BspNr: E0112

Themenbereich	
Quadratische Funktionen	
Ziele	**vorhandene Ausarbeitungen**
• Anwendung der beschleunigten Bewegung • Parameterfunktion	TI-92 (E0112a)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	E0110, E0111
Lehrplanbezug (Österreich):	5. Klasse
Quelle: Dr. Thomas Himmelbauer	

Flug einer Signalkugel

Angabe:
Ein Körper wird von der Höhe h_0 mit der Geschwindigkeit v_0 zum Zeitpunkt t = 0 senkrecht emporgeschossen. Für die Höhe h über dem Erdboden in Abhängigkeit von der Zeit t gilt:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 \text{ mit } g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$$ (g ... Erdbeschleunigung).

Von einem 100 m hohen Leuchtturm wird eine Signalkugel mit einer Geschwindigkeit von 108 km/h senkrecht emporgeschossen.

Fragen:

1) Verwende eine Parameterdarstellung zur Erstellung eines Weg-Zeit-Diagrammes! Bestimme aus der Gaphik den Zeitpunkt der größten Höhe der Signalkugel und den Zeitpunkt des Auftreffens auf der Erdoberfläche!

2) Ergänze das Weg-Zeit-Diagramm durch eine animierte Darstellung der Bahnkurve der Signalkugel. Die Koordinaten des Startpunktes seien (9 m / 100 m)!

3) Verwende eine Funktion zur Erstellung eines Weg-Zeit-Diagrammes! Bestimme aus der Gaphik den Zeitpunkt der größten Höhe der Signalkugel und den Zeitpunkt des Auftreffens auf der Erdoberfläche!

4) Bestimme mit Hilfe einer Tabelle den Zeitpunkt der größten Höhe der Signalkugel und den Zeitpunkt des Auftreffens auf der Meeresoberfläche auf Hundertstelsekunden genau!

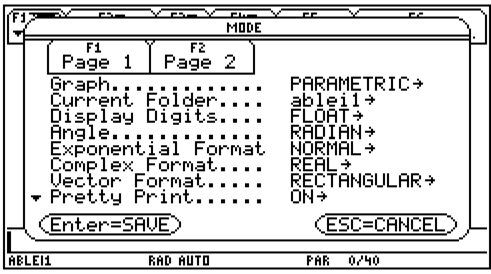
5) Berechne durch Ergänzung auf ein vollständiges Quadrat den Zeitpunkt der größten Höhe der Signalkugel und durch Lösung einer Gleichung den Zeitpunkt des Auftreffens auf der Meeresoberfläche!

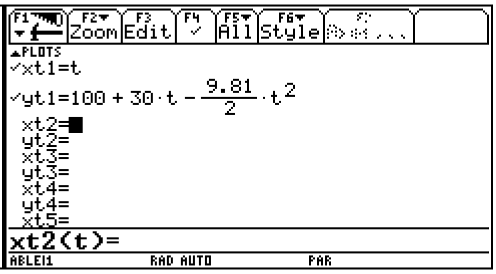
BspNr: **E0112a**

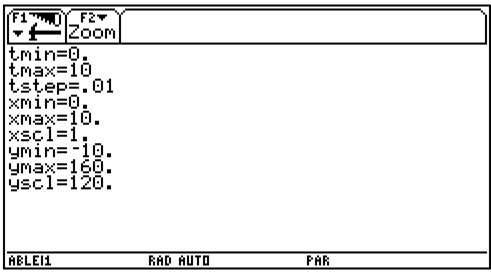
Ausarbeitung (System: TI-92)

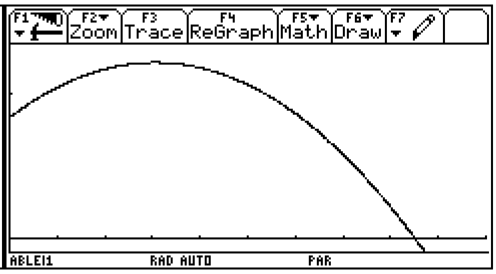
ad 1)

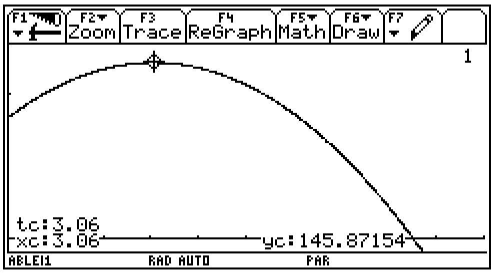
Wir wandeln die Geschwindigkeit in m/s um (108:3,6 = 30).

