BspNr: D0111

Themenbereich	
Folgen, Rekursion	
Ziele	**vorhandene Ausarbeitungen**
• Anwendung einer Rekursion	TI-92
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	
Lehrplanbezug (Österreich):	6. Klasse
Quelle: Dr. Thomas Himmelbauer	

Der Turm von Hanoi

Angabe und Fragen:

1) Beschreibe das Spiel und seine Regeln!

2) Führe das Spiel mit Hilfe der vorhandenen Raster für 2, 3 und 4 Scheiben durch und erkläre die Rekursionsformel zur Berechnung der Anzahl der Spielzüge!

3) Berechne die Anzahl der Spielzüge für 10 Scheiben!

BspNr: D0111a

Ausarbeitung (System: TI-92)

ad 1)

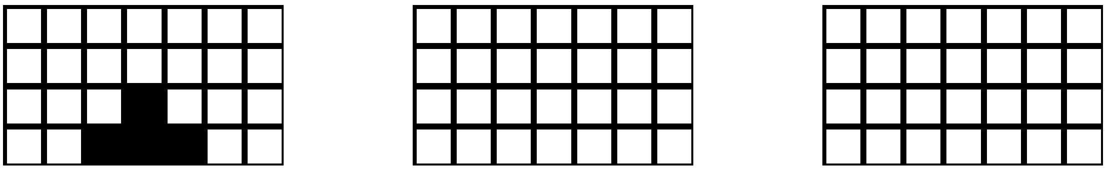
Auf der Spielplatte befinden sich 3 Zapfen. Auf einem Zapfen liegen *n*-verschieden große Lochscheiben aufgefädelt. Die größte zu unterst und die kleinste ganz oben. Die Scheiben sind auf einen der beiden anderen Zapfen umzusortieren. Dabei sind folgende Regeln zu beachten:

1) Es darf immer nur eine Scheibe umgesteckt werden!
2) Es darf niemals eine größere Scheibe über einer kleineren Scheibe zu liegen kommen!

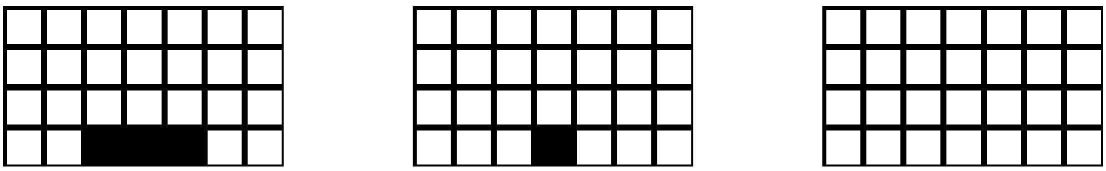
ad 2)

Für 2 Scheiben:

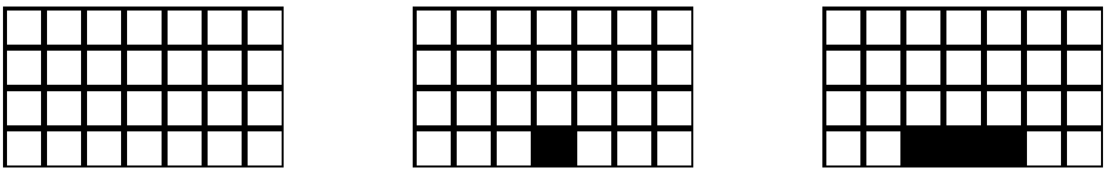
Ausgangsstellung:



