

Themenbereich	
Finanzmathematik (Investitionsrechnung)	
Ziele	vorhandene Ausarbeitungen
<ul style="list-style-type: none"> • Textanalyse • Methoden der dynamischen Investitionsrechnung • numerische Methoden 	TI-92 (G0014a), Übertrag auf DERIVE möglich
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	G0010, G0011, G0012, G0013, G0015 (Anhang)
Lehrplanbezug (Österreich):	6. bis 8. Klasse
Quelle: Josef Böhm	

Finanzmathematik (5)

Angabe:

Für eine unbedingt notwendige Investition werden 3 Angebote eingeholt, die sich in den Anschaffungskosten, den durch sie erzielbaren Mehrerträgen und ihrer Nutzungsdauer unterscheiden.

	Angebot A	Angebot B	Angebot C
Anschaffungskosten	280 000	320 000	380 000
jährl. Mehrerträge	45 000	50 000	56 000
Nutzungsdauer	9 Jahre	10 Jahre	11 Jahre

Der Restwert am Ende der Nutzungsdauer wird bei allen Angeboten mit 30 000 gleich angenommen.

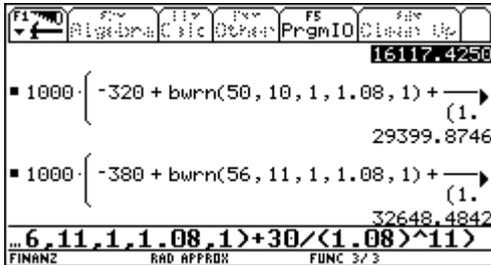
Fragen:

- Reihe die Angebote nach der Investitionswürdigkeit, wenn ihr Kapitalwert die Entscheidungsgrundlage bildet. Es wird mit einem Kalkulationszinsfuß von $i = 8\%$ gerechnet.
Zusatzfrage: Was bedeutet „Kalkulationszinsfuß 8%“?
- Welche Preisnachlässe müßten die schlechter liegenden Anbieter gewähren, um mit dem günstigsten Angebot gleich zu ziehen?
- Ist die Kapitalwertmethode in diesem Fall eine geeignete Methode?
- Reihe die Angebote nach der Annuitätenmethode und berechne auch hier das für den Zweitgereihten mindestnotwendige Besserungsangebot.
- Wie lassen sich die Angebote nach der Methode des internen Zinsfußes beurteilen?
- Die Investoren entscheiden sich nach langer Überlegung für Angebot B. Wie hoch ist die tatsächliche Rendite, wenn die Mehrerträge nur zu maximal 6% wiederveranlagt werden können?

Ausarbeitung (System: TI-92)

ad a)

Die Kapitalwerte sind schnell als Differenz aus den Anschaffungskosten und den Barwerten aller Erträge bestimmt.



Die drei Kapitalwerte betragen für die Angebote A, B und C:

- 16117,42
- 29399,87
- 32648,48

Damit wäre Angebot C das beste.

8% Kalkulationszinsfuß bedeutet, dass der Investor sein Kapital mit zumindest 8% verzinst sehen will. Diese 8% werden genau dann erreicht, wenn der Kapitalwert den Wert 0 annimmt. Bei positivem KW wird die angestrebte Mindestrendite übertroffen, sonst eben nicht erreicht.

ad b)

A müsste um $32648,48 - 16117,42 = 16531,06$ nachgeben.

B um $32648,48 - 29399,87 = 3248,61$.

