BspNr: D0410

Themenbereich	
Wachstumsprozesse	
Ziele	**vorhandene Ausarbeitungen**
• Mit rekursiven Folgen arbeiten können. • Den Unterschied zwischen arithmetischem(linearem) und geometrischem (exponentiellem) Wachstum kennen. • Aus Tabellen und Grafiken Werte ablesen und diese interpretieren können.	TI-92 (D0410a), DERIVE (D0410b), Mathematica (D0410c)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	D0411 – D0420
Lehrplanbezug (Österreich):	6. Klasse
Quelle: Dr. Alfred Eisler, Sonja Reitner	

Vergleich von linearem mit exponentiellem Wachstum

Eingangsvoraussetzungen

- Das Prinzip von rekursiven Folgen kennen.
- Die notwendigen informationstechnischen Hilfsmittel beherrschen (Eingabe von Folgen, grafische Darstellung, Tabellen,...)

Angabe:
Herr A erhält, ausgehend von einem monatlichen Grundgehalt von € 1500.- pro Jahr um € 40.- mehr.
Herr B hat das gleiche Grundgehalt, er sichert sich aber eine jährliche Erhöhung von 2,5%.

Fragen:

1) Stelle die Gehaltsentwicklung für beide für die ersten 10 Jahre in einer Tabelle und grafisch dar.

2) Welche Variante ist für den Gehaltsempfänger günstiger?

Zusätzliche Fragestellungen:

3) Welche Gehaltsvariante würdest du daher wählen? Es ist aber nicht nur das augenblickliche Gehalt interessant, sondern auch die Lebensverdienstsumme.

4) Wie lässt sich diese Summe ausrechnen?

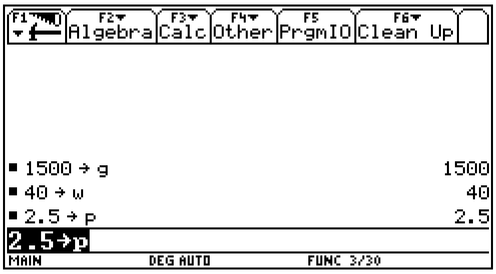
5) Vergleiche Monatsgehalt und Lebensverdienstsumme nach 20 Jahren. Wie viel würde B im Mittel pro Monat mehr verdienen? (ca € 43) Ist diese Fragestellung überhaupt sinnvoll?

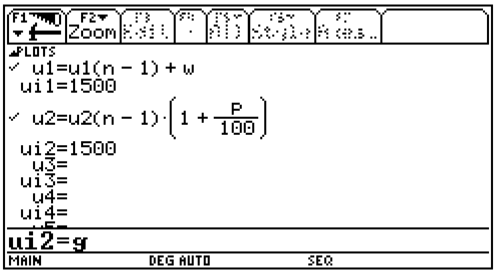
BspNr: D0410a

Ausarbeitung (System: TI-92)

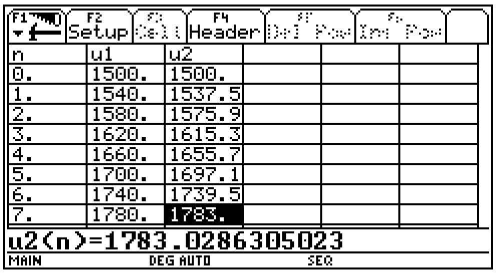
Für Herrn A gilt : G(n+1) = G(n) + 40
Für Herrn B gilt : G(n+1) = G(n) · 1,025,
wobei für beide G(0) = € 1500 angesetzt werden kann.

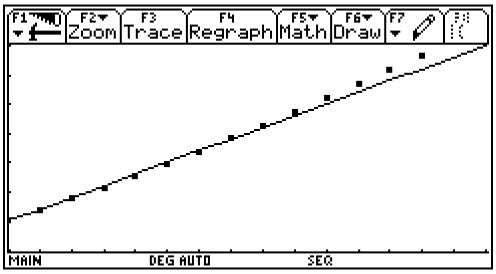
Die Parameter geben wir im `HOME-Screen` ein, für die Eingabe der rekursiven Formeln verwenden wir den `Sequence Mode`.





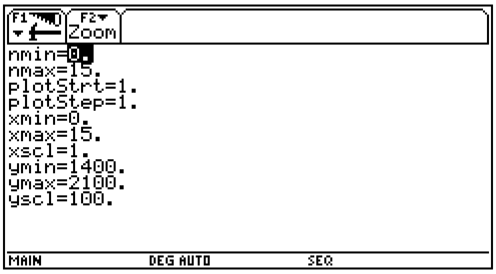
Die Gehaltsentwicklung kann dann tabellarisch und grafisch dargestellt werden.





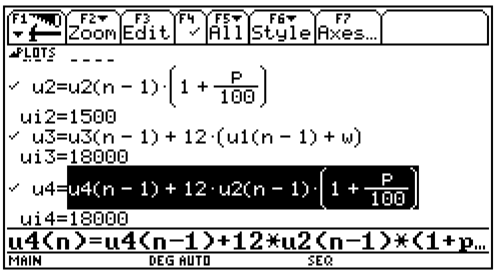
Beobachtung : Vorerst ist die Gehaltsentwicklung für Herrn A günstiger, allerdings wird er im 7. Jahr von B überholt.

