

BspNr: B1010

Themenbereich	
Differentialrechnung, Mittlere Geschwindigkeit	
Ziele	vorhandene Ausarbeitungen
<ul style="list-style-type: none">• Übergang von der mittleren zur Momentangeschwindigkeit	TI-92 (B1010a)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	B1011, B1012, B1013, B1014, B1015
Lehrplanbezug (Österreich):	7. Klasse
Quelle: G. Schmidt, Entdecken Verstehen Anwenden, Analysisunterricht mit dem TI-92, Lehrerhandreichung Texas Instruments	

Mittlere Geschwindigkeit (1)

Angabe:

Ein Fallschirmspringer schwebt zum Erdboden herab. Die Funktion $y_1(x) = 126 - 7x$ beschreibt die Flughöhe über dem Erdboden für die letzten Sekunden des Fluges.

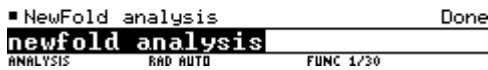
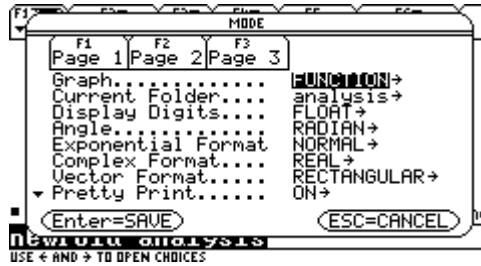
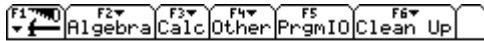
Die Einheit der Flughöhe y_1 ist Meter m, die Einheit der Zeit x ist Sekunden s.

Fragen:

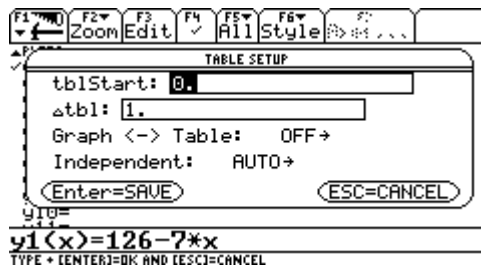
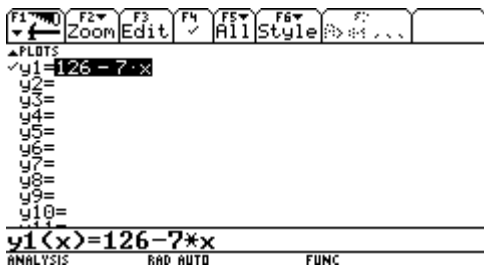
- 1) Welche Flughöhe besitzt der Fallschirmspringer zum Zeitpunkt $x=0$?
- 2) Wann erreicht der Fallschirmspringer den Erdboden?
- 3) Mit welcher Geschwindigkeit trifft er auf den Erdboden auf?

Ausarbeitung (System: TI-92)

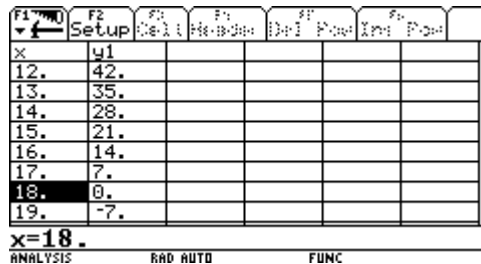
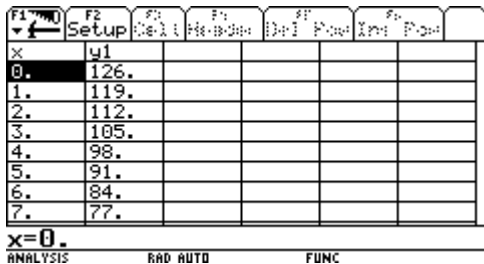
Wir legen einen neuen Folder für die Analysis an und stellen den Mode Graph auf FUNCTION.



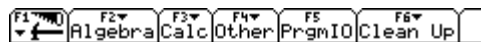
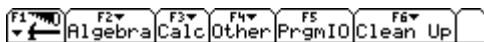
Wir definieren die Funktion im [y=]-Editor und betrachten sofort die Funktionswerte in einer Tabelle. Dazu wählen wir TblSet und legen als Startwert für die Tabelle $tblStart:0$ und als Schrittweite $\Delta tbl:1$ fest und betrachten über TABLE die Tabelle.



