

BspNr: D0417

Themenbereich	
Wachstumsprozesse	
Ziele	vorhandene Ausarbeitungen
<ul style="list-style-type: none">• Das Wesen des beschränkten Wachstums kennen• Diskretes Modell und kontinuierliches Modell anwenden und vergleichen können	TI-92 (D0417a), DERIVE (D0417b), Mathematica (D0417c)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	D0410 – D0420
Lehrplanbezug (Österreich):	6. Klasse
Quelle: Dr. Alfred Eisler, Sonja Reitner	

Ausbreitung eines Gerüchts in einer Stadt – beschränktes Wachstum

Angabe:

In einer Stadt mit 14000 Einwohnern breitet sich ein Gerücht aus. Die Anzahl der Personen, die das Gerücht in einer bestimmten Zeitspanne erfahren ist proportional zur Anzahl der Personen, die das Gerücht noch nicht kennen. Dabei kann angenommen werden, daß pro Tag ein Viertel der Personen, die das Gerücht noch nicht kennen, dieses erfahren. Als Urheber kann eine Person angenommen werden.

Frage:

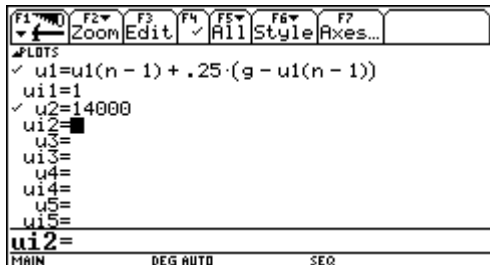
Wie sieht die Ausbreitungskurve für das Gerücht aus?

BspNr: D0417a

Ausarbeitung (System: TI-92)

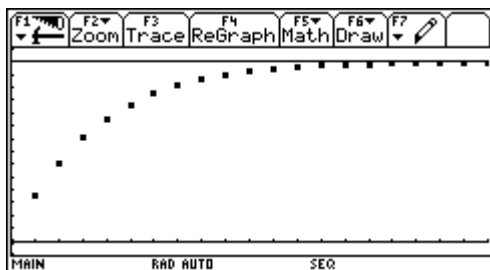
Diskretes Modell

Verwendet wird die Formel $n(t) = n(t-1) + (g - n(t-1)) \cdot k$, wobei $k = 0,25$ ist.
Eingabe erfolgt wieder im Sequence Mode.



$g = 14000$ (Kapazitätsgrenze)

Grafische Darstellung

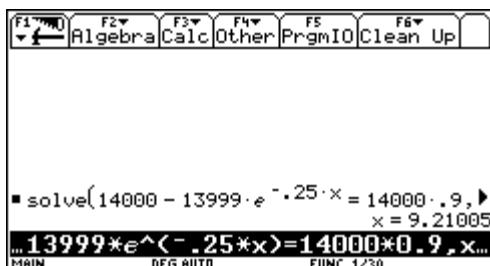


Es lässt sich ablesen, dass nach etwa 18 Tagen jeder das Gerücht kennt.

Vergleiche dazu die Tabelle!

n	u1						
0.	1.						
2.	6126.						
4.	9571.						
6.	11508.						
8.	12599.						
10.	13212.						
12.	13557.						
14.	13751.						

Zusatzfrage : Nach wie vielen Tagen wissen 90% der Bevölkerung von dem Gerücht?
Jetzt verwenden wir das kontinuierliche Modell und arbeiten im HOME Screen.



Nach 9,2 Tagen kennen 90% das Gerücht.

Das gleiche Ergebnis hätte man auch aus der Grafik durch Verwenden des Befehles Intersection erhalten.

Ausarbeitung (System: TI-92)

Diskretes Modell

Verwendet wird die Formel $n(t) = n(t-1) + (g - n(t-1)) \cdot k$, wobei $k = 0,25$ ist und g die gesamte Bevölkerung (den Schwellwert, Kapazitätsgrenze) angibt.

$G := 14000$

```
P(t) :=
  If t = 0
    1
  P(t - 1) + (G - P(t - 1)) · 0.25
```

Hier wurde der IF-Befehl verwendet, man hätte aber auch mit ITERATES arbeiten können.

Die Tabelle erhält man dann durch folgende Eingabe:

```
VECTOR([t, P(t)], t, 0, 18, 2)
```

0	1
2	6125.562
4	9570.628
6	11508.47
8	12598.51
10	13211.66
12	13556.56
14	13750.56
16	13859.69
18	13921.07

Nach etwa 18 Tagen kennt praktisch jeder Einwohner das Gerücht.

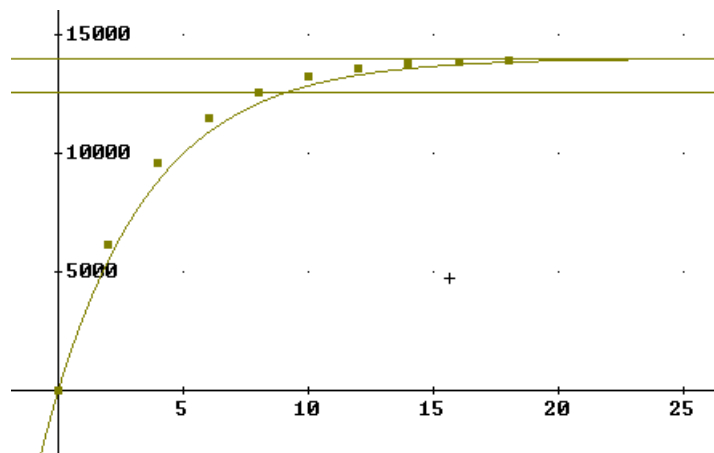
Zusatzfrage: Nach wie vielen Tagen wissen 90% der Bevölkerung von dem Gerücht?

Jetzt verwenden wir das **kontinuierliche Modell**.

```
pk(t) := G - (G - 1) · e-0.25 · t
pk(t) = 0.9 · G
APPROX(SOLVE(pk(t) = 0.9 · G, t, Real))
t = 9.210054
```

Nach 9,2 Tagen kennen 90% das Gerücht.

Grafische Darstellung



(diskretes Modell : Punkte, kontinuierliches Modell : Linie)