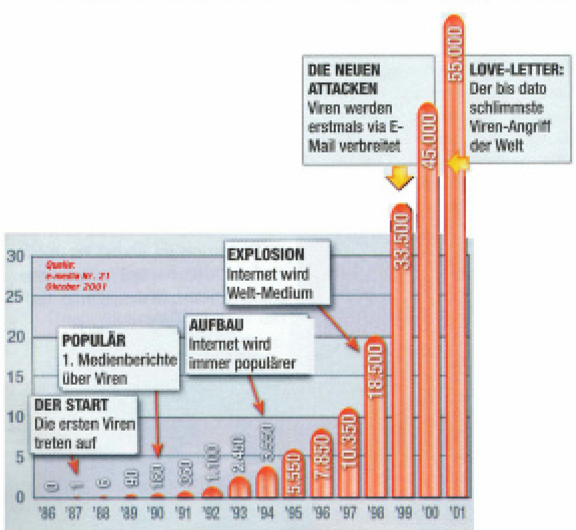
D0511 Wachstum - exponentielle Regression (Ausarbeitung: TI-83+)
Autor: Fritz Tinhof



Computerviren stellen für IT-Anwender eine große Gefahr dar.

a) Die Anzahl der bekannten Computerviren ist in den letzten zehn Jahren weltweit **exponentiell** gewachsen. (Modellannahme)

a1) Ende 1990 ($t = 0$) waren gerade einmal ca. 180 Viren bekannt. Ende 1998 ($t = 8$) waren schon ca. 18 500 Computerviren bekannt.
Berechnen Sie die Gleichung der Wachstumsfunktion in der Form $y(t) = y_0 \cdot e^{k \cdot t}$ und geben Sie die Gleichung an.

a2) Um wie viel Prozent wächst die Anzahl der Viren pro Jahr?

a3) In welchem Jahr hat sich die Anzahl der Viren verzehnfacht? Gehen Sie vom Jahr 1990 aus. (Jahreszahl angeben)

a4) In welchem Jahr gibt es (nach diesem Modell) 20 000 Viren? Wie viele bekannte Viren wird es (nach diesem Modell) bis Ende 2005 insgesamt weltweit geben?

Berechnung mit Regression:

b) Gehen Sie von exponentiellem Wachstum aus.

b1) Berechnen Sie die Gleichung der Wachstumskurve mit **exponentieller Regression** und geben Sie die Wachstumsgleichung an. Verwenden Sie zur Berechnung die Daten der gegebenen Tabelle.

b2) Um wie viel Prozent wächst die Anzahl der Viren pro Jahr nach dieser Art der Berechnung?

Ende des Jahres	t	Gesamtzahl der Viren
90	0	180
91	1	360
92	2	1 100
93	3	2 450
94	4	3 550
95	5	5 550
96	6	7 850
97	7	10 350
98	8	18 500
99	9	33 500
2 000	10	45 000
Sept. 2001	10,75	55 000

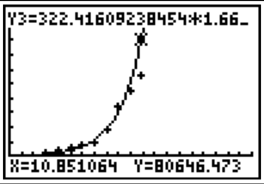
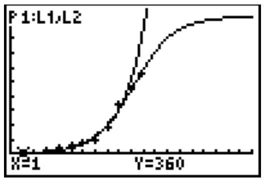
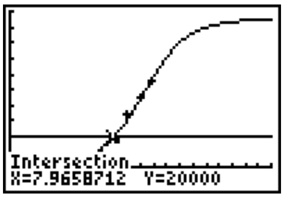
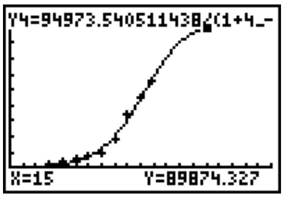
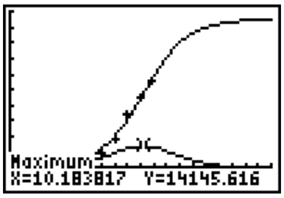
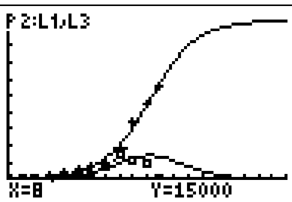
c) Gehen Sie in einer zweiten Modellannahme von einem **logistischen Wachstum** der Zahl der Viren aus.

