

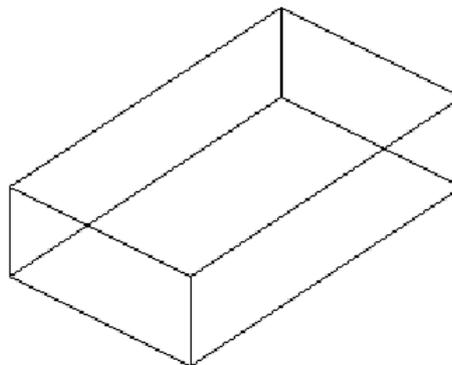
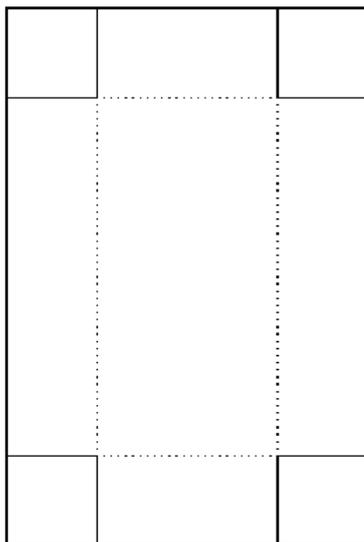
Themenbereich	
Differentialrechnung, Extremwertaufgaben	
Ziele	vorhandene Ausarbeitungen
<ul style="list-style-type: none"> <li>Veranschaulichung einer Extremwertaufgabe durch dynamische Geometrie</li> </ul>	TI-92 (B0210a)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	
Lehrplanbezug (Österreich):	7. Klasse
Quelle: Dr. Thomas Himmelbauer	

## Die oben offene Schachtel

### Angabe und Fragen:

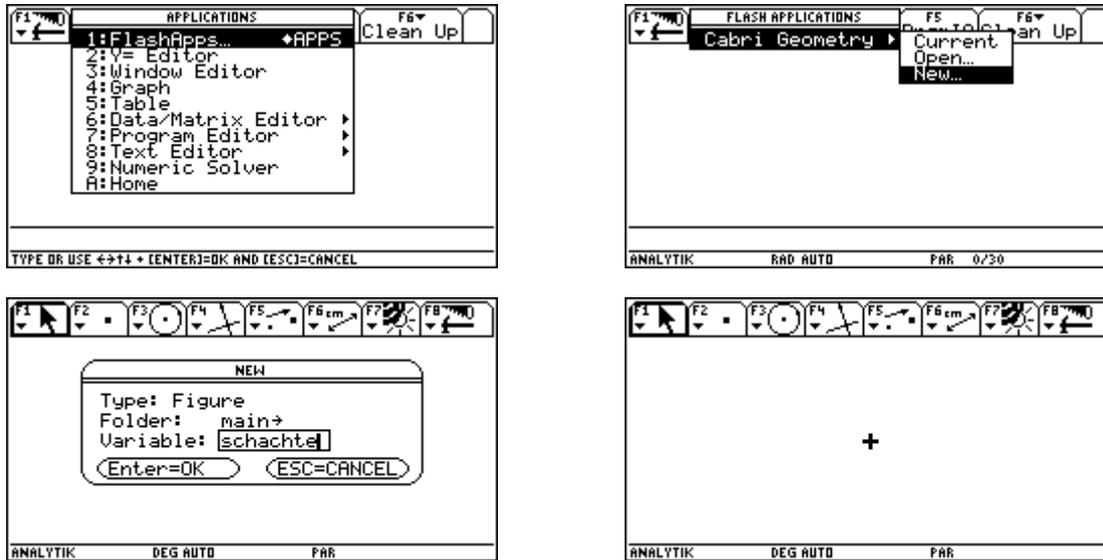
Aus einem rechteckigen Karton (Breite 30cm und Länge 40cm) sollen entsprechend der Abbildung an den Ecken Quadrate herausgeschnitten werden. Durch Aufbiegen an den punktierten Linien soll dann eine nach oben offene Schachtel gefaltet werden. Ermittle die Höhe der Schachtel mit dem maximalen Volumen!

- mit Hilfe einer dynamische Geometrie!
- durch Aufstellen einer Funktion durch Regression aus den in der dynamischen Geometrie gewonnenen Daten und Bestimmung des Maximums dieser Funktion!