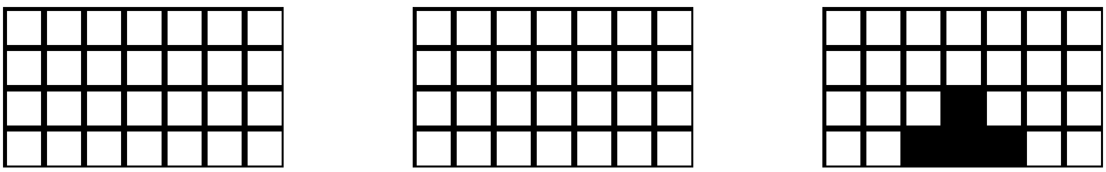
1. Zug



2. Zug

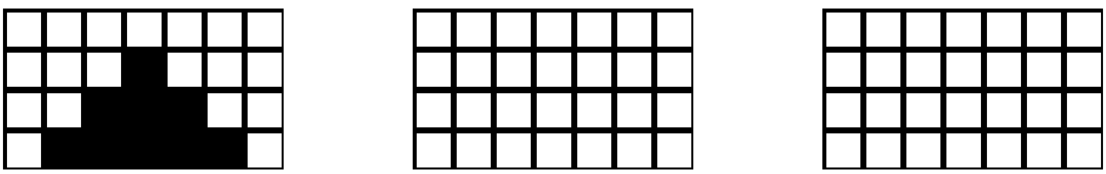


3. Zug

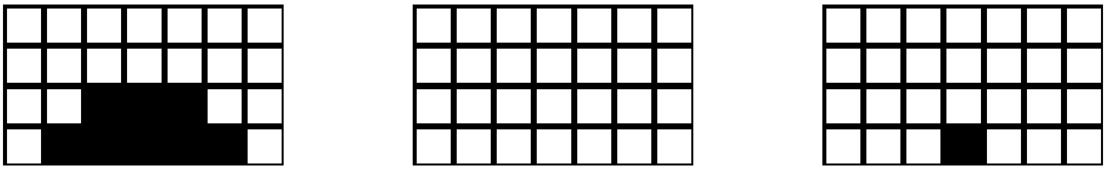


Für 3 Scheiben:

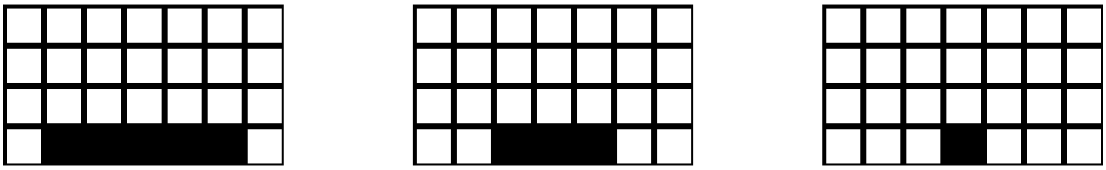
Ausgangsstellung:



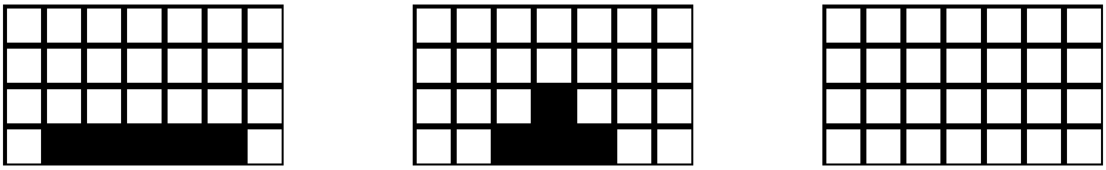
1. Zug



2. Zug



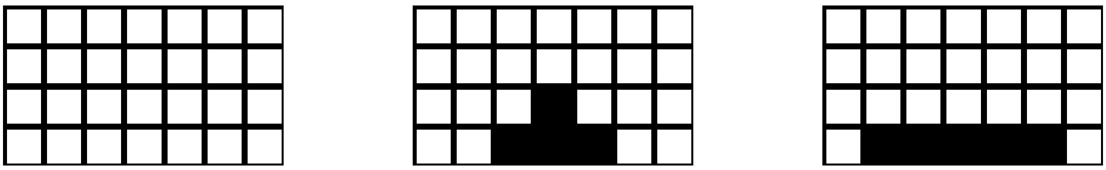
3. Zug



Es waren genau 3 Züge notwendig um die oberen beiden Platten umzulegen (Anzahl der Spielzüge für ein Spiel mit 2 Platten).