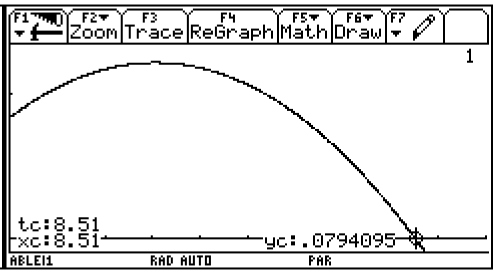






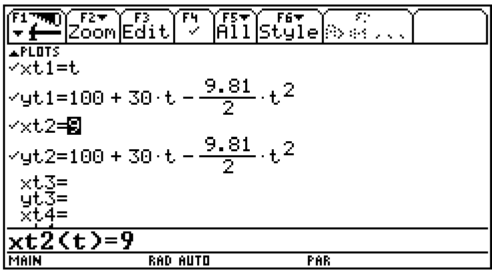


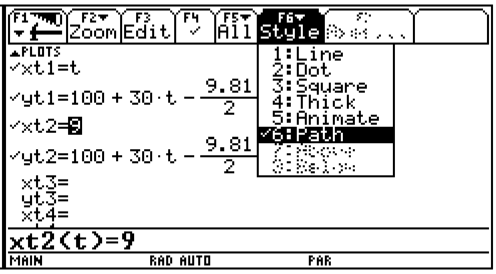


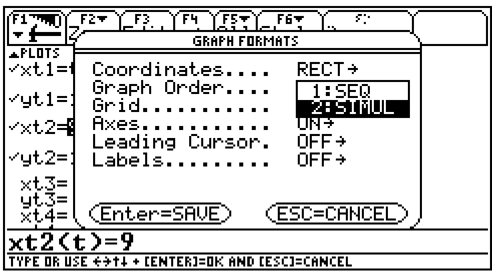


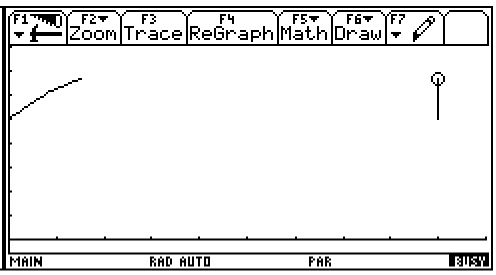
Die Variable *step* muss auf 0,01 gesetzt werden. Der Zeitpunkt, an dem die größte Höhe von rund 145,9 m erreicht wird, ist auf Zehntelsekunden genau 3,0 s. Der Zeitpunkt, an dem die Kugel auf die Meeresoberfläche auftrifft, ist auf Zehntelsekunden genau 8,5 s.

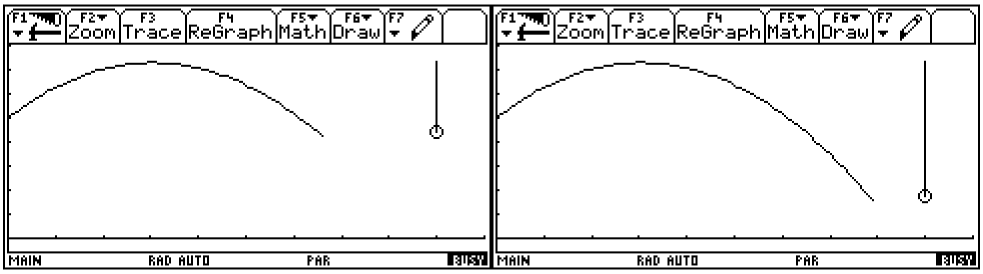
ad 2)



