BspNr: D0415

Themenbereich	
Wachstumsprozesse	
Ziele	**vorhandene Ausarbeitungen**
• Die Formeln anwenden können	TI-92 (D0415a), DERIVE (D0415b), Mathematica (D0415c)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	D0410 – D0420
Lehrplanbezug (Österreich):	6. Klasse
Quelle: Dr. Alfred Eisler, Sonja Reitner	

Anwendungsaufgabe zum radioaktiven Zerfall

Eingangsvoraussetzungen

Begriff des exponentiellen Wachstums und die zugehörigen Formeln kennen.

Angabe und Fragen:

Ende April 1986 ereignete sich in Tschernobyl die bislang schwerste Reaktorkatastrophe in der Geschichte der zivilen Nutzung der Atomenergie. Im radioaktiven Fallout, der auch Österreich verseuchte, waren mengenmäßig die Isotope Jod-131 und Caesium-137 stark vertreten.

a) Das langlebige Caesium-137 hat eine Halbwertszeit von ca. 30 Jahren. Stelle das Zerfallgesetz für Cs-137 in der Form $N(t) = N_0 \cdot e^{-k.t}$ dar. Wie groß ist die Zerfallskonstante k?

b) Berechne, wie viel Prozent der Anfangsmasse seit dem Unfall zerfallen sind, und wie lange es dauert, bis die Caesiumbelastung auf 10% bzw 1% ihres Maximalwertes zurückgeht.

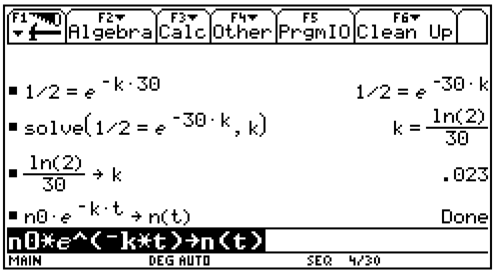
c) Das Zerfallsgesetz für Jod-131 lautet $N(t) = N_0 \cdot e^{-0{,}08664.t}$ (t in Tagen).

Berechne die Halbwertszeit und die tägliche prozentuelle Abnahme der Jodbelastung.

BspNr: D0415a

Ausarbeitung (System: TI-92)

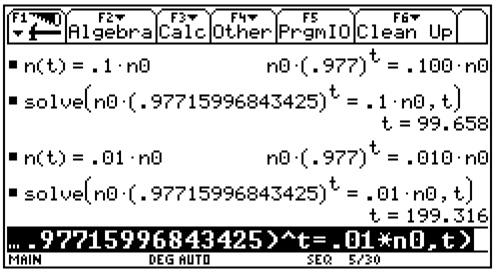
Zur Bestimmung des Zerfallsgesetzes muss der Parameter *k* berechnet werden.



Aus dem Zerfallsgesetz wird mittels der gegebenen Halbwertszeit die Zerfallskonstante für Caesium ermittelt und als *k* abgespeichert.

Seit dem Unfall sind 15 Jahre vergangen - $N(15) = 0{,}707 \cdot N_0$ (soviel ist noch über)
dh. bis jetzt sind 29,3% zerfallen.

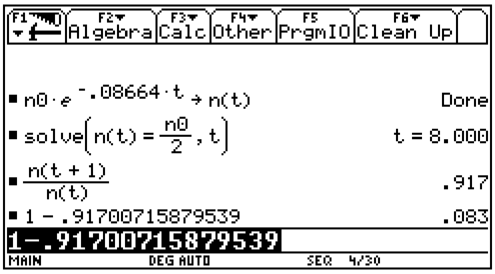
Wann sind die Belastungen auf 10% bzw. 1% gesunken?



Nach 100 Jahren ist die Belastung auf 10% gesunken.

Nach 200 Jahren ist die Belastung auf 1% gesunken.

Für die Berechnung der Halbwertszeit von Jod setzt man an:



Die Halbwertszeit von Jod-131 beträgt 8 Tage.

Die tägliche prozentuelle Abnahme beträgt 8,3%.

BspNr: D0415b

Ausarbeitung (System: DERIVE)

Aus dem Zerfallsgesetz wird mittels der gegebenen Halbwertszeit die Zerfallskonstante für Caesium ermittelt und als *k* abgespeichert.

$$N(t) := N0 \cdot \hat{e}^{-k \cdot t}$$

$$\frac{N0}{2} = N(30)$$

$$0.5 \cdot N0 = N0 \cdot (9.357622 \cdot 10^{-14})^{k}$$

$$\mathrm{SOLVE}(0.5 \cdot N0 = N0 \cdot (9.357622 \cdot 10^{-14})^{k}, k, \mathrm{Real})$$

$$k = 0.0231049$$

$$k := 0.0231049$$

$$N(15) = 0.7071068 \cdot N0$$

Seit 1986 sind noch 70,7 % erhalten, also 29,3% zerfallen.

Wann sind die Belastungen auf 10% bzw. 1% gesunken?

$$N(t) = 0.1 \cdot N0$$

$$\mathrm{APPROX}(\mathrm{SOLVE}(N(t) = 0.1 \cdot N0, t, \mathrm{Real}))$$

$$t = 99.65786$$

$$N(t) = 0.01 \cdot N0$$

$$\mathrm{APPROX}(\mathrm{SOLVE}(N(t) = 0.01 \cdot N0, t, \mathrm{Real}))$$

$$t = 199.3157$$

Nach ca. 100 Jahren ist die Belastung auf 10% gesunken, nach ca. 200 Jahren auf 1%.

Für die Berechnung der Halbwertszeit von Jod setzt man an:

$$N(t) := N0 \cdot \hat{e}^{-0.08664 \cdot t}$$

$$\mathrm{SOLVE}\left(N(t) = \frac{N0}{2}, t, \mathrm{Real}\right)$$

$$t = 8.000313$$

$$\frac{N(t+1)}{N(t)} = 0.9170071$$

$$1 - 0.9170071 = 0.08299289$$

Die Halbwertszeit von Jod-131 beträgt 8 Tage.
Die tägliche prozentuelle Abnahme beträgt 8,3%.