

BspNr: B1011

Themenbereich	
Differentialrechnung, Mittlere Geschwindigkeit	
Ziele	vorhandene Ausarbeitungen
<ul style="list-style-type: none">• Übergang von der mittleren zur Momentangeschwindigkeit	TI-92 (B1011a)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	B1010, B1012, B1013, B1014, B1015
Lehrplanbezug (Österreich):	7. Klasse
Quelle: G. Schmidt, Entdecken Verstehen Anwenden, Analysisunterricht mit dem TI-92, Lehrerhandreichung Texas Instruments	

Mittlere Geschwindigkeit (2)

Angabe:

Ein Stein wird von einem 125 m hohen Turm fallengelassen. Die Funktion $y_2(x) = 125 - 5x^2$ beschreibt die Flughöhe über dem Erdboden, wenn der Luftwiderstand vernachlässigt wird.

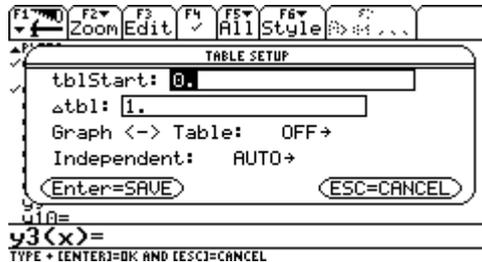
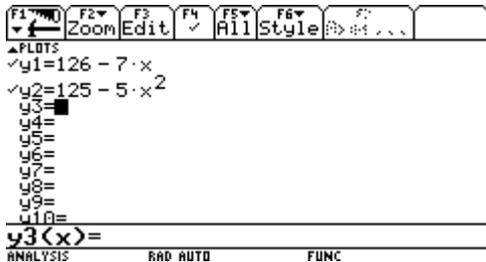
Die Einheit der Flughöhe y_2 ist Meter m, die Einheit der Zeit x ist Sekunde s.

Fragen:

- 1) Wann erreicht der Stein den Erdboden?
- 2) Mit welcher Geschwindigkeit trifft er auf den Erdboden auf?

Ausarbeitung (System: TI-92)

Wir definieren die Funktion im [y=]-Editor und betrachten sofort die Funktionswerte in einer Tabelle. Dazu wählen wir TblSet und legen als Startwert für die Tabelle tblStart:0 und als Schrittweite Δtbl:1 fest und betrachten über TABLE die Tabelle.



x	y1	y2			
0.	126.	125.			
1.	119.	120.			
2.	112.	105.			
3.	105.	80.			
4.	98.	45.			
5.	91.	0.			
6.	84.	-55.			
7.	77.	-120.			

The current x value is 0.

Wir sehen, dass der Stein nach 5 s den Erdboden erreicht hat. Dabei hat er 125 m zurückgelegt.

Somit ergibt sich folgende Geschwindigkeit:

$$v = -\frac{125m}{5s} = -5\frac{m}{s}$$

Wie sieht es nun aus wenn wir ein anderes Zeitintervall zur Geschwindigkeitsberechnung betrachten: z.B. den Zeitraum der letzten Sekunde vor dem Auftreffen. Wir verwenden die im Beispiel 1 hergeleitete Formel zur Berechnung der Geschwindigkeit mit x1 = 4 s und x2 = 5 s.

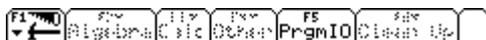


Nun beträgt die Geschwindigkeit -45 m/s. Das ist nicht verwunderlich, denn der Stein wird im Laufe des Fluges immer schneller. Die -5 m/s waren also nur ein mittlerer Wert für den gesamten Flug.

$$\frac{y2(5) - y2(4)}{5 - 4} = -45$$

The calculator screen shows the calculation: (y2(5) - y2(4)) / (5 - 4) = -45.

Aber auch die -45 m/s sind nur ein mittlerer Wert, ein mittlerer Wert für die letzte Sekunde des Fluges. Betrachten wir die letzte Zehntelsekunde, die letzte Hundertstelsekunde, die letzte Millionstelsekunde des Fluges.



Die Werte beschreiben immer genauer die Geschwindigkeit beim Auftreffen. Und für manche Messgenauigkeit mag der zweite der drei Werte durchaus bereits ausreichen. Aber auch der dritte Wert ist nur ein mittlerer Wert über ein - wenn auch sehr kleines - Zeitintervall.

$$\frac{y2(5) - y2(4.9)}{5 - 4.9} = -49.5$$

$$\frac{y2(5) - y2(4.99)}{5 - 4.99} = -49.95$$

$$\frac{y2(5) - y2(4.99999)}{5 - 4.99999} = -49.99999$$

The calculator screen shows the calculations for average velocity at different time intervals.

Wie groß ist also die Geschwindigkeit beim Auftreffen? War diese Frage nicht unfair? Hätte sie nicht lauten müssen: Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit in der letzten Millionstelsekunde vor dem Auftreffen! Andererseits wird der Stein beständig schneller, seine Geschwindigkeit immer größer und man sieht, dass sich die obigen Geschwindigkeiten der Zahl -50 nähern. Das legt natürlich nahe die Geschwindigkeit beim Auftreffen mit -50 m/s anzugeben.

Diese Geschwindigkeit ist aber keine mittlere Geschwindigkeit mehr, sondern eine Geschwindigkeit zu einem bestimmten Zeitpunkt, eine Momentangeschwindigkeit. Für sie werden wir uns später eine neue exakte Definition suchen müssen.

Vorerst genügt uns das Wissen, dass mittlere Geschwindigkeiten für genügend kleine Zeitintervalle beliebig genaue Aussagen über die Geschwindigkeit geben können.