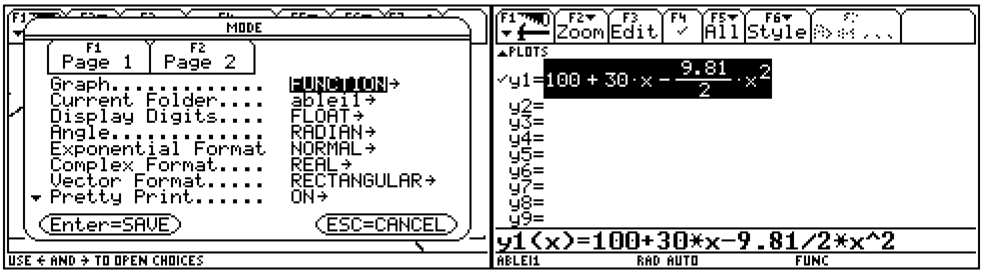


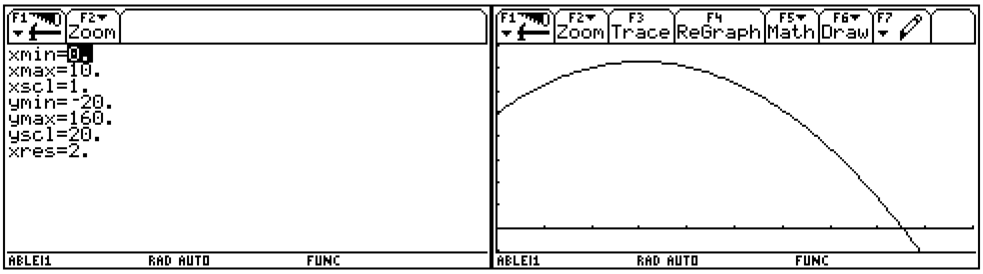


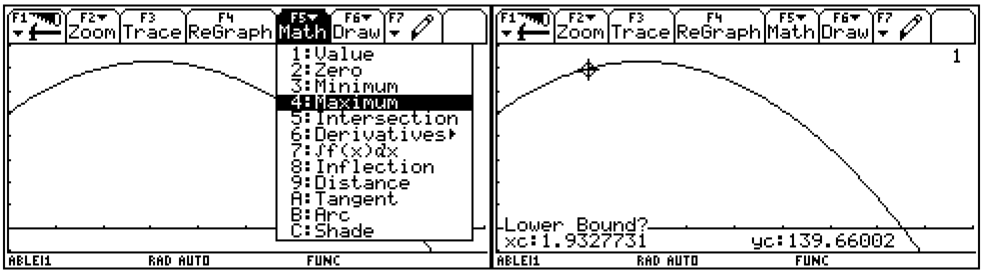


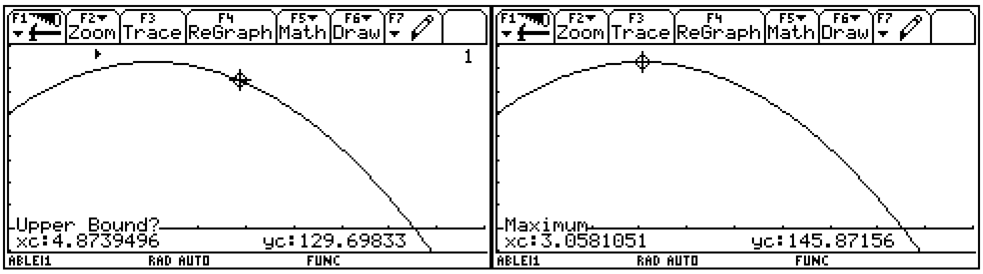


ad 3)

