

Themenbereich	
Differentialrechnung, Kurvendiskussion	
Ziele	vorhandene Ausarbeitungen
<ul style="list-style-type: none"> <li>Einführung in die Differentialrechnung</li> </ul>	MUPAD (B0710a), DERIVE (B0710b), TI-Interactive (B0710c)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	
Lehrplanbezug (Österreich):	7. Klasse
Quelle: Dr. Thomas Himmelbauer	

## Körpertemperatur

### Angabe:

Gegeben ist die Funktion  $T(t) = -\frac{4t^4}{10125} + \frac{62t^3}{3375} - \frac{302t^2}{1125} + \frac{104t}{75} + 37$   $T : [0 : 24] \rightarrow \mathbb{R}$ .

Sie berechnet in guter Näherung die Körpertemperatur eines bestimmten Kranken für einen bestimmten Tag in Abhängigkeit von der Uhrzeit ( $t = 1,25$  bedeutet 1 Uhr und 15 Minuten).

### Fragen:

- Stelle den Graphen der Funktion für ein entsprechendes Koordinatensystem dar!
- Bestimme aus dem Graphen den Zeitpunkt mit der höchsten Körpertemperatur und ihre Größe und die Zeitpunkte, wo die Körpertemperatur einen relativen Extremwert besitzt.
- Erstelle eine Tabelle, die alle 15 Minuten die Körpertemperatur des Kranken berechnet! Bestimme aus der Tabelle die höchste und die niedrigste Körpertemperatur und den Zeitpunkt ihres Auftretens und die relativen Extremwerte der Körpertemperatur und den Zeitpunkt ihres Auftretens.
- Stelle die Funktionsgleichung der Funktion  $dT(t)$  auf, die für jeden Zeitpunkt  $t$  die Veränderung pro Stunde der Körpertemperatur angibt. Das für die Veränderung zu betrachtende Intervall sind die jeweils nächsten 15 Minuten.
- Erstelle eine Tabelle, die für alle 15 Minuten die Werte von  $dT(t)$  berechnet.
  - Wann hat die Temperatur am stärksten zugenommen? Wie groß war der Zuwachs?
  - Wann hat die Temperatur am stärksten abgenommen? Wie groß war die Abnahme?
  - Wann hat sich die Temperatur am wenigsten verändert? Wie groß war diese Veränderung? Wann waren noch Zeiten mit geringer Temperaturänderung? Wie groß waren diese Veränderungen?
  - Ab welchem Zeitpunkt ist zu erkennen, dass die Wirkung des Medikamentes, das gegen den 1. Fieberschub gegeben wurde, nachlässt? Woran kann man das erkennen?
  - Ab welchem Zeitpunkt ist zu erkennen, dass die Wirkung des Medikamentes, das gegen den 2. Fieberschub gegeben wurde, einsetzt? Woran kann man das erkennen?
  - Der diensthabende Arzt möchte um 17 Uhr eine Prognose erstellen, wie hoch das Fieber bis 19 Uhr noch ansteigen wird. Dabei verwendet er die Zunahme der Temperatur von 16 Uhr 45 auf 17 Uhr und nimmt an, dass diese Veränderung auch in den kommenden zwei Stunden so anhalten wird. Berechne diese Prognose!
  - Wie groß ist der Fehler der Prognose und wie kann man ihn erklären?

