

Themenbereich	
Differentialrechnung, Kurvendiskussion	
Ziele	vorhandene Ausarbeitungen
• Klassische Kurvendiskussion mit Parametrisierung	TI-92 (B0812a)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	B0811
Lehrplanbezug (Österreich):	7. Klasse
Quelle: Heiner Juen, Stationenbetrieb zur Maturavorbereitung (Tiroler Bildungsserver, www.bildungsserver.at/nlk)	

Kurvendiskussion mit Parametrisierung 2

Angabe und Fragen:

Betrachte die Funktion $f(x) = x^3 - 12 \cdot a \cdot x - 2$

- a) Für welche Werte von a hat diese Funktion
- zwei Extremstellen
 - eine Extremstelle
 - keine Extremstelle ?
- b) Für welches a berührt der Graph der Funktion die x -Achse?
Führe mit diesem Wert für a eine Kurvendiskussion durch und zeichne den Graphen im Intervall $[-3;3]$.
- c) Für welche a hat der Graph nur eine reelle Nullstelle, für welche a drei reelle Nullstellen?
Zeichne je einen weiteren Graphen im obigen Diagramm ein.

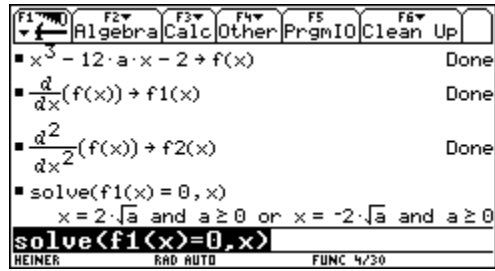
Ausarbeitung (System: TI-92)

ad a)

$$f(x) = 3x^2 - 12a$$

$$f'(x) = 6x$$

Zwei Extrema: $a > 0$
 Keine Extremum: $a < 0$
 Terrassenpunkt: $a = 0$



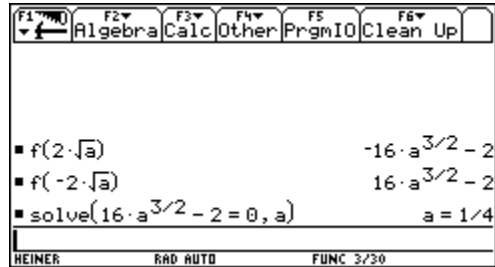
ad b)

Da der Funktionswert den Wert 0 annehmen muss, kann die Berührung nur an der Extremstelle

$$x = -2 \cdot \sqrt{a}$$

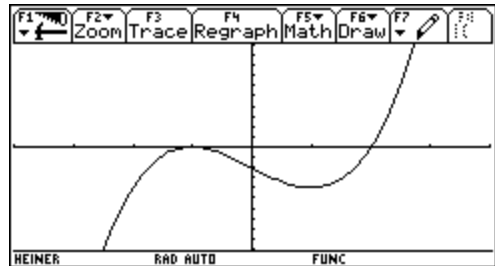
erfolgen.

Daher: $a = \frac{1}{4}$



Skalierung x-Achse und y-Achse jeweils 1.

Minimum: (1 / -4)
 Maximum: (-1 / 0)
 Wendepunkt: (0 / -2)
 Nullstellen: (-1/0) und (2/0)



ad c)

Eine reelle Nullstelle gibt es für $a < \frac{1}{4}$.

Da in diesem Fall der Funktionswert für das Maximum (Stelle $x = -2 \cdot \sqrt{a}$) kleiner Null wird.

Für $a > \frac{1}{4}$ existiert immer ein Maximum mit $y_{\max} > 0$ und ein Minimum mit $y_{\min} < 0$

Daher gibt es in diesen Fällen immer drei Nullstellen.

Graphen für $a = 1$; $a = \frac{1}{4}$; $a = \frac{1}{8}$; $a = 0$; $a = -\frac{1}{2}$