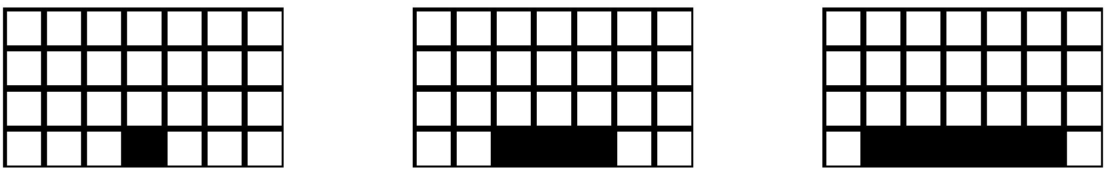
Nun wird die unterste Platte umgelegt.

4. Zug

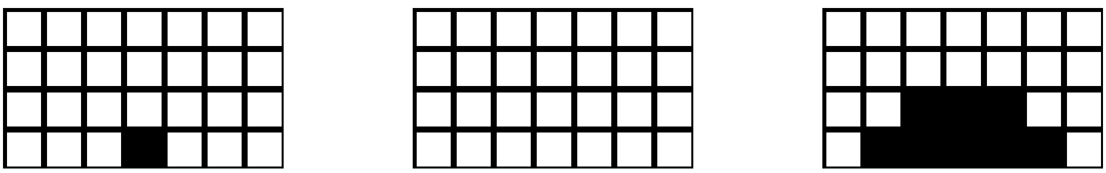


Dann sind wieder 3 Züge notwendig, um die beiden Platten auf die größte Platte zurückzusortieren.

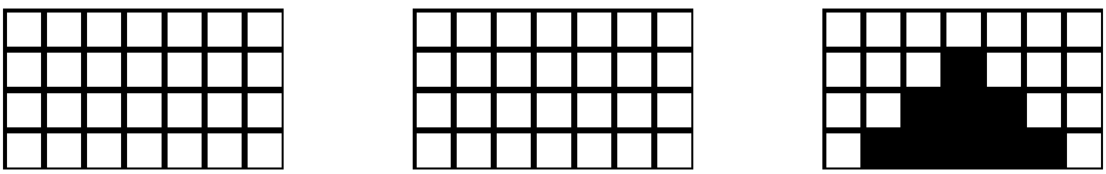
5. Zug



6. Zug

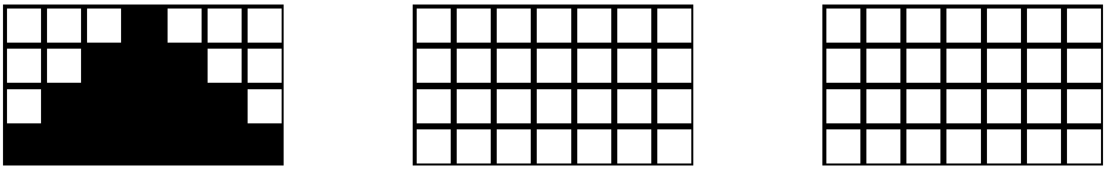


7. Zug

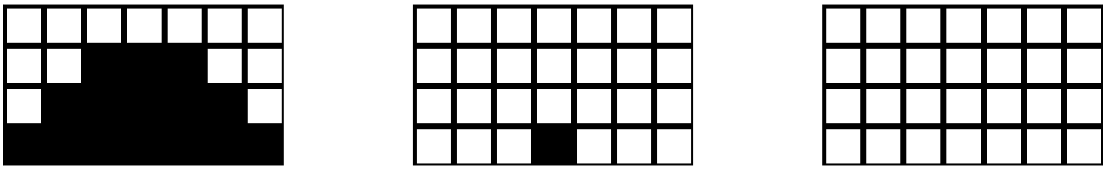


Für 4 Scheiben:

