

## ■ Beispiel 5 - Bakterienwachstum

### Beispieltext

Eine Bakterienkultur wird über einige Stunden hindurch beobachtet. Stündlich wird die Anzahl der Bakterien gemessen und in eine Tabelle eingetragen:

Messzeitpunkte (in Stunden)	0	1	2	3	4	5
Anzahl der Bakterien	6	25	69	183	701	1690

- (a) Beschreibe die Entwicklung der Bakterien durch eine Gleichung! Um welches Wachstum wird es sich handeln?
- (b) Führe die Tabelle für die nächsten 8 Stunden fort, unter der Annahme, dass sich die Bakterien über einen längeren Zeitraum in dieser Gleichung entwickeln!
- (c) Wann ist die Anzahl der Bakterien auf über 10000, 20000, 100000 angewachsen? Wie groß ist die Verdopplungszeit?

### Lösungsvorschlag

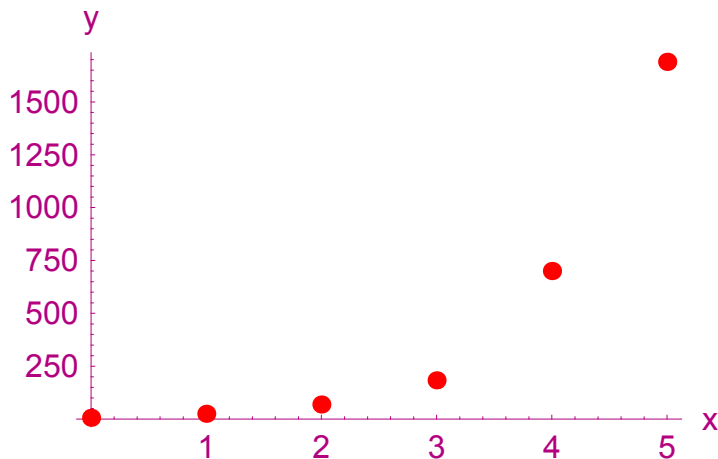
(a)

Darstellung der gegebenen Daten:

```
In[2]:= Daten = {{0, 6}, {1, 25}, {2, 69}, {3, 183}, {4, 701}, {5, 1690}}
```

```
Out[2]= {{0, 6}, {1, 25}, {2, 69}, {3, 183}, {4, 701}, {5, 1690}}
```

```
In[3]:= P1 = ListPlot[Daten];
```



Vermutung: Es wird sich um ein exponentielles Wachstum handeln.

Die Gleichung kann nur durch Regression ermittelt werden.

```
In[4]:= << Statistics`NonlinearFit`
```

```
In[5]:= model = a b^x;
```

```
Clear[x]; var = {x};
```

```
Clear[a, b]; parameters = {a, b};
```

```
f[x_] = Chop[NonlinearFit[Daten, model, var, parameters]]
```

```
Out[8]= 13.11 2.64645^x
```

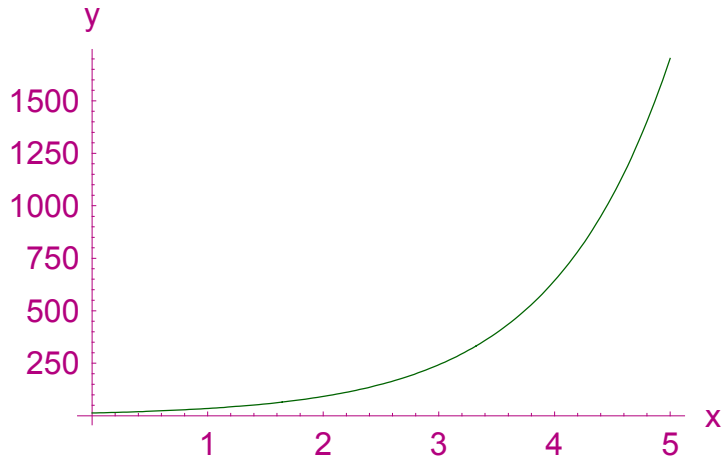
Man erhält also die Funktion

```
In[1]:= f[x_] = 13.11 * 2.64645`^x
```

```
Out[1]= 13.11 2.64645^x
```

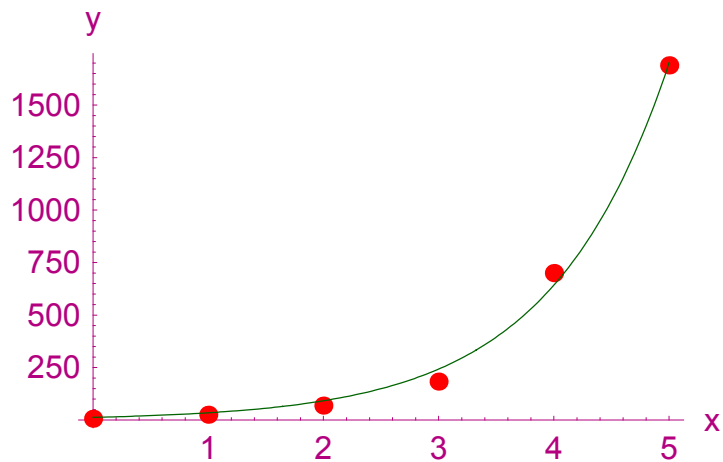
die so aussieht:

```
In[9]:= P2 = Plot[f[x], {x, 0, 5}];
```



Hier wurden die diskreten Werte und die Regressionsfunktion nebeneinander dargestellt.

```
In[10]:= Show[P1, P2];
```



(b)

Für die ersten 15 Jahre erhält man dann die folgenden Werte:

```
In[92]:= Table[f[x], {x, 0, 15}]
```

```
Out[92]= {13.11, 34.695, 91.8185, 242.993, 643.067, 1701.84,
  4503.83, 11919.1, 31543.4, 83477.8, 220919., 584651.,
  1.54725 × 106, 4.09471 × 106, 1.08364 × 107, 2.8678 × 107}
```

(c)

Für die Zeiten in denen 10000, 20000 bzw. 100000 Bakterien erreicht wurden ergibt sich dann:

```
In[93]:= Solve[f[x] == 10000, x]
```

```
Out[93]= {{x -> 6.81961}}
```

```
In[94]:= Solve[f[x] == 20000, x]
```

```
Out[94]= {{x -> 7.53183}}
```

```
In[95]:= Solve[f[x] == 100000, x]
```

```
Out[95]= {{x -> 9.18556}}
```

10000, 20000, 100000 Bakterien werden nach 6.8, 7.5 und 9.2 Stunden erreicht.

```
In[96]:= Solve[f[x] == 2 f[0], x]
```

```
Out[96]= {{x -> 0.712222}}
```

Die Verdopplungszeit beträgt ca. 0.7 Stunden.