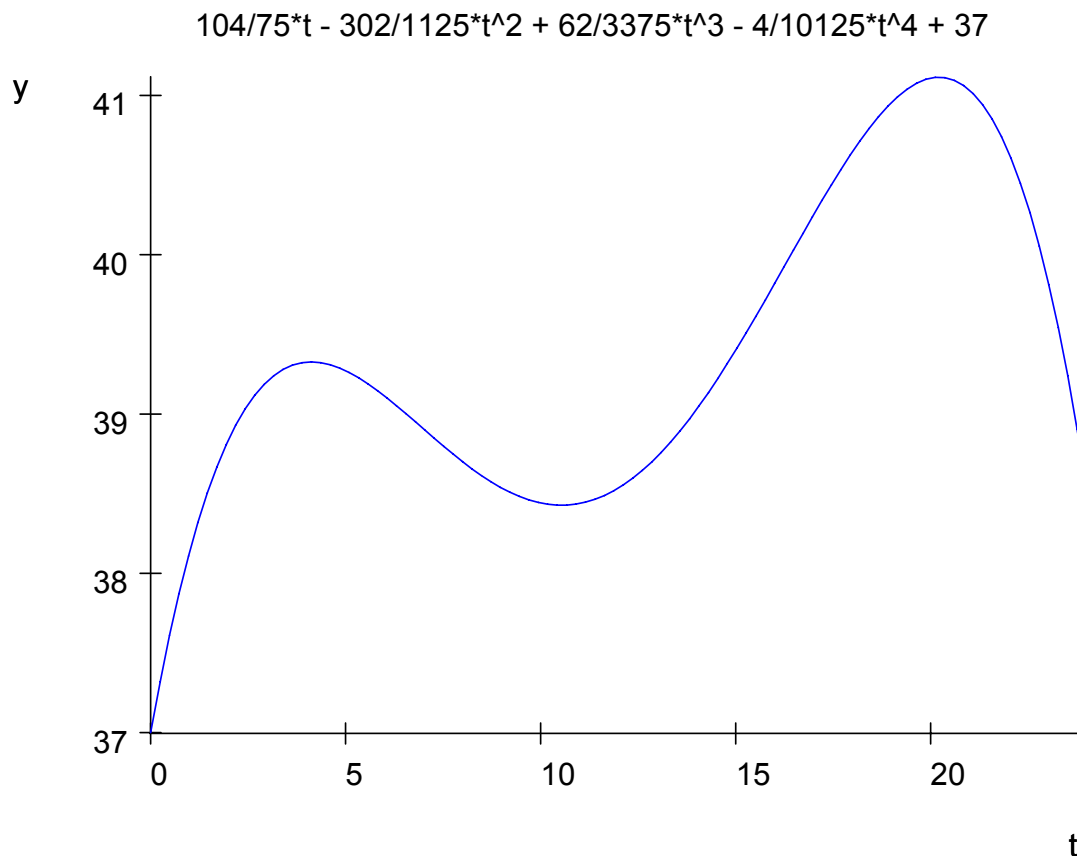
## Ausarbeitung (System: MUPAD)

ad 1)

- $T := t \rightarrow (-4 \cdot t^4 / 10125) + 62 \cdot t^3 / 3375 - 302 \cdot t^2 / 1125 + 104 \cdot t / 75 + 37$

$$t \rightarrow \left( \left( -\frac{4 \cdot t^4}{10125} + \frac{62 \cdot t^3}{3375} \right) - \frac{302 \cdot t^2}{1125} \right) + \frac{104 \cdot t}{75} + 37$$

- `plotfunc2d(T(t), t=0..24)`



ad 2)

Um etwa 20 Uhr ein absoluter Höchstwert von etwa 41°.

Um etwa 4 Uhr ein relatives Maximum von 39,3°.

Um etwa 10 Uhr 30 ein relatives Minimum von 38,4°.

ad 3)

- `DIGITS:=5`

5

- `Erzeuger:=Dom::Matrix(Dom::Float)`

Dom::Matrix(Dom::Float)

- `Erzeuger::transpose(matrix([[float(t/4)$t=1..24],[float(T(t/4))$t=1..24],[float(t/4)$t=25..48],[float(T(t/4))$t=25..48],[float(t/4)$t=49..72],[float(T(t/4))$t=49..72],[float(t/4)$t=73..96],[float(T(t/4))$t=73..96]]))`