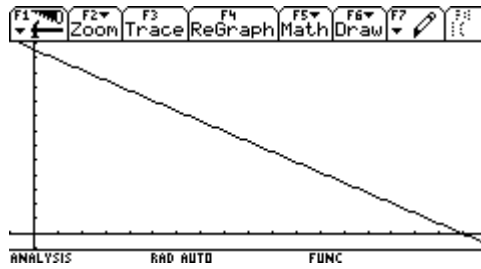
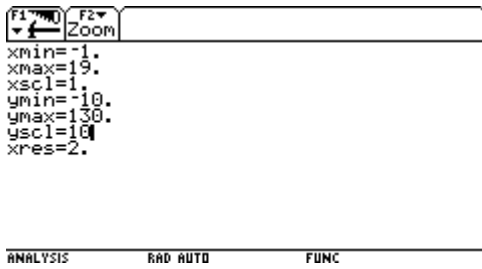
Zum Zeitpunkt $x=0$ s beträgt also die Flughöhe $y1(0) = 126$ m. Durch Scrollen können wir auch den Zeitpunkt des Flugendes ermitteln. Nach 18 s ist der Erdboden erreicht.



Man kann aber die beiden ersten Fragen auch durch Berechnung lösen. Indem man die Funktion $y1(0)$ berechnet, erhält man die Flughöhe zum Zeitpunkt $x = 0$. Wir bieten gleich drei Möglichkeiten zur Berechnung an. Der Zeitpunkt des Auftreffens kann durch Lösung der Gleichung $y1(x) = 0$ nach x bestimmt werden.



Damit können wir entsprechende Fensterkoordinaten wählen und uns den Graphen der Funktion zeichnen lassen.



Nun wenden wir uns der Geschwindigkeit beim Auftreffen auf dem Erdboden zu. Dabei gehen wir von folgender Vorstellung über Geschwindigkeit aus.

$$v = \text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{zurückgelegter Weg}}{\text{verstrichene Zeit}} = \frac{s}{t}$$

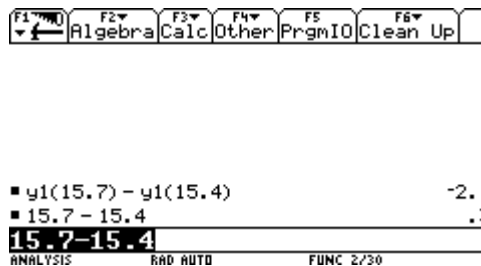
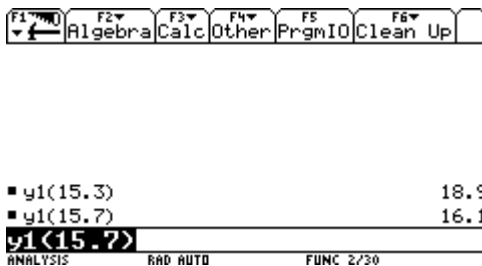
In unserem Beispiel hat der Fallschirmspringer in 18 s eine Höhe von 126 m zurückgelegt. Es ergibt sich also eine Geschwindigkeit von $v = \frac{126\text{m}}{18\text{s}} = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Wenn wir noch einmal auf unsere Tabelle blicken, so können wir auch dort sehen, dass sich die Höhe in jeder Sekunde um 7 m verringert.

x	y1				
0.	126.				
1.	119.				
2.	112.				
3.	105.				
4.	98.				
5.	91.				
6.	84.				
7.	77.				

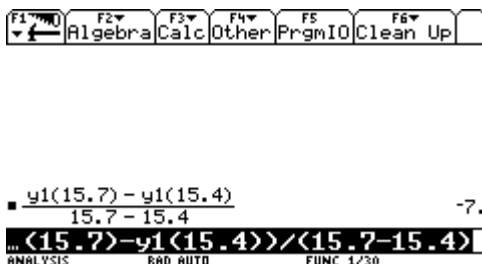
Um Absinken und Aufsteigen zu unterscheiden, ist es sinnvoll beim Absinken die Geschwindigkeit mit einem negativen Vorzeichen zu versehen. Also beträgt die Geschwindigkeit des Fallschirmspringers

$$v = -7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Berechnen wir die Geschwindigkeit nocheinmal für ein völlig anderes Zeitintervall. Zum Beispiel für den Zeitraum von $x = 15,3$ s bis $x = 15,7$ s. Dazu berechnen wir zunächst die entsprechenden Flughöhen. Dann ermitteln wir die Veränderung der Flughöhe (den zurückgelegten Weg). Ziehen wir von der Flughöhe zum späteren Zeitpunkt $y1(15,7)$ die Flughöhe zum früheren Zeitpunkt $y1(15,4)$ ab, so erhalten wir eine negative Veränderung der Flughöhe $-2,1$ m. Dies zeigt das Absinken des Fallschirms. Die verstrichene Zeit $0,3$ s ist positiv, weil wir den Vorgang in der richtigen zeitlichen Reihenfolge betrachten.



Somit ergibt sich folgender Ausdruck zur Berechnung dieser Geschwindigkeit:



Die Geschwindigkeit des Fallschirmspringers hängt also vom gewählten Zeitintervall nicht ab. Sie beträgt immer -7 m/s unabhängig vom gewählten Zeitbereich.

Daher läßt sich folgende Formel zur Berechnung der Geschwindigkeit im Zeitintervall von x_1 bis x_2 angeben:

$$v = \frac{y1(x_2) - y1(x_1)}{x_2 - x_1}$$