BspNr: H0211

Themenbereich	
Trigonometrie – Anwendungen	
Ziele	**vorhandene Ausarbeitungen**
• Bessere Korrelation von Graphen und Funktionstermen • Fächerübergreifender Unterricht – Verbindung mit Klimageographie • Verständnis für den Zusammenhang von periodischen Vorgängen mit trigonometrischen Funktionen	MUPAD (H0211a)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	H0210, H0212
Lehrplanbezug (Österreich):	6. Klasse
Quelle: Walter Wegscheider (nach: Tania Koller, „Fächerübergreifende Anwendungen der Winkelfunktionen“)	

Eingangsvoraussetzungen

- Kenntnis der Formel für Schwingungen $s(t) = r \cdot \sin(\omega \cdot (t + \varphi)) + c$
  (mit Berücksichtigung von Phasenverschiebungen)
- Interpretation von Amplitude, Frequenz und Phasenverschiebung einfacher Sinusschwingungen, ablesen der Werte aus dem Graphen
- Klimatische Kennwerte europäischer Länder, Grundkenntnisse über den Jahresverlauf der Temperatur

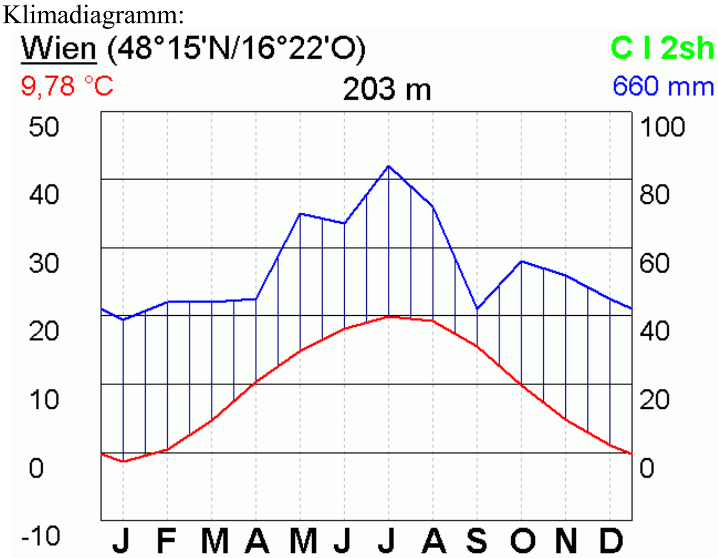
Welches Wetter herrscht in Wien?

Angabe:
Die Lufttemperatur schwankt täglich und hängt von zahlreichen Einflüssen ab. Untersucht man jedoch den Verlauf der langjährigen Monatsmittelwerte, so lassen sich eine Fülle von Gesetzmäßigkeiten erkennen. Einerseits können geographisch-klimatische Kennwerte verknüpft werden. Andererseits ist die bei Verbindung der Messwerte entstehende Funktion durch ihre Periodizität ein typischer Vertreter eines bestimmten Funktionstypus.

Messwerte am Beispiel von Wien:

Wien	Durchschnittliche **Tagestemperaturen** in °C
Januar	-1,4
Februar	0,4
März	4,7
April	10,3
Mai	14,8
Juni	18,1
Juli	19,9
August	19,3
September	15,6
Oktober	9,8
November	4,8
Dezember	1,0

Klimadiagramm:



Fragen:
a) Stelle die aus der Tabelle übernommenen Werte in einem CAS als Plot dar

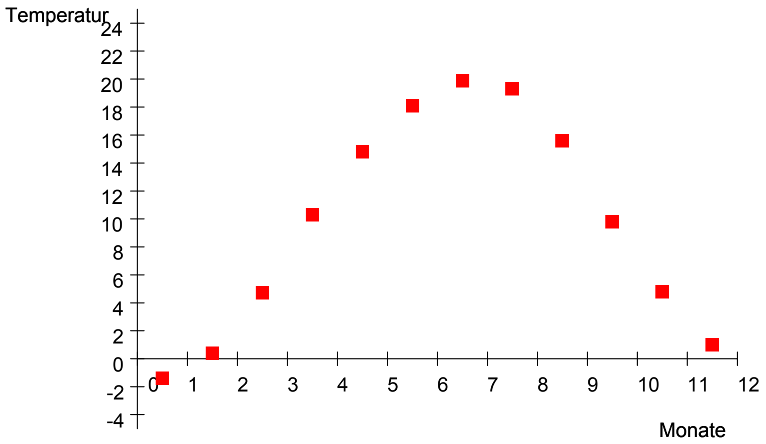
b) Welcher typische Verlauf lässt sich ablesen? – versuche, einen funktionalen Zusammenhang zwischen der Jahreszeit und Temperatur zu finden. Interpretiere den dabei entstehenden Funktionsterm.

