

■ Beispiel 1

Beispieltext

Wird ein Geschoss in einen Sandwall geschossen, dann ist seine Verzögerung proportional zu seiner Eintrittsgeschwindigkeit. Der Proportionalitätsfaktor beträgt ca. 147.

Wie lange dauert es, bis das Geschoss praktisch zum Stillstand kommt, wenn seine Geschwindigkeit beim Eintritt in den Sandwall 440 m/s beträgt?

Wie tief dringt es in den Sand ein?

Lösungsvorschlag

Es sei $v[t]$ die Geschwindigkeit t Sekunden nach dem Auftreffen auf den Sandwall.

Aufstellen der Differentialgleichung

```
Clear[v, t]

diffgl1 = -v'[t] == 147 v[t]
-v'[t] == 147 v[t]
```

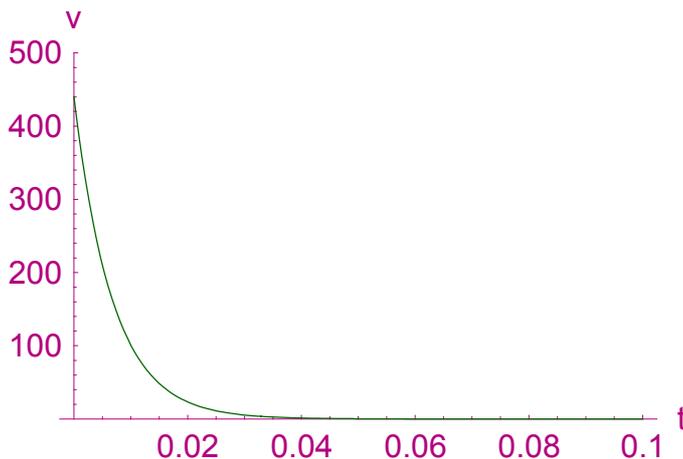
Lösung der Differentialgleichung mit dem Befehl DSolve (Anfangsbedingung: $v[0] = 440$)

```
DSolve[{diffgl1, v[0] == 440}, v[t], t]
{{v[t] -> 440 e^{-147 t}}}
```

$v[t_] := 440 e^{-147 t}$

Darstellung der Lösung

```
Plot[v[t], {t, 0, 0.1}, PlotRange -> {0, 500}, AxesLabel -> {"t", "v"}];
```



Diese Funktion erreicht nie den Wert 0. Wir nehmen daher an, dass das Geschoss praktisch stillsteht, wenn seine Geschwindigkeit weniger als 0.0001m/s beträgt.

```
Solve[v[t] == 0.0001, t] // N
{{t -> 0.104062}}
```

`t1 := 0.10406200747543191``

Nach ca. 0.104 Sekunden bewegt sich das Geschoss praktisch nicht mehr.

Zur Berechnung der Eindringtiefe integrieren wir die Geschwindigkeitsfunktion von $t = 0$ bis t_1 .

$$\int_0^{t_1} v[t] dt$$

2.9932

Das Geschoss dringt ungefähr 3 Meter in den Sandwall ein.