D0419c Ausarbeitung (System: Mathematica)

■ Beispiel 10 - Grippeepidemie

Beispieltext

In einer Stadt mit 250000 Einwohnern sei die Anzahl der Menschen, die bei Ausbruch einer Grippeepidemie bereits infiziert sind, 250. Die Grippeepidemie verläuft näherungsweise nach der Formel für das kontinuierliche logistische Wachstum. Nach 5 Tagen sind bereits 800 Einwohner dieser Stadt infiziert.

(a) Stelle eine algebraische Formel auf, die die Entwicklung der Grippeepidemie beschreibt!

(b) Erstelle eine Tabelle, die die Ausbreitung der Grippeepidemie darstellt!

(c) Wie viele Personen sind nach 30 Tagen infiziert? Wie viele Personen sind nach 40 Tagen noch nicht infiziert? Wann sind 75% der Einwohner der Stadt mit Grippeviren infiziert, wann 90%, wann 95%, wann 99%?

(d) Stelle die Entwicklung der Grippeepidemie grafisch dar! Lies aus der Grafik ab, ab welchem Zeitpunkt der Zuwachs an infizierten Personen deutlich geringer wird! Worauf kann man das zurückführen?

Lösungsvorschlag

(a)

Für den Grenzwert K setzt man 250000, außerdem kennt man $n(0) = 250$ und $n(5) = 800$.

Wir geben die Parameter ein und verwenden die Formel für das kontinuierliche Modell.

In[160]:=
```
K := 250000
n[0] := 250
```
$$n[t\_] := \frac{K * n[0]}{n[0] + (K - n[0]) * e^{k*t}}$$

Mit dem Anfangswerte n(5) = 800 erhalten wir den Wert für k.

```
Solve[n[5] == 800, k] // N
{{k → -0.233071}}
```

In[163]:=
```
k := -0.23307108808420912`
```

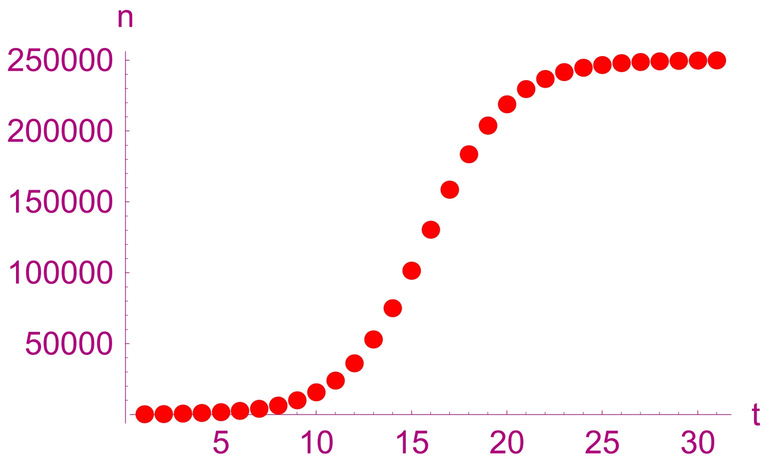
Damit ist die algebraische Formel erstellt.

(b) Tabelle und grafische Darstellung:

In[167]:=
```
Folge = Table[n[t], {t, 0, 60, 2}]
```

Out[167]=
```
{250, 398.222, 634.1, 1009.13, 1604.54, 2547.66, 4036.12, 6371.81,
 10004.2, 15574.9, 23938.2, 36100.8, 52994.3, 75020.5, 101486., 130333.,
 158622., 183629., 203787., 218860., 229511., 236740., 241513., 244607.,
 246589., 247849., 248646., 249149., 249465., 249664., 249789.}
```

```
In[169]:= ListPlot[Folge, AxesLabel -> { "t", "n" }];
```



(c)

Die Anzahl der infizierten Personen kann auch mit Hilfe der Formel berechnet werden.

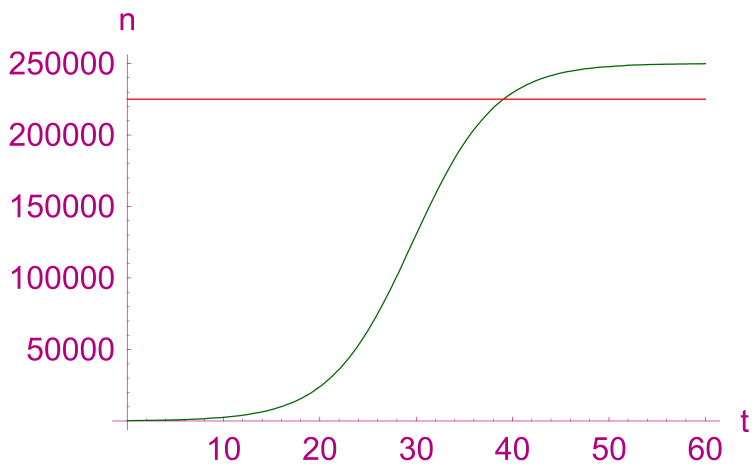
```
n[30]
130333.
```

Nach 30 Tagen sind 130333 Personen infiziert.

```
K - n[40]
20488.5
```

Nach 40 Tagen sind 20488 Personen noch nicht infiziert.

```
In[171]:= Plot[{n[t], 0.9*K}, {t, 0, 60}, AxesLabel -> { "t", "n" }];
```



Grafische Lösung: nach ca. 40 Tagen sind 90% der Einwohner infiziert.

```
Solve[n[t] == 0.9*K, t]
{{t → 39.061}}

Solve[n[t] == 0.95*K, t]
{{t → 42.2669}}
```

```
Solve[n[t] == 0.99*K, t]
{{t → 49.3492}}
Solve[n[t] == 0.75*K, t]
{{t → 34.3473}}
```

Nach 35 Tagen sind 75%, nach 40 Tagen sind 90%, nach 43 Tagen sind 95% und nach 50 Tagen sind 99% infiziert.

(d)

Der Zuwachs wird ab dem Wendepunkt geringer.

Aus der Grafik kann man ablesen, dass das nach ca. 29.6 Tagen der Fall ist - genau wenn die Hälfte der Einwohner infiziert ist.

Grund : Wenn die Hälfte der Bevölkerung bereits erkrankt ist, kann nicht mehr jeder Kranke einen Gesunden anstecken bzw. die noch Gesunden werden schwerer gefunden. Damit muss der Zuwachs geringer werden.