0.25	37.33	6.25	39.062	12.25	38.577	18.25	40.736
0.5	37.629	6.5	39.011	12.5	38.624	18.5	40.817
0.75	37.897	6.75	38.959	12.75	38.677	18.75	40.891
1.0	38.136	7.0	38.905	13.0	38.736	19.0	40.956
1.25	38.349	7.25	38.852	13.25	38.801	19.25	41.011
1.5	38.536	7.5	38.8	13.5	38.872	19.5	41.056
1.75	38.699	7.75	38.749	13.75	38.948	19.75	41.088
2.0	38.84	8.0	38.7	14.0	39.029	20.0	41.109
2.25	38.96	8.25	38.654	14.25	39.116	20.25	41.114
2.5	39.06	8.5	38.611	14.5	39.207	20.5	41.104
2.75	39.143	8.75	38.572	14.75	39.302	20.75	41.077
3.0	39.208	9.0	38.536	15.0	39.4	21.0	41.032
3.25	39.258	9.25	38.505	15.25	39.502	21.25	40.967
3.5	39.293	9.5	38.479	15.5	39.606	21.5	40.882
3.75	39.316	9.75	38.458	15.75	39.712	21.75	40.774
4.0	39.326	10.0	38.442	16.0	39.819	22.0	40.642
4.25	39.326	10.25	38.432	16.25	39.928	22.25	40.484
4.5	39.316	10.5	38.428	16.5	40.036	22.5	40.3
4.75	39.298	10.75	38.43	16.75	40.144	22.75	40.087
5.0	39.272	11.0	38.438	17.0	40.251	23.0	39.844
5.25	39.239	11.25	38.453	17.25	40.355	23.25	39.569
5.5	39.201	11.5	38.474	17.5	40.457	23.5	39.261
5.75	39.158	11.75	38.502	17.75	40.555	23.75	38.917
6.0	39.112	12.0	38.536	18.0	40.648	24.0	38.536

Um etwa 20 Uhr 15 höchste Temperatur mit 41,114°.  
 Um etwa 4 Uhr ein relatives Maximum mit 39,326°.  
 Um etwa 10 Uhr 30 ein relatives Minimum mit 38,428°.

ad 4)

- $dT := t \rightarrow (T(t+0.25) - T(t)) / 0.25$

$$t \rightarrow \frac{T(t+0.25) - T(t)}{0.25}$$

ad 5)

- `Erzeuger::transpose(matrix([[float(t/4)$t=1..24],[float(dT(t/4))$t=1..24],[float(t/4)$t=25..48],[float(dT(t/4))$t=25..48],[float(t/4)$t=49..72],[float(dT(t/4))$t=49..72],[float(t/4)$t=73..96],[float(dT(t/4))$t=73..96]]))`

0.25	1.1933	6.25	-0.20554	12.25	0.18765	18.25	0.32483
0.5	1.0725	6.5	-0.21074	12.5	0.21267	18.5	0.29475
0.75	0.95829	6.75	-0.21297	12.75	0.23711	18.75	0.26051
1.0	0.85043	7.0	-0.21239	13.0	0.2608	19.0	0.22198
1.25	0.74879	7.25	-0.20914	13.25	0.2836	19.25	0.17901
1.5	0.65322	7.5	-0.20338	13.5	0.30536	19.5	0.13144
1.75	0.56358	7.75	-0.19524	13.75	0.32595	19.75	0.07913
2.0	0.47971	8.0	-0.18488	14.0	0.34519	20.0	0.021932
2.25	0.40148	8.25	-0.17245	14.25	0.36296	20.25	-0.040303
2.5	0.32872	8.5	-0.15809	14.5	0.37909	20.5	-0.10772
2.75	0.2613	8.75	-0.14196	14.75	0.39345	20.75	-0.18048
3.0	0.19907	9.0	-0.12419	15.0	0.40588	21.0	-0.25871
3.25	0.14187	9.25	-0.10494	15.25	0.41624	21.25	-0.34257
3.5	0.089562	9.5	-0.084364	15.5	0.42438	21.5	-0.43222
3.75	0.041994	9.75	-0.062599	15.75	0.43014	21.75	-0.52778
4.0	-0.00098153	10.0	-0.039796	16.0	0.43339	22.0	-0.62943
4.25	-0.039512	10.25	-0.016105	16.25	0.43397	22.25	-0.73729
4.5	-0.073747	10.5	0.0083271	16.5	0.43174	22.5	-0.85153
4.75	-0.10383	10.75	0.033352	16.75	0.42654	22.75	-0.97228
5.0	-0.12992	11.0	0.058821	17.0	0.41823	23.0	-1.0997
5.25	-0.15215	11.25	0.084587	17.25	0.40666	23.25	-1.2339
5.5	-0.17069	11.5	0.1105	17.5	0.39169	23.5	-1.3751
5.75	-0.18566	11.75	0.13641	17.75	0.37316	23.75	-1.5234
6.0	-0.19723	12.0	0.16218	18.0	0.35092	24.0	-1.679