BspNr: H0211a

Ausarbeitung (System: MUPAD)

ad a)

- `Werte := [-1.4,0.4,4.7,10.3,14.8,18.1,19.9,19.3,15.6,9.8,4.8,1.0]:`
- `PlotPunkte := plot::Pointlist([i-0.5,Werte[i]] $ i = 1..12, PointStyle = FilledSquares, PointWidth = 50):`
- `plot(PlotPunkte, AxesOrigin = [0,0], ViewingBox = [0..12,-5..25], Ticks = [12,15], Labels = ["Monate","Temperatur"])`



Bei Betrachtung des Plots fällt die typische Form der Sinus-Kurve deutlich ins Auge! Wir werden nun versuchen, die entsprechenden Koeffizienten der Funktion zu finden.

Koeffizienten der Funktion $s(t) = r \cdot \sin(\omega \cdot (t + \varphi)) + c$:

a	...	Amplitude	***ω***	...	Kreisfrequenz
φ	...	Phasenverschiebung (in *x*-Richtung)	***c***	...	Verschiebung (in *y*-Richtung)

Amplitude: wir betrachten die Spannweite zwischen der tiefsten und höchsten Durchschnittstemperatur
(19.9° – (-1.4°)) / 2 = 21.3° / 2 = 10.65°

Kreisfrequenz: Monate als Einheit
2π/12

Verschiebung: in *y*-Richtung, wir betrachten wieder die Amplitude und berechnen den Mittelwert des Temperaturgangs:
-1.4 + 10.65 = 9.25

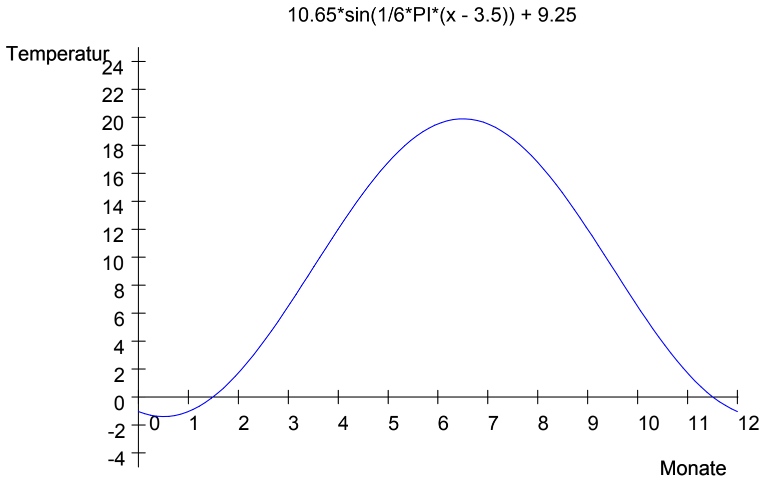
Verschiebung: in *x*-Richtung
ca. 3.5 Monate zurück (Tag/Nacht-Gleiche wäre Mitte März = 2.5 Monate Verschiebung gegen den 1.Jänner – in Wirklichkeit „hängt“ die Temperatur dank der Speicherwirkung des Bodens ca. 1 Monat nach! – am wärmsten ist es nicht zur Sonnenwende im Juni, sondern Ende Juli/Anfang August).

Unsere gesuchte Funktion lautet daher:
10.65 · sin (π/6 · (*x* - 3.5)) + 9.25

Wir betrachten jetzt den Funktionsplot – die Übereinstimmung ist offensichtlich:

- `klima(x):=10.65*sin(PI/6*(x-3.5))+9.25`

$$10.65 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot (x - 3.5)}{6}\right) + 9.25$$



- `plotfunc2d(klima(x),x = 0..12, AxesOrigin = [0,0], ViewingBox = [0..12,-5..25], Ticks = [12,15], Labels = ["Monate","Temperatur"])`

Anschließend legen wir Funktionsplot und die Einzelpunkte übereinander:

- `PlotKurve := plot::Function2d(klima(x),x = 0..12):`
- `plot(AxesOrigin = [0,0], ViewingBox = [0..12,-5..25], Ticks = [12,15], Labels = ["Monate","Temperatur"], PlotKurve, PlotPunkte)`