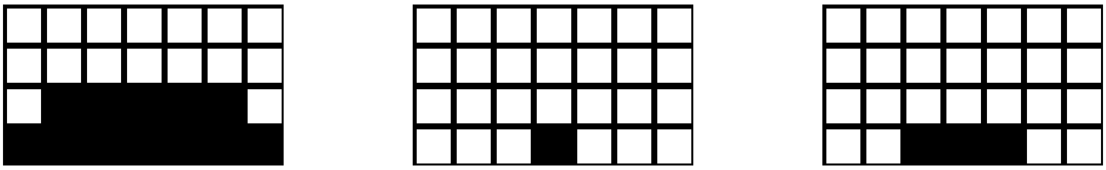
Ausgangsstellung:



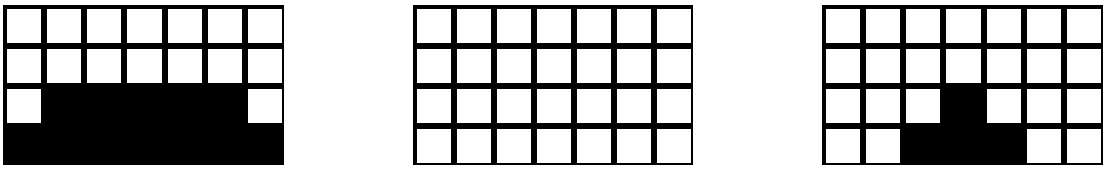
1. Zug



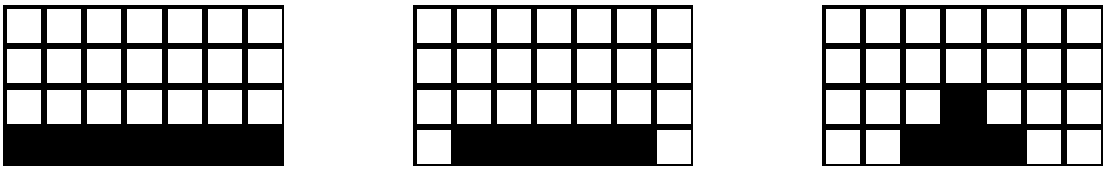
2. Zug



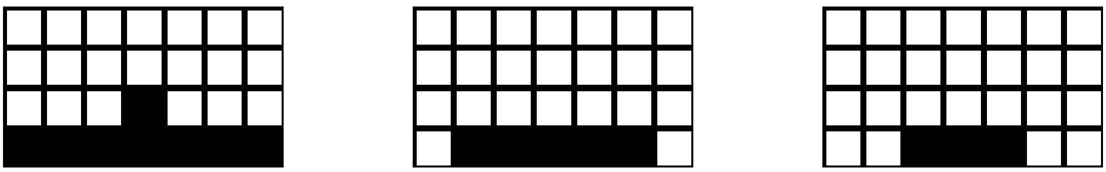
3. Zug



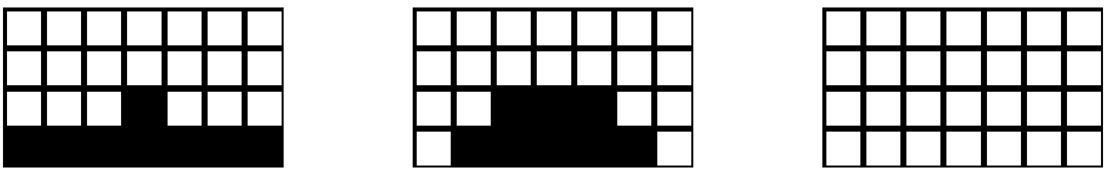
4. Zug



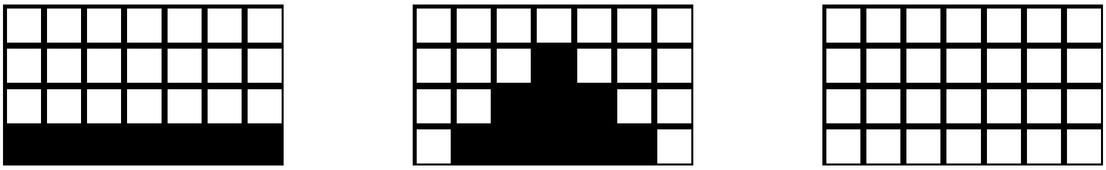
5. Zug



6. Zug

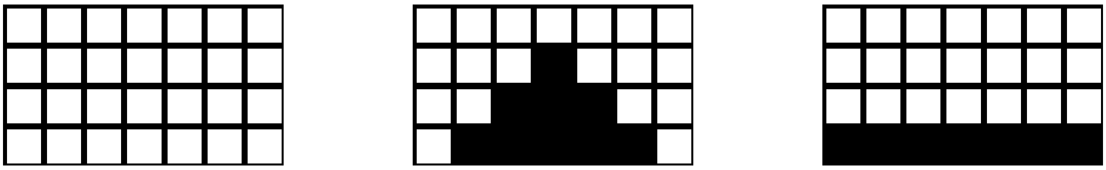