a) um 0 Uhr um  $1,3^\circ$  pro Stunde

b) um 24 Uhr um  $-1,6^\circ$  pro Stunde

c) - 0,0009... um 4 Uhr      0,008... um 10 Uhr 30      0,021.... um 20 Uhr

d) ab 7 Uhr 15 verkleinert sich die Abnahme der Temperatur wieder

e) ab 16 Uhr 30 verkleinert sich die Zunahme der Temperatur wieder

f)

- `float(T(17)+dT(16.75)*2)`

41.104

g)

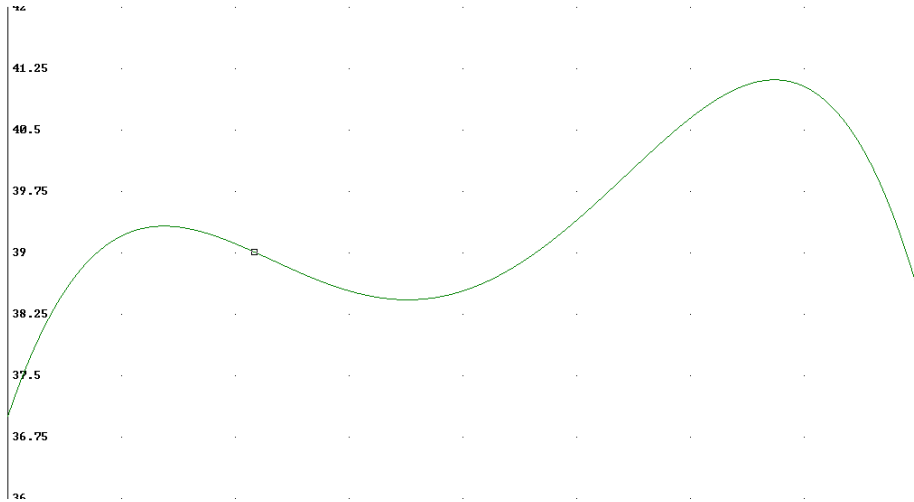
- `float(T(19)-(T(17)+dT(16.75)*2))`

-0.14789

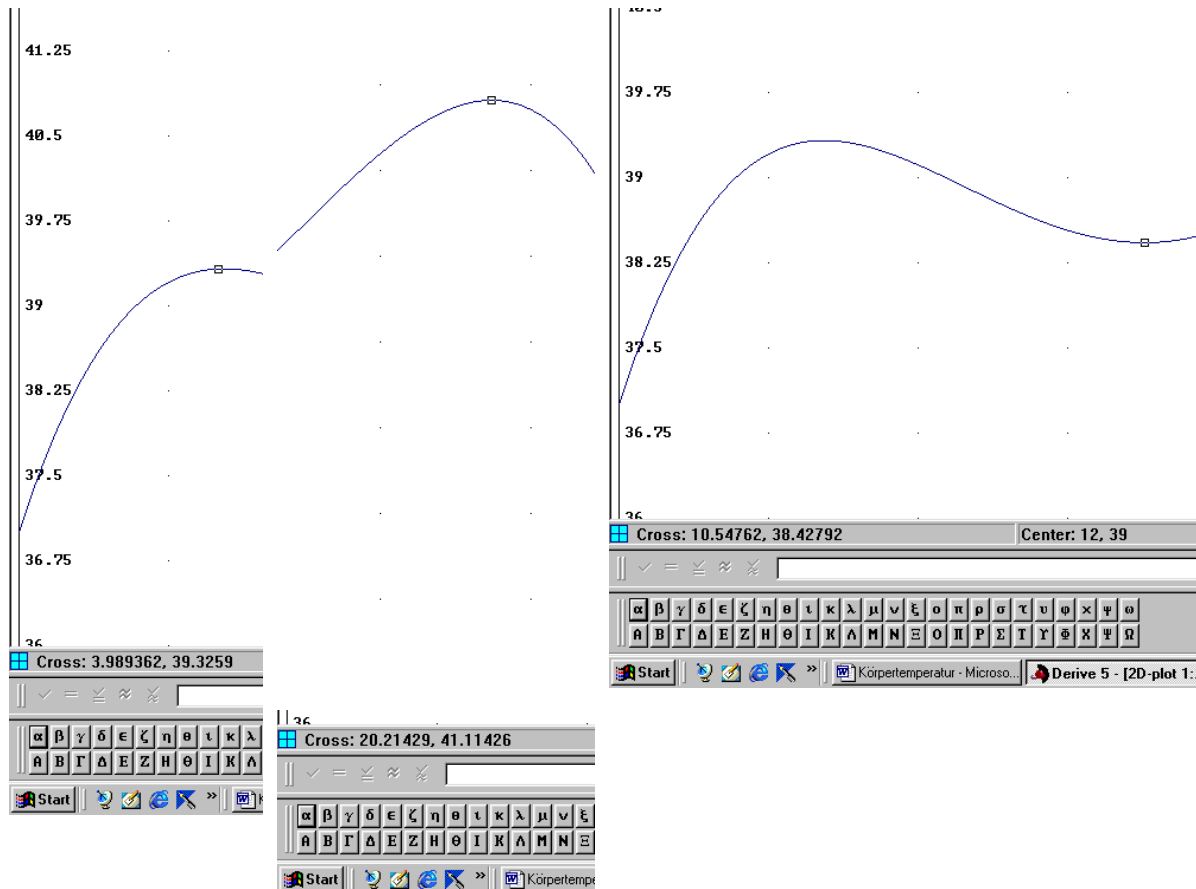
## Ausarbeitung (System: DERIVE)

ad 1)

$$\#1: \quad y = -\frac{4 \cdot x^4}{10125} + \frac{62 \cdot x^3}{3375} - \frac{302 \cdot x^2}{1125} + \frac{104 \cdot x}{75} + 37$$



ad 2)



Absolutes Maximum: etwa um 20 Uhr 12 mit 41,1°  
 Relatives Maximum: um etwa 4 Uhr mit 39,3°  
 Relatives Minimum: um etwa 10 Uhr 30 mit 38,4°

ad 3)

#2: NotationDigits := 6

$$\#3: \text{TABLE} \left( -\frac{4 \cdot x^4}{10125} + \frac{62 \cdot x^3}{3375} - \frac{302 \cdot x^2}{1125} + \frac{104 \cdot x}{75} + 37, x, 0, 24, \frac{1}{4} \right)$$

