

BspNr: F0510

Themenbereich	
Differential- und Integralrechnung, Rotationskörper	
Ziele	vorhandene Ausarbeitungen
<ul style="list-style-type: none">• Funktionsterme bestimmen• Integral durch Näherung lösen• Praxisbezug von Integralen	TI-92 (F0511a)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	
Lehrplanbezug (Österreich):	8. Klasse
Quelle: Franz Hauser	

Weinfass

Angabe:

Weinfässer sind rotationssymmetrische Körper. Das Fassinnere kann man als Rotationskörper einer geeignet um die x -Achse rotierenden Kurve betrachten.

Ein Weinfass habe folgende Innenmaße:

Bodendurchmesser $d_1=160$ cm,

Spunddurchmesser (größter Durchmesser) $d_2=200$ cm,

Höhe $h=200$ cm.

Fragen:

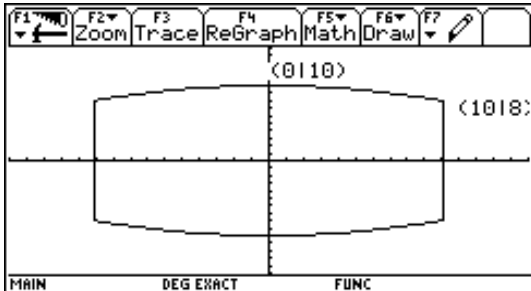
Erstelle eine Skizze des Weinfasses und ermittle jeweils die Funktionsgleichung für die Kurve, wenn diese durch

- 1) einen Parabelbogen
- 2) einen Ellipsenbogen

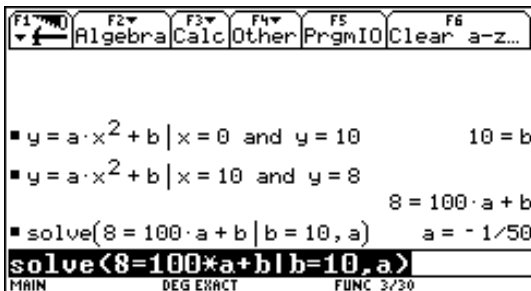
approximiert wird.

Schätze für beide Modelle das Volumen des Fasses mittels Zwischensumme. Zerlege das Intervall in 100 gleiche Teile. Berechne für beide Modelle das Volumen des Fasses mittels Integralrechnung.

Ausarbeitung (System: TI-92)

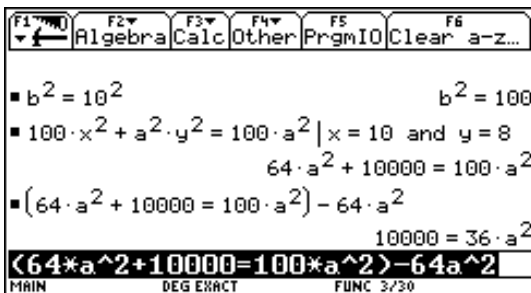


Fassquerschnitt (Maße in dm)



Ermittlung der Parabelgleichung:

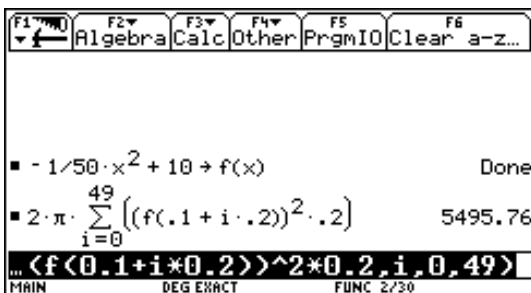
$$y = -\frac{1}{50}x^2 + 10$$



Ermittlung der Ellipsengleichung:

$$100 \cdot x^2 + \frac{10000}{36} \cdot y^2 = 100 \cdot \frac{10000}{36}$$

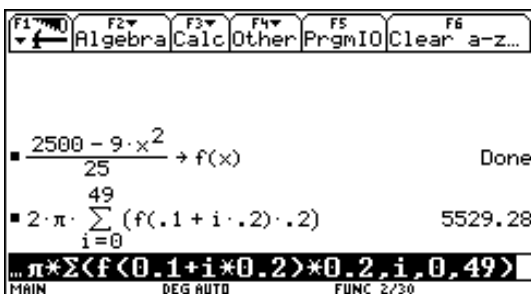
$$\Rightarrow 9x^2 + 25y^2 = 2500$$



Abschätzung des Volumens durch den Parabelbogen mittels Zwischensumme:

Auf Grund der Symmetrie bezüglich der y-Achse zerlegen wir das Intervall [0;10] in 50 Teilintervalle der Länge 0,2.

$$V \approx 5496 \text{ dm}^3 \approx 5496 \text{ Liter}$$



Abschätzung des Volumens durch den Ellipsenbogen mittels Zwischensumme:

$$V \approx 5529 \text{ dm}^3 \approx 5529 \text{ Liter}$$

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clear	a-z...

$$2 \cdot \pi \cdot \int_0^{10} \left(-\frac{1}{50} \cdot x^2 + 10 \right)^2 dx \quad 5495.69$$

$$2 \cdot \pi \cdot \int_0^{10} \left(\frac{2500 - 9 \cdot x^2}{25} \right) dx \quad 5529.2$$

... $\pi * \int \langle (2500 - 9x^2) / 25, x, 0, 10 \rangle$

MAIN DEG AUTO FUNC 2/30

Volumsberechnungen mittels Integral durch:

- Rotation des Parabelbogens : $V \approx 5496$ Liter
- Rotation des Ellipsenbogens : $V \approx 5529$ Liter

Bemerkung: Weinfässer werden aber durch Befüllung mit Wasser geeicht.