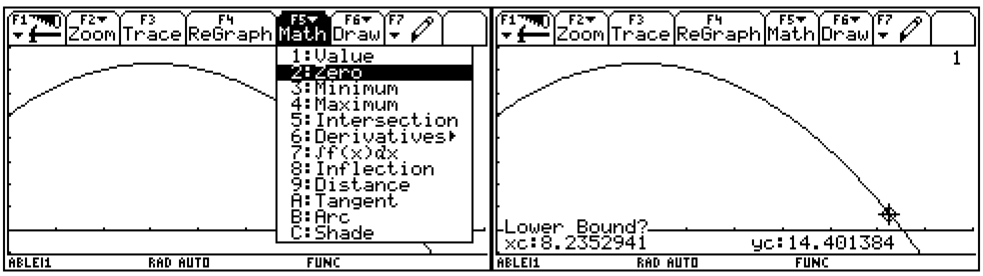


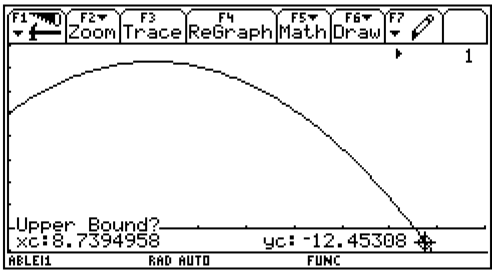


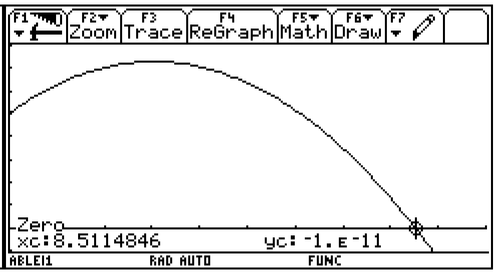




Die Signalkugel erreicht nach 3,0581051 s die größte Höhe von 145,87156 m.

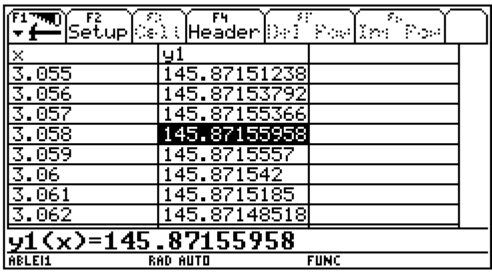






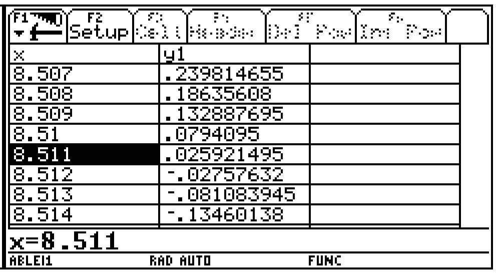
Die Signalkugel trifft nach 8,5114846 s auf die Meeresoberfläche auf.

ad 4)



x	y1
3.055	145.87151238
3.056	145.87153792
3.057	145.87155366
3.058	145.87155958
3.059	145.8715557
3.06	145.871542
3.061	145.8715185
3.062	145.87148518

y1(x)=145.87155958



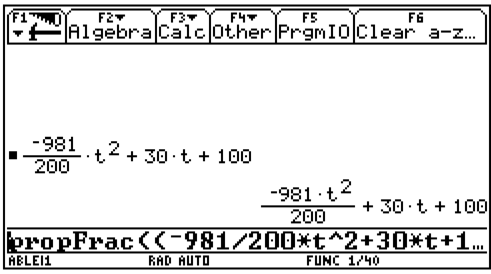
x	y1
8.507	.239814655
8.508	.18635608
8.509	.132887695
8.51	.0794095
8.511	.025921495
8.512	-.02757632
8.513	-.081083945
8.514	-.13460138

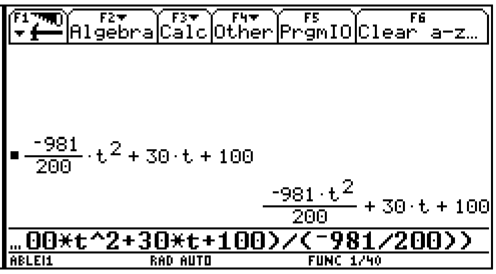
x=8.511

Der Zeitpunkt, an dem die größte Höhe von rund 145,9 m erreicht wird, ist auf Hundertstelsekunden genau 3,05 s. Der Zeitpunkt, an dem die Kugel auf die Meeresoberfläche auftrifft, ist auf Hundertstelsekunden genau 8,51 s.

