

BspNr: H0010

Themenbereich	
Trigonometrie, Extremwertaufgabe	
Ziele	vorhandene Ausarbeitungen
<ul style="list-style-type: none"><li>Fächerübergreifender Unterricht</li><li>Bessere Korrelation von Graphen und Funktionstermen</li></ul>	TI-92 (H0010a)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	H0011
Lehrplanbezug (Österreich):	8. Klasse
Quelle: Franz Hauser	

## Beleuchtung einer Straßenfläche

### Eingangsvoraussetzungen:

- Interpretation einfacher trigonometrischer Funktionen, ablesen der Werte aus dem Graphen
- Kenntnisse der Differentialrechnung
- Physikalische Begriffe wie Leuchtstärke und Beleuchtungsstärke

### Angabe:

Eine 10 m breite Straße wird durch seitlich aufgestellte, einander gegenüber befindliche und gleich hohe Laternen gleicher Lichtstärke beleuchtet. Für die Beleuchtungsstärke der Straßenbreite wird nur ein Laternenpaar berücksichtigt. Die anderen, weiter weg stehenden Laternen werden vernachlässigt.

Durch Messung der Beleuchtungsstärke vom Straßenrand zur Straßenmitte hin ergeben sich folgende Werte:

Abstand $x$ in m vom Straßenrand	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Beleuchtungsstärke	2,89	2,86	2,73	2,61	2,39	2,19	1,98	1,73	1,6	1,52	1,5

### Fragen:

- 1) Stelle die aus der Tabelle übernommenen Werte für die ganze Straßenbreite in einem CAS als Plot dar.
- 2) Welcher typische Verlauf lässt sich ablesen? Versuche, einen funktionalen Zusammenhang zwischen dem Abstand  $x$  vom Straßenrand und der Beleuchtungsstärke zu finden. Interpretiere den dabei entstehenden Funktionsterm.
- 3) Die Beleuchtungsstärke ist zum Quadrat der Entfernung indirekt proportional und zum Cosinus des Lichteinfallwinkels direkt proportional. Bei welcher Laternenhöhe wird die Straßenmitte am besten ausgeleuchtet?

BspNr: H0010a

## Ausarbeitung (System: TI-92)

ad 1)

Eingabe der Werte:

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA						
	c1	c2	c3	c4	c5	
15	7	1,98				
16	7,5	2,19				
17	8	2,39				
18	8,5	2,61				
19	9	2,73				
20	9,5	2,86				
21	10	2,89				
▶21 c2=2.89						
MAIN	RAD	AUTO	FUNC			

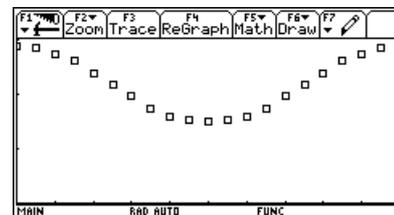
Festlegen der Plotdefinition

main\title Plot 1	
Plot Type.....	Scatter →
Mark.....	Box →
x.....	c1
y.....	c2
Hist. Graph Width:	1
Use Freq and Categories?	NO →
Frequency.....	
Category.....	
(Include Data).....	C
Enter=SAVE      ESC=CANCEL	
USE ← AND → TO OPEN CHOICES	

Windows-Einstellungen herrichten

F1	F2
Zoom	
xmin=0.	
xmax=10.	
xsc1=1.	
ymin=0.	
ymax=8.	
ysc1=1.	
xres=2.	
MAIN	RAD AUTO FUNC

Graph-Fenster, Plot betrachten



ad 2)

Bei Betrachtung des Plots fällt die typische Form der Cosinus-Kurve deutlich ins Auge! Wir werden nun versuchen, die entsprechenden Koeffizienten der Funktion zu finden.

**Koeffizienten der Funktion**  $B(x) = a \cdot \cos(\omega \cdot x) + c$

**a** ... Amplitude

$\omega$  ... Kreisfrequenz

**c** ... Verschiebung (in y-Richtung)

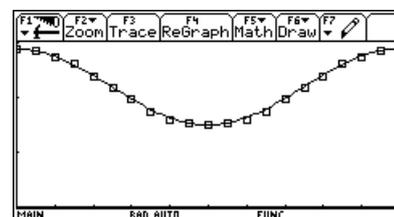
**Amplitude:** wir betrachten die Spannweite zwischen der tiefsten und höchsten Beleuchtungsstärke  
 $(2,89 - 1,5) / 2 = 0,695$

**Kreisfrequenz:**  $2\pi/10$

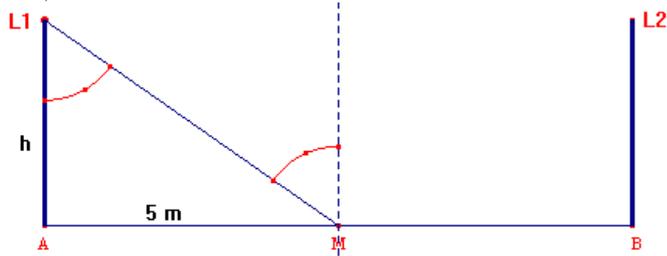
**Verschiebung** in y-Richtung: wir betrachten wieder die Amplitude und berechnen den Mittelwert des Beleuchtungsstärke:  $(2,89 + 1,5) : 2 = 2,195$

Unsere gesuchte Funktion lautet daher:  $B(x) = 0,695 \cdot \cos(2\pi/10 \cdot x) + 2,195$

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Zoom	Edit	All	Style			
*PLOTS 1						
✓Plot 1: [ ] x:c1 y:c2						
✓y1=.695*cos(2π/10·x)+2.195						
y2=						
y3=						
y4=						
y5=						
y6=						
y7=						
y8=						
y2(x)=						
MAIN	RAD	AUTO	FUNC			



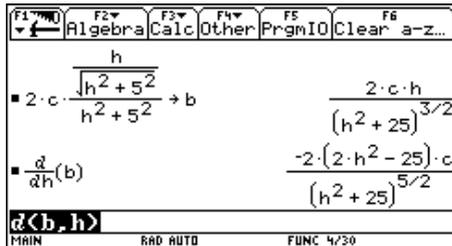
ad 3)



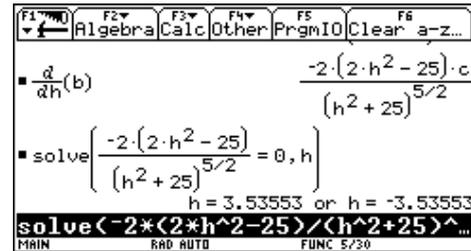
Beleuchtungsstärke in der Straßenmitte:

$$B(h) = 2c \cdot \frac{\cos \alpha}{h^2 + 5^2} = 2c \cdot \frac{h}{\sqrt{h^2 + 5^2}} \quad (c \text{ konstant})$$

Eingeben und speichern des Funktionsterms



Ermitteln der Laternenhöhe durch Nullsetzen der 1. Ableitung



Bei einer Laternenhöhe von ca. 3,5 m wird die Straßenmitte am besten ausgeleuchtet.