7. Zug



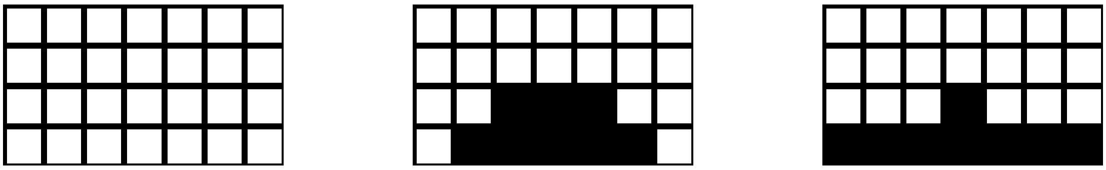
Es waren genau 7 Züge notwendig, um die obersten 3 Platten umzusortieren (Anzahl der Spielzüge eines Spieles mit 3 Platten).
Nun wird die unterster Platte umgelegt.

8. Zug

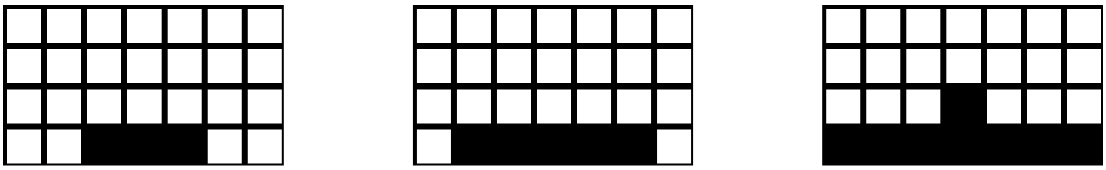


Für das Rücksortieren der obersten 3 Platten auf die unterste Platte werden wieder 7 Züge verwendet.