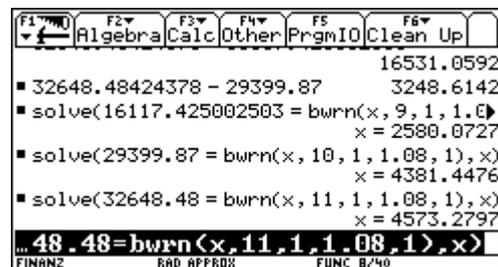
ad c)

Wegen der unterschiedlichen Nutzungsdauer ist die KW-Methode hier nicht zum Vergleich geeignet. Der zeitliche Unterschied wird dadurch ausgeglichen, indem man den KW in eine Jahresrente über die Nutzungsdauer umlegt. Dann werden die „Gewinnannuitäten = Quasirenten“ verglichen. In diesem Vergleich werden aber noch nicht die unterschiedlich hohen Mitteleinsätze (hier die Anschaffungskosten) berücksichtigt.

ad d)

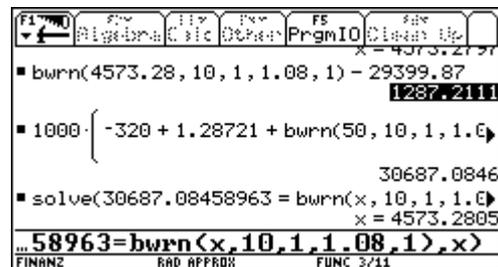
Auch in diesem Vergleich schneidet Angebot C am besten ab.

Die Gewinnannuität beträgt 4573,28 gegen 2580,07 bzw. 4381,45.



Der Barwert von 10 Gewinnannuitäten ist um 1287,21 höher als der KW von Angebot B. Um diesen - geringen - Betrag müsste der Kaufpreis für B gesenkt werden.

Die Kontrollrechnung zeigt, dass dann eine ebenso hohe Quasirente entsteht.

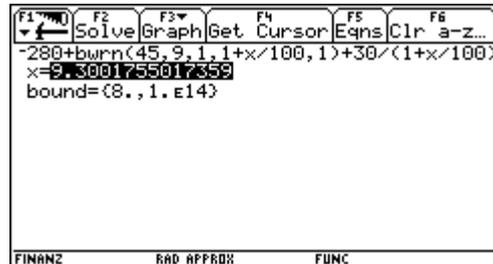
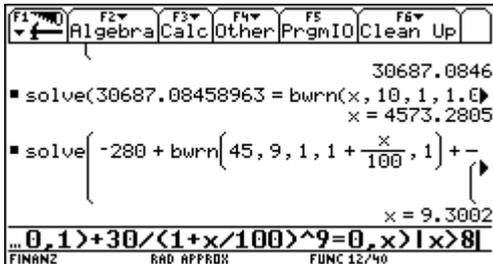


ad e)

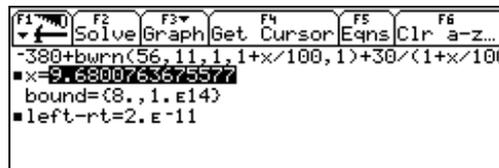
Der **interne Zinsfuß** ist jener Zinsfuß i bei dem der Kapitalwert verschwindet, d.h., den Wert $i = 0$ annimmt. Die entstehenden Gleichungen können sehr hohen Grad annehmen und erfordern manchmal Geschick zur numerischen Lösung. Es erweist sich als sinnvoll, den Aufzinsungsfaktor als $(1+x/100)$ einzugeben, und die Gleichung nach x aufzulösen.

Zusätzliche – einschränkende – Bedingungen beschleunigen die Rechnung.

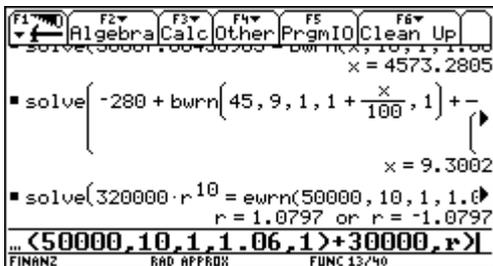
Mit dem Numeric Solver geht es besonders rasch.



Es erweist sich, dass nach der Rendite das Angebot B am günstigsten wäre.



ad f)



Der Endwert aller Erträge zu $i = 6\%$ ist das Ergebnis der eingesetzten 320 000 am Ende der Nutzungsdauer. Damit hat sich das eingesetzte Kapital unter diesen Bedingungen nur zu etwa 8% verzinst – was hier zufällig dem ursprünglich angesetzten Kalkulationszinsfuß entspricht.