D0418c Ausarbeitung (System: Mathematica)

■ Beispiel 9 - Gerüchteküche 2

Beispieltext

In einer Stadt mit 14000 Einwohnern breitet sich ein Gerücht aus.

Wir wollen nun Beispiel 8 mit Hilfe des logistischen Wachstums untersuchen. Dabei gehen wir davon aus, dass die Urheber des Gerüchts 20 Personen sind, dass nur jeder 200ste derer, die das Gerücht kennen, dieses auch weitererzählen, und dass pro Zeiteinheit nur 1/100 der Peronen, die es noch nicht kennen, erreicht wird.

Wie sieht die Ausbreitung für das Gerücht aus?

Zusatzfrage: Nach wie vielen Tagen wissen 90% der Bevölkerung von dem Gerücht?

Lösungsvorschlag

DISKRETES MODELL

```
In[15]:= n[t_] := n[t] = n[t - 1] + n[t - 1] * w * (K - n[t - 1]) * k
         n[0] := 20.
         K := 14000.
```

Die Eingabe der Zahlen als Kommazahlen ist hier wesentlich. Es bewirkt, dass die Ergebnisse sofort numerisch berechnet werden. Ohne Komma wird exakt (mit Brüchen) gerechnet und die Berechnung der ersten 20 Folgenglieder dauert ewig!!

Dabei wird der "Weitererzählfaktor" w = 1/200 und für k = 1/100 gesetzt.

```
In[14]:= w := 1 / 200
         k := 1 / 100
```

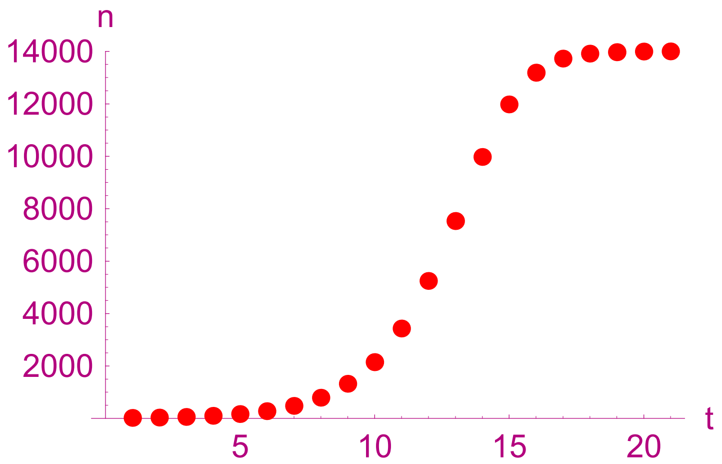
Berechnung der ersten 15 Folgenglieder:

```
In[16]:= Folge = Table[Round[n[t]], {t, 0, 20}]

Out[16]= {1, 2801, 5041, 6833, 8266, 9413, 10330, 11064, 11651, 12121, 12497,
          12797, 13038, 13230, 13384, 13507, 13606, 13685, 13748, 13798, 13839}
```

Grafische Darstellung der Folge:

```
In[23]:= ListPlot[Folge, PlotRange → {0, 14000}, AxesLabel -> { "t", "n" }];
```



KONTINUIERLICHES MODELL

In[46]:=
$$n[t\_] := \frac{K\, n[0]}{n[0] + (K - n[0])\, a^t}$$
```
n[0] := 20
K := 14000
```

Aus dem Wert nach 1 Tag (aus Rekursion) wird a ermittelt:

```
In[50]:= Clear[a]

In[51]:= Solve[n[1] == 34, a]
```

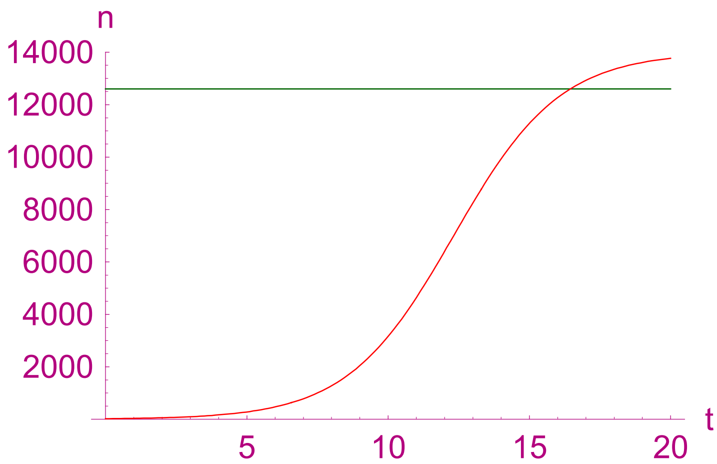
Out[51]= $\left\{\left\{a \to \frac{6983}{11883}\right\}\right\}$

In[52]:= $a = \frac{6983}{11883}$ // N

Out[52]= 0.587646

Grafische Darstellung der Ausbreitungskurve und grafische Lösung der Zusatzfrage:

```
In[53]:= Plot[{0.9 * 14000, n[t]}, {t, 0, 20},
           PlotRange → {0, 14000}, AxesLabel -> { "t", "n" }];
```



Nach ca. 16 Tagen wissen 90% von dem Gerücht.

Algebraische Lösung der Zusatzfrage:

```
In[54]:= Solve[n[t] == 0.9 * 14000, t]

Out[54]= {{t → 16.4529}}
```

Die rechnerische Lösung bestätigt die bereits ermittelte grafische Lösung.