0	37	5.5	39.2010	11	38.4384	16.75	40.1439
0.25	37.3301	5.75	39.1584	11.25	38.4531	17	40.2505
0.5	37.6284	6	39.112	11.5	38.4742	17.25	40.3551
0.75	37.8966	6.25	39.0626	11.75	38.5018	17.5	40.4567
1	38.1361	6.5	39.0113	12	38.536	17.75	40.5547
1.25	38.3488	6.75	38.9586	12.25	38.5765	18	40.648
1.5	38.536	7	38.9053	12.5	38.6234	18.25	40.7357
1.75	38.6993	7.25	38.8522	12.75	38.6766	18.5	40.8169
2	38.8401	7.5	38.8	13	38.7359	18.75	40.8906
2.25	38.9601	7.75	38.7491	13.25	38.8011	19	40.9557
2.5	39.0604	8	38.7003	13.5	38.872	19.25	41.0112
2.75	39.1426	8.25	38.6541	13.75	38.9483	19.5	41.056
3	39.208	8.5	38.6110	14	39.0298	19.75	41.0888
3.25	39.2577	8.75	38.5714	14.25	39.1161	20	41.1086
3.5	39.2932	9	38.536	14.5	39.2068	20.25	41.1141
3.75	39.3156	9.25	38.5049	14.75	39.3016	20.5	41.1040
4	39.3261	9.5	38.4787	15	39.4	20.75	41.0771
4.25	39.3258	9.75	38.4576	15.25	39.5014	21	41.032
4.5	39.316	10	38.4419	15.5	39.6055	21.25	40.9673
4.75	39.2975	10.25	38.4320	15.75	39.7116	21.5	40.8816
5	39.2716	10.5	38.428	16	39.8191	21.75	40.7736
5.25	39.2391	10.75	38.4300	16.25	39.9275	22	40.6416
						22.25	40.4843
						22.5	40.3
						22.75	40.0871
						23	39.8440
						23.25	39.5691
						23.5	39.2606
						23.75	38.9168
						24	38.536

Um etwa 20 Uhr 15 höchste Temperatur mit 41,114°.

Um etwa 4 Uhr ein relatives Maximum mit 39,326°.

Um etwa 10 Uhr 30 ein relatives Minimum mit 38,428°.

ad 4)

$$\#5: T(x) := -\frac{4 \cdot x^4}{10125} + \frac{62 \cdot x^3}{3375} - \frac{302 \cdot x^2}{1125} + \frac{104 \cdot x}{75} + 37$$

$$\#6: dT(x) := \frac{T(x + 0.25) - T(x)}{0.25}$$

$$\#7: \text{TABLE}(dT(x), x, 0, 24, 0.25)$$

ad 5)

0	1.32069	5.5	-0.170685	11	0.0588209
0.25	1.19327	5.75	-0.185660	11.25	0.0845864
0.5	1.07252	6	-0.197228	11.5	0.110499
0.75	0.958290	6.25	-0.205537	11.75	0.136413
1	0.850425	6.5	-0.210734	12	0.162179
1.25	0.748783	6.75	-0.212969	12.25	0.187648
1.5	0.653216	7	-0.212388	12.5	0.212672
1.75	0.563574	7.25	-0.209141	12.75	0.237104
2	0.479709	7.5	-0.203376	13	0.260796
2.25	0.401475	7.75	-0.195240	13.25	0.283598
2.5	0.328722	8	-0.184882	13.5	0.305364
2.75	0.261302	8.25	-0.172450	13.75	0.325944
3	0.199067	8.5	-0.158092	14	0.345191
3.25	0.141870	8.75	-0.141956	14.25	0.362956
3.5	0.0895617	9	-0.124191	14.5	0.379092
3.75	0.0419938	9.25	-0.104944	14.75	0.393450
4	-0.000981481	9.5	-0.0843641	15	0.405882
4.25	-0.0395123	9.75	-0.0625987	15.25	0.416240
4.5	-0.0737469	10	-0.0397962	15.5	0.424376
4.75	-0.103833	10.25	-0.0161049	15.75	0.430141
5	-0.129919	10.5	0.00832716	16	0.433388
5.25	-0.152154	10.75	0.0333518	16.25	0.433969