ad 5)

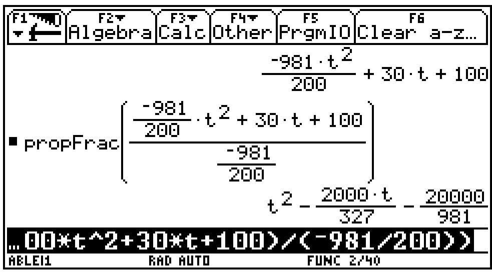
Die Formel für die Bewegung des freien Falles wird zunächst ohne Dezimalzahlen eingegeben (9,81/2 = 981/200) und in der von den quadratischen Gleichungen gewohnten Art umgeordnet. Danach soll der Faktor vor –981/200 von t^2 auf 1 normiert werden. Dazu wird der Term durch –981/200 dividiert und durch den Befehl `propFrac` wird das Bilden eines gemeinsamen Nenners verhindert:

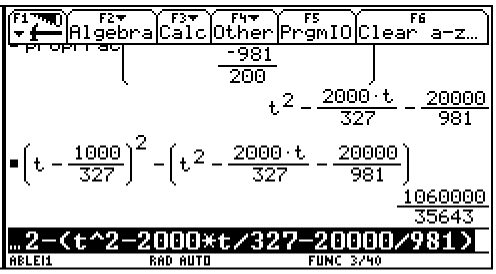




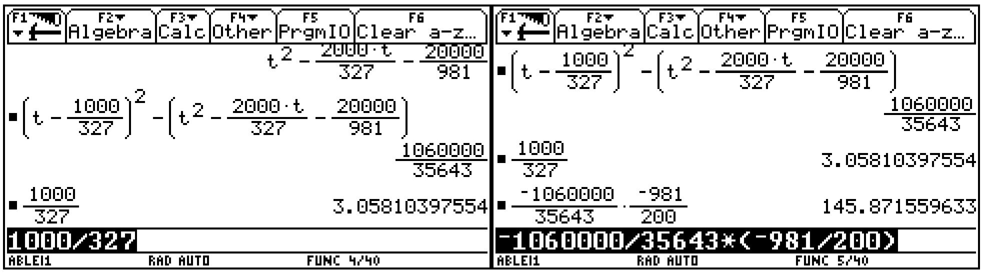
Die Gleichung hat nun die von den quadratischen Gleichungen her bekannte Form.

Wir ergänzen auf ein vollständiges Quadrat $\left(t-\dfrac{1000}{327}\right)^2$ und berechnen gleichzeitig die Differenz zum ursprünglichen Term. Damit erhält man für die Scheitelkoordinaten der normierten quadratischen Funktion: $\left(\dfrac{1000}{327} \quad \dfrac{-1060000}{35643}\right)$.

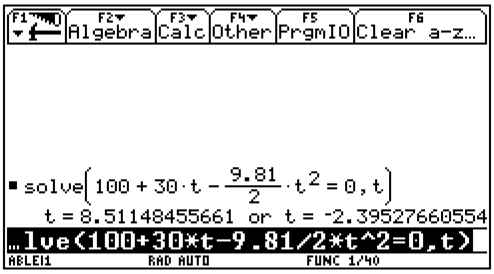




Um auf die Scheitelkoordinaten der urprünglichen quadratischen Funktion zu gelangen, müssen wir –1060000/35643 aber wieder mit dem Faktor –981/200 multiplizieren.



Die Signalkugel erreicht nach 3,05810397554 s die größte Höhe von 145,871559633 m.



Die Signalkugel trifft nach 8,5118455661 s auf der Meeresoberfläche auf. Die negative Lösung gibt den Zeitpunkt an, an dem man die Signalkugel von der Meeresoberfläche abschießen müsste, um ab der Turmhöhe eine idente Bewegung zu erreichen.