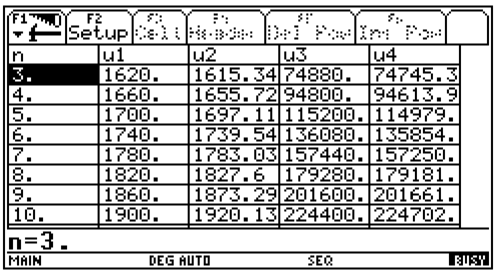
Für die grafische Darstellung wurden die folgenden `WINDOW–Einstellungen` verwendet:



Behandlung der zusätzlichen Fragen

Die Funktionen *u*3 und *u*4 im `Sequence-Mode` geben die Formeln für die Verdienstsummen wieder.





Beobachtung: Ab dem 9. Jahr hat Herr B Herrn A auch mit der Lebensverdienstsumme überholt.

BspNr: D0410b

Ausarbeitung (System: DERIVE)

Für Herrn A gilt: $G(n+1) = G(n) + 40$
Für Herrn B gilt: $G(n+1) = G(n) \cdot 1{,}025$,
wobei für beide $G(0) =$ € 1500 angesetzt werden kann.

Wir geben zuerst die Parameter ein:

```
G0 := 1500

p := 2.5

zuwachs := 40
```

Für die Eingabe der Gehaltsformel verwenden wir die rekursive Methode:

```
IF(n = 0, G0, Gehalt_A(n - 1) + zuwachs)

Gehalt_A(n) :=
  If n = 0
     G0
     Gehalt_A(n - 1) + zuwachs
```

Die Gehaltsentwicklung kann dann tabellarisch dargestellt werden.

```
VECTOR([n, Gehalt_A(n)], n, 0, 10)
```

0	1500
1	1540
2	1580
3	1620
4	1660
5	1700
6	1740
7	1780
8	1820
9	1860
10	1900

Für Herrn B gehen wir genauso vor,

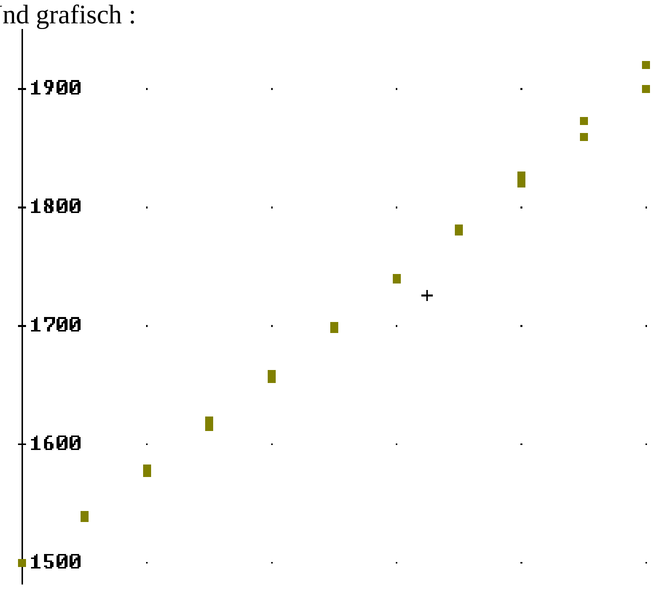
```
Gehalt_B(n) :=
  If n = 0
     G0
     Gehalt_B(n - 1)·(1 + p/100)
```

und stellen nun für beide Herrn die Gehaltsentwicklung in einer Tabelle dar:

```
VECTOR([n, Gehalt_A(n), Gehalt_B(n)], n, 0, 10)
```

0	1500	1500
1	1540	1537.5
2	1580	1575.93
3	1620	1615.33
4	1660	1655.71
5	1700	1697.11
6	1740	1739.54
7	1780	1783.02
8	1820	1827.6
9	1860	1873.29
10	1900	1920.12

Und grafisch :



Beobachtung: Vorerst ist die Gehaltsentwicklung für Herrn A günstiger, allerdings wird er im 7. Jahr von B überholt.

Behandlung der zusätzlichen Fragen:

```
IF(n = 0, 12·G0, Summe_A(n - 1) + 12·Gehalt_A(n))

Summe_A(n) :=
  If n = 0
     12·G0
     Summe_A(n - 1) + 12·Gehalt_A(n)

Summe_B(n) :=
  If n = 0
     12·G0
     Summe_B(n - 1) + 12·Gehalt_B(n)
```

Für die Gesamtverdienstsumme über die ersten n Jahre setzen wir an:

Damit erhält man diese Tabelle

```
VECTOR([n, Summe_A(n), Summe_B(n)], n, 0, 10)
```

0	18000	18000
1	36480	36450
2	55440	55361.25
3	74880	74745.28
4	94800	94613.91
5	115200	114979.2
6	136080	135853.7
7	157440	157250
8	179280	179181.3
9	201600	201660.8
10	224400	224702.3

Beobachtung: Ab dem 9. Jahr hat Herr B Herrn A auch mit der Lebensverdienstsumme überholt.