

Park & Ride

Im Einzugsbereich einer Großstadt befinden sich drei Ortschaften A(2 | 10), B(10 | 13) und C(16 | 2). Ein Großteil der Arbeitnehmer der Orte pendelt täglich auf den Arbeitsplatz in die Stadt.

Es führt zwar eine Eisenbahnlinie durch das Siedlungsgebiet, ein Bahnhof fehlt allerdings. Aus einem gesteigerten Umweltbewusstsein und um die Fahrzeit der Gemeindebürger in die Großstadt zu verkürzen beschließen die Bürgermeister der drei Ortschaften den Bau eines eigenen gemeinsamen Bahnhofs für die drei Orte zu initiieren.

Die Arbeitnehmer sollen dann mit dem eigenen PKW zum nahegelegenen Bahnhof fahren und sollen dann in die Bahn in die Stadt umsteigen.

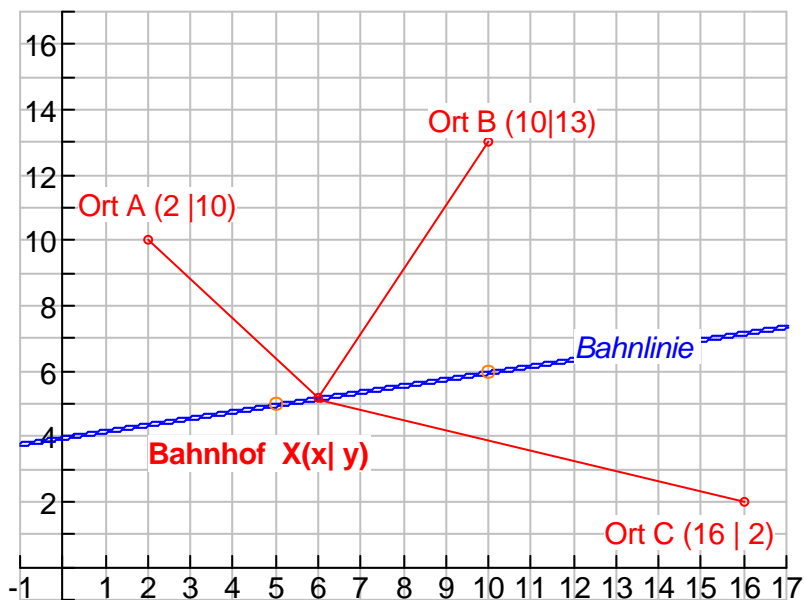
Wo soll der Bahnhof errichtet werden, wenn die Summe der von den Pendlern gefahrenen Strecken von den drei Orten zum neuen Bahnhof minimal sein soll?

Beachten Sie bei Ihrer Kalkulation, dass im Durchschnitt von Ort A 100 Personen, von B 200 Personen und von C 250 Personen täglich in die Stadt pendeln.

Zur Vereinfachung der Aufgabe ist die Lage der Orte in Koordinatenschreibweise gegeben (siehe Skizze). Die Streckenführung der Bahnlinie ist gerade und die Gerade geht durch die Punkte B1(5 | 5) und B2(10 | 6).

Der Bahnhof kann an einem beliebigen Punkt X (gesucht!) entlang der Bahnstrecke errichtet werden und alle Straßenverbindungen sind ebenfalls gerade. Alle Streckenangaben in Kilometern.

Skizze:



Gleichung der Bahnlinie
 Linear Regression (ax+b)
 $y_b(x) = .2x + 4.$

$$D(a, b, x) := \sqrt{(a - x)^2 + (b - y_b(x))^2}$$

$$\text{SummeD}(x) := A \cdot D(x_1, y_{o1}, x) + B \cdot D(x_2, y_{o2}, x) + C \cdot D(x_3, y_{o3}, x)$$