c1) Berechnen Sie die Gleichung der Wachstumsfunktion mit **logistischer Regression** und geben Sie die Wachstumsgleichung an. Skizzieren Sie die Kurve des logist. Wachstums der Virenanzahl. Verwenden Sie zur Berechnung die Daten der gegebenen Tabelle.

c2) In welchem Jahr gibt es (nach dem Modell des logistischen Wachstums) 20 000 Viren? Wie viele bekannte Viren wird es (nach diesem Modell) bis Ende 2005 insgesamt weltweit geben?

c3) In welchem Jahr ist die **Zunahme** der Zahl der Computerviren (nach dem Modell des logistischen Wachstums) maximal? (Jahreszahl angeben)

a) exponentielles Wachstum (elementar)

<table>
<tr>
<td>Plot1 Plot2 Plot3
\Y1■A*e^(K*X)
\Y2■Z
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=</td>
<td>Y1−Y2=0
A=180
▪K=.57907114502…
X=8
Z=18500
bound={-1E99,1…
▪left-rt=0</td>
<td>a1) $y(t) = 180 \cdot e^{0.5791 \cdot t}$
a2) ca 78.43 %</td>
<td>Y1−Y2=0
A=100
K=.57907114502…
X=1
▪Z=178.43802302…
bound={-1E99,1…
▪left-rt=0</td>
</tr>
<tr>
<td>a3) t = 3,98
ca. Ende 1994
a4) t = 8,13; Anfang 1999
2005: ca. 1065574 Viren
y(15)= ca. 1065574</td>
<td>Y1−Y2=0
A=180
K=.57907114502…
▪X=3.9763423074…
Z=1800
bound={-1E99,1…
▪left-rt=0</td>
<td>Y1−Y2=0
A=180
K=.57907114502…
▪X=8.1346320605…
Z=20000
bound={-1E99,1…
▪left-rt=0</td>
<td>Y1−Y2=0
A=180
K=.57907114502…
X=15
▪Z=1065573.8371…
bound={-1E99,1…
▪left-rt=0</td>
</tr>
<tr>
<td>b1)
exponentielle Regression
$y(t)=322.416 \cdot 1{,}663^{t}$
b2) ca. 66.3%</td>
<td>L1 | L2 | L3 3
0 | 180 |
1 | 360 |
2 | 1100 |
3 | 2450 |
4 | 3550 |
5 | 5550 |
6 | 7850 |
L3(1)=</td>
<td>ExpReg L1,L2,Y3</td>
<td>ExpReg
y=a*b^x
a=322.4160924
b=1.663442146
r²=.9685068468
r=.9841274546</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>c) logist. Regression
c1)
$y(t) = \frac{94973.54}{(1+431.49 \cdot e^{-0.596 \cdot t})}$</td>
<td>Logistic L1,L2,Y4</td>
<td>Logistic
y=c/(1+ae^(-bx))
a=431.4867865
b=.5957708568
c=94973.54051</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>c2)
t = 7,97
ca. Ende 1998
2005: ca. 89874 Viren
y(15)= 89874</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>c3)
t = 10,18
Im Jahr 2001 war die Zunahme nach diesem Modell maximal.</td>
<td>Plot1 Plot2 Plot3
\Y4■94973.540511438/(1+431.48678649532e^(-.59577085682664X))
\Y5■nDeriv(Y4,X,X)
\Y6=</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Verwendet man die Rohdaten zur Berechnung, ist der maximale Zuwachs im Jahr 1999 gegeben.</td>
<td></td>
<td>L1 | L2 | L3 3
5 | 5550 | 2300
6 | 7850 | 2500
7 | 10350 | 8150
8 | 18500 | 15000
9 | 33500 | 11500
10 | 45000 | 10000
10.75 | 55000 | 0
L3(9) =15000</td>
<td></td>
</tr>
</table>