsausdehnung) unter gleichem Winkel erscheint?

Lösung am Kontrollblatt!

Aufgabe:
Gegeben ist eine Strecke AB = 4 cm. Ermittle alle jene Punkte, von denen aus die Strecke AB unter dem Sehwinkel $\varphi = 40^0$ erscheint!

KONTROLLBLATT

Erkenntnis 1:.......*Alle Peripheriewinkel am längeren Kreisbogen sind gleich groß*.........

2. Teil:

Nimm nun C mit der ✋ – Taste (ev. vorher **F1: Pointer**) und verschiebe den Scheitel C am **kürzeren** Kreisbogen.

Erkenntnis 2: Der Peripheriewinkel am kürzeren Bogen ist nicht mehr spitz, sondern *stumpf*,

aber es gilt auch hier:.... *Alle Peripheriewinkel am kürzeren Kreisbogen sind gleich groß*......

☺🕯 **Für helle Köpfe:**

Kannst du zwischen den Winkeln am längeren und am kürzeren Kreisbogen einen Zusammenhang erkennen?

Erkenntnis 3:........Zwei Peripheriewinkel, die oberhalb und unterhalb einer Kreissehne liegen, ergänzen sich auf 180^o (Supplementärwinkel). ....

Erkenntnis 4:.......Der Peripheriewinkel ist halb so groß wie der zugehörige Zentriwinkel.......

☺🕯 **Für helle Köpfe:**

Erkenntnis 5:.......Der Peripheriewinkel ist halb so groß wie der zugehörige Zentriwinkel.......

Satz vom Peripheriewinkel :

Alle Peripheriewinkel, die am gleichen Kreisbogen liegen sind gleich groß.

Alle Peripheriewinkel sind halb so groß wie der zugehörige Zentriwinkel.
(Bei stumpfen Peripheriewinkeln wird der größere Zentriwinkel genommen!)

Peripheriewinkeln die oberhalb und unterhalb einer Sehne liegen (spitz und stumpf) ergänzen sich auf 180^o.

JAHRESPLANUNG MATHEMATIK 4. KLASSE REALGYMNASIUM

Monat	Lerninhalte	Lerninhalte mit dem TI-92
09	Wiederholung: Termrechnung, auch Bruchterme Berechnungen im rechtwinkeligem Dreieck, Herleiten einer Formel für den Inkreisradius, Abstandsberechnung zwischen zwei Punkten im Koordinatensystem – Herleiten einer allgemeinen Formel	Widerholung : Eingabe am TI, Funktionen am TI, Abspeichern von Formeln am TI und Belegen der Variablen mit Zahlenwerten
10	Wiederholung: Zinseszinsrechnung	Arbeiten mit dem Sequence-modus, Folgen in Term- und rekursiver Darstellung, graphische Veranschaulichung am TI
	Einführung der Wurzeln als Seitenlänge eines Quadrates mit gegebenem Flächeninhalt über das Heronverfahren Irrationale Zahlen, Einschranken von Wurzeln	Iteratives Vorgehen mit dem Heronverfahren – irrationale Zahl Methode der Intervallschachtelung
	Kreisumfang, die Zahl π, Kreisbogen Umkehraufgaben, Anwendungsbeispiele	Experimentelle Ermittlung von π, Arbeiten mit dem Data-M-E
	Konstruktion von Wurzeln – Zahlbereiche	
11	Rechnen mit Wurzeln	Rechenregeln selbsttätig erarbeiten
	Kreisfläche, Kreissegment, Umkehraufgaben, Anwendungsbeispiele Berechnung von Flächenstücken, die in Kreisteile zerlegt werden können, Aufstellen von allgemeinen Formeln	Überprüfen der Äquivalenz verschiedener Formeln mit verschiedenen Methoden
12	Herausheben gemeinsamer Faktoren, binomische Formeln, $a^3 – b^3$, $(a + b)^3$	
	Kathetensatz und Höhensatz	
	Anwendung des pythagoräischen LS auf besondere Dreiecke und im Quadrat	
01	Anwendung des pythagoräischen LS (Berechnungen im Parallelogramm, Trapez, Deltoid)	Eingabe von Potenzen.
	Lösen von Gleichungen-Textgleichungen	TI zur Probe mit unterschiedlichen Methoden
	Bruchterme	F2:6:comdenom
02	Erweitern und Kürzen, Addieren und Subtrahieren von Bruchtermen, Definitionsmenge	TI zur Probe mit unterschiedlichen Methoden
	Anwendung des pythagoräischen LS(Würfel, Quader, Prisma), Kubikwurzel	Kubikwurzel
	Drehzylinder	

Monat	Lerninhalte	Lerninhalte mit dem TI-92
02	Herleiten des Raum- und Flächeninhalts von Werkstücken	TI zum Umformen von Formeln,
03	Pyramiden	TI zum Überprüfen der Äquivalenz von Ausdrücken.
	Multiplikation und Division von Bruchtermen, Herausheben	
04	**Offenes Lernen:** Lineare Funktionen	TI zum Erarbeiten neuer Inhalte, Windowseinstellungen, Graphikfenster
	Quadratische Funktionen	TI zum eigenständigen Erarbeiten neuer Inhalte, Windowseinstellungen, Graphikfenster
	Lösen von Bruchgleichungen	TI als Probe
	Kegel	
05	Polynomdivision	
	Lösen von Gleichungssystemen, graphisches Lösen, Lösungsmethoden	Graphische Veranschaulichung mit TI, Schnittpunkt graphisch ermitteln,und berechnen
06	Ortslinien	Erarbeitung mit TI, Animation
	Zusammenhang zweier Merkmale	Punktwolke, Ausgleichsgerade
	Peripherie-und Zentriwinkel	Eigenständiges Erarbeiten