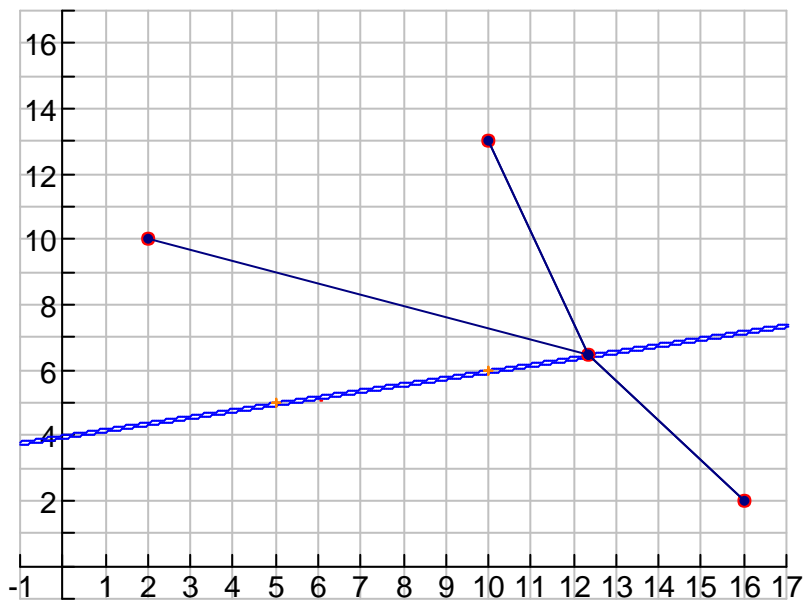
$$\text{nsolve}\left(\frac{d}{dx}(\text{SummeD}(x)) = 0, x\right) \rightarrow x_a$$

$$x_a = 12.3666548$$

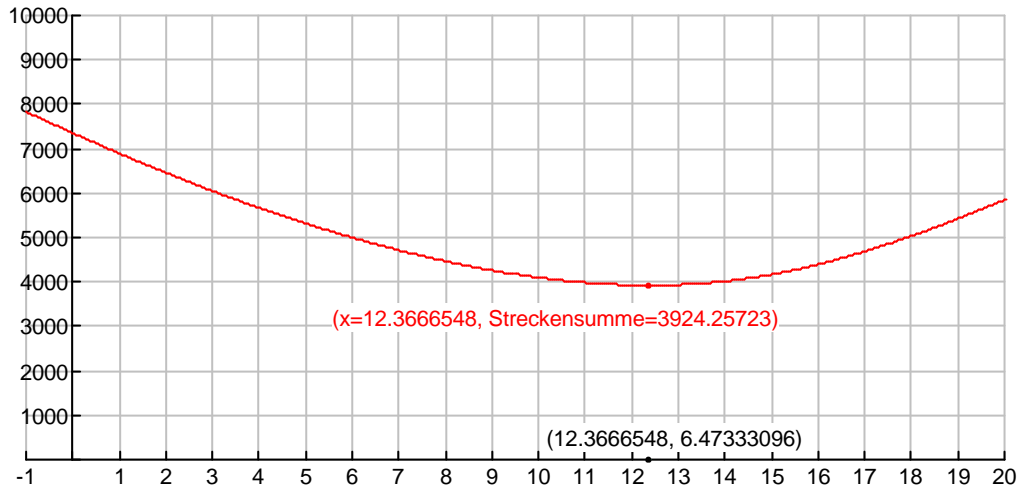
$$y_a := y_b(x_a) = 6.47333095$$

Der Bahnhof sollte am Punkt X(12.3666548 | 6.47333095)
 gebaut werden.

Reales Bild:



Ergebnisse mit den Originalangaben laut Skizze:



TI-83:

$S-A1 \sqrt{S}$ $I2-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I3-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I4-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I5-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I6-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I7-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I8-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I9-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I10-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$	$S+S20*AA^d$ $S-A1 \sqrt{S}$ $I2-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I3-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I4-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I5-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I6-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I7-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I8-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I9-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$ $I10-A1 \sqrt{(10-X) \sqrt{S} + C}$	$XLE2=I$ $\Delta ZCI=1000$ $\Delta WEX=10000$ $\Delta WIU=-1000$ $XZCI=I$ $XWEX=50$ $XWIU=0$ $WINDOW$		