16.5	0.431734	19	0.221981	22	-0.629425
16.75	0.426537	19.25	0.179006	22.25	-0.737290
17	0.418228	19.5	0.131438	22.5	-0.851524
17.25	0.406660	19.75	0.0791296	22.75	-0.972277
17.5	0.391685	20	0.0219320	23	-1.09969
17.75	0.373154	20.25	-0.0403024	23.25	-1.23393
18	0.350919	20.5	-0.107722	23.5	-1.37512
18.25	0.324833	20.75	-0.180475	23.75	-1.52343
18.5	0.294746	21	-0.258709	24	-1.67900
18.75	0.260512	21.25	-0.342574		
		21.5	-0.432216		
		21.75	-0.527783		

a) um 0 Uhr um  $1,3^\circ$  pro Stunde

b) um 24 Uhr um  $-1,6^\circ$  pro Stunde

c)  $-0,0009\dots$  um 4 Uhr       $0,008\dots$  um 10 Uhr 30       $0,021\dots$  um 20 Uhr

d) ab 7 Uhr 15 verkleinert sich die Abnahme der Temperatur wieder

e) ab 16 Uhr 30 verkleinert sich die Zunahme der Temperatur wieder

f) und g)

#9:  $T(17) + dT(16.75) \cdot 2$

#10:

41.1036

#11:  $T(19) - (T(17) + dT(16.75) \cdot 2)$

#12:

-0.147888



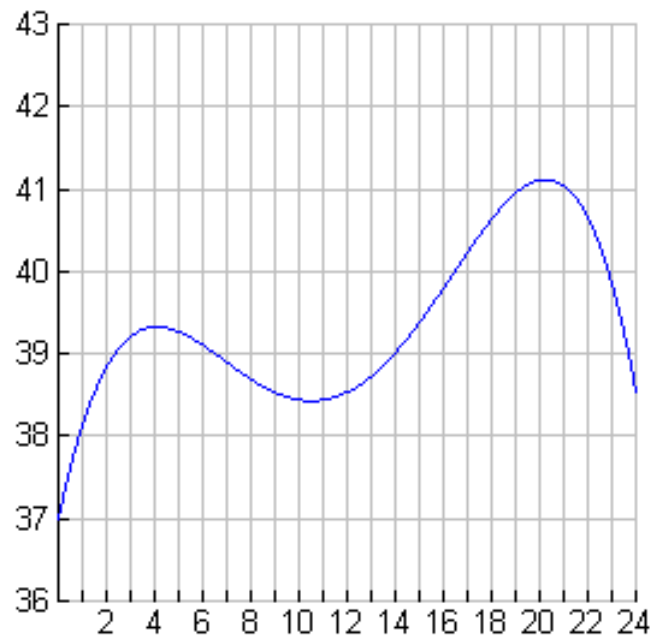
BspNr: B0710c

## Ausarbeitung (System: TI-Interactive)

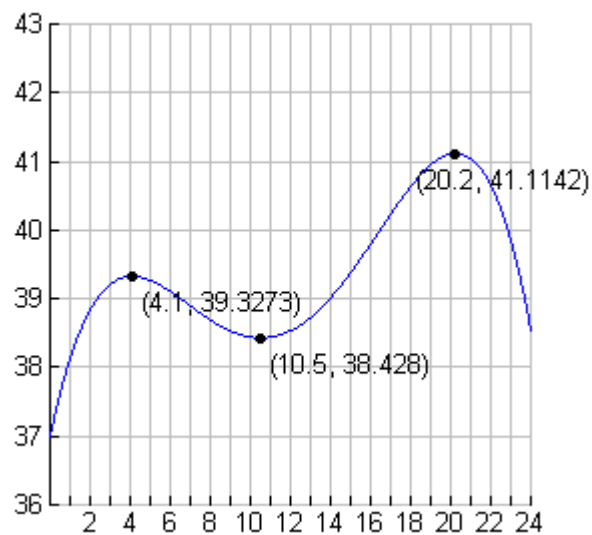
ad 1)

$$\text{Define } T_e(t) = \frac{-4t^4}{10125} + \frac{62t^3}{3375} - \frac{302t^2}{1125} + \frac{104t}{75} + 37$$