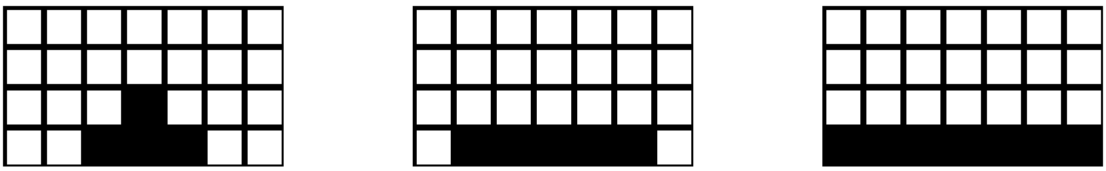
9. Zug



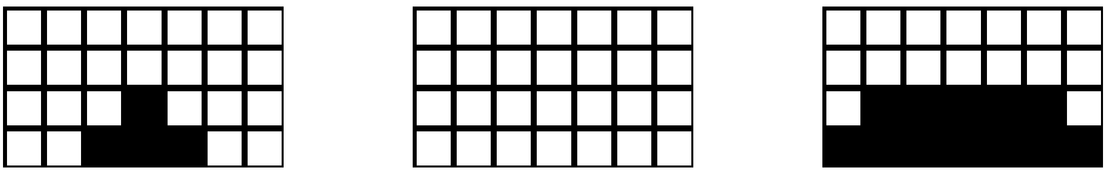
10. Zug



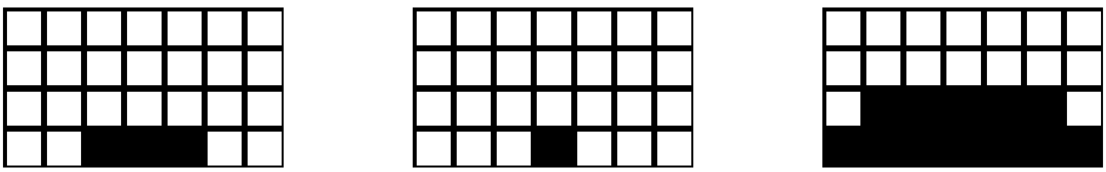
11. Zug



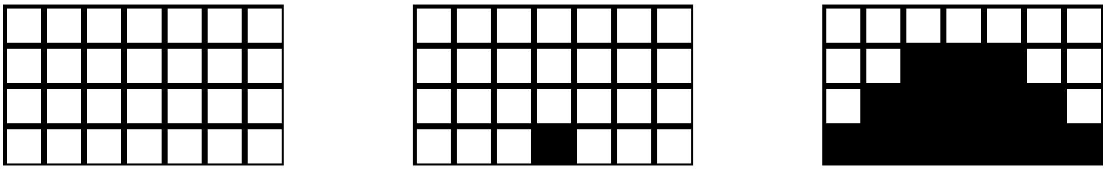
12. Zug



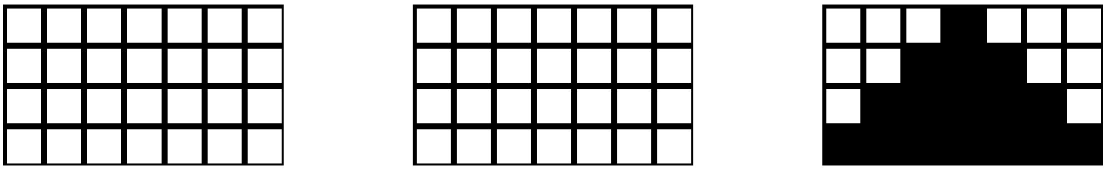
13. Zug



14. Zug



15. Zug



Man kann also folgende Rekursionsformel aufstellen.
Um *n* Scheiben unzusortieren müssen zunächst die (*n*-1)-obersten Scheiben umsortiert werden. Dann wird die unterste Scheibe umgelegt. Hernach werden wieder die (*n*-1)-obersten Scheiben auf die größte zurücksortiert.

Die Anzahl der Spielzüge für *n* Scheiben ist daher gleich der um 1 vermehrten doppelten Anzahl der Spielzüge für (*n*-1) Scheiben.

ad 3)
Starten wir bei einem Spiel mit 1 Scheibe

1 Scheibe	1 Spielzug
2 Scheiben	$2 \cdot 1 \quad + 1 = 3$ Spielzüge
3 Scheiben	$2 \cdot 3 \quad + 1 = 7$ Spielzüge
4 Scheiben	$3 \cdot 7 \quad + 1 = 15$ Spielzüge
5 Scheiben	$2 \cdot 15 \quad + 1 = 31$ Spielzüge
6 Scheiben	$2 \cdot 31 \quad + 1 = 63$ Spielzüge
7 Scheiben	$2 \cdot 63 \quad + 1 = 127$ Spielzüge
8 Scheiben	$2 \cdot 127 \quad + 1 = 255$ Spielzüge
9 Scheiben	$2 \cdot 255 \quad + 1 = 511$ Spielzüge
10 Scheiben	**$2 \cdot 511 \quad + 1 = 1023$ Spielzüge**