"Done"



ad 2)



ad 3)

x	Te(x)	x	Te(x)	x	Te(x)
1.5	38.536	9.25	38.505	19.75	41.0889
1.75	38.6993	9.5	38.4787	20	41.1086
2	38.8402	9.75	38.4576	20.25	41.1141
2.25	38.9601	10	38.442	20.5	41.104
2.5	39.0605	10.25	38.432	20.75	41.0771
2.75	39.1427	10.5	38.428	21	41.032
3	39.208	10.75	38.4301	21.25	40.9673
3.25	39.2578	11	38.4384	21.5	40.8817
3.5	39.2932	11.25	38.4531	21.75	40.7736
3.75	39.3156	11.5	38.4743	22	40.6417
4	39.3261	11.75	38.5019	22.25	40.4843
4.25	39.3259	12	38.536	22.5	40.3
4.5	39.316	12.25	38.5765	22.75	40.0871
4.75	39.2976	12.5	38.6235	23	39.844

Um etwa 20 Uhr 15 höchste Temperatur mit 41,114°.  
 Um etwa 4 Uhr ein relatives Maximum mit 39,326°.  
 Um etwa 10 Uhr 30 ein relatives Minimum mit 38,428°.

ad 4)

$$\text{define } dTe(t) = \frac{Te(t + 0.25) - Te(t)}{0.25}$$

"Done"

x	dTe(x)	x	dTe(x)	x	dTe(x)	x	dTe(x)
0	1.3207	3.5	0.08956	7	-0.2124	10.5	0.00833
0.25	1.19328	3.75	0.04199	7.25	-0.2091	10.75	0.03335
0.5	1.07252	4	-0.001	7.5	-0.2034	11	0.05882
0.75	0.95829	4.25	-0.0395	7.75	-0.1952	11.25	0.08459
1	0.85043	4.5	-0.0737	8	-0.1849	11.5	0.1105
1.25	0.74878	4.75	-0.1038	8.25	-0.1725	11.75	0.13641
1.5	0.65322	5	-0.1299	8.5	-0.1581	12	0.16218
1.75	0.56357	5.25	-0.1522	8.75	-0.142	12.25	0.18765
2	0.47971	5.5	-0.1707	9	-0.1242	12.5	0.21267
2.25	0.40148	5.75	-0.1857	9.25	-0.1049	12.75	0.23711
2.5	0.32872	6	-0.1972	9.5	-0.0844	13	0.2608
2.75	0.2613	6.25	-0.2055	9.75	-0.0626	13.25	0.2836
3	0.19907	6.5	-0.2107	10	-0.0398	13.5	0.30536
3.25	0.14187	6.75	-0.213	10.25	-0.0161	13.75	0.32594

x	dTe(x)	x	dTe(x)	x	dTe(x)
14	0.34519	17.5	0.39169	17.5	0.39169
14.25	0.36296	17.75	0.37315	17.75	0.37315
14.5	0.37909	18	0.35092	18	0.35092
14.75	0.39345	18.25	0.32483	18.25	0.32483
15	0.40588	18.5	0.29475	18.5	0.29475
15.25	0.41624	18.75	0.26051	18.75	0.26051
15.5	0.42438	19	0.22198	19	0.22198
15.75	0.43014	19.25	0.17901	19.25	0.17901
16	0.43339	19.5	0.13144	19.5	0.13144
16.25	0.43397	19.75	0.07913	19.75	0.07913
16.5	0.43173	20	0.02193	20	0.02193
16.75	0.42654	20.25	-0.0403	20.25	-0.0403
17	0.41823	20.5	-0.1077	20.5	-0.1077
17.25	0.40668	20.75	-0.1805	20.75	-0.1805

ad 5)

a) um 0 Uhr um  $1,3^\circ$  pro Stunde

b) um 24 Uhr um  $-1,6^\circ$  pro Stunde

c) - 0,0009... um 4 Uhr      0,008... um 10 Uhr 30      0,021.... um 20 Uhr

d) ab 7 Uhr 15 verkleinert sich die Abnahme der Temperatur wieder.

e) ab 16 Uhr 30 verkleinert sich die Zunahme der Temperatur wieder.

f) und g)

$$Te(17) + dTe(16.75) \cdot 2$$

41.1036

$$Te(19) - (Te(17) + dTe(16.75) \cdot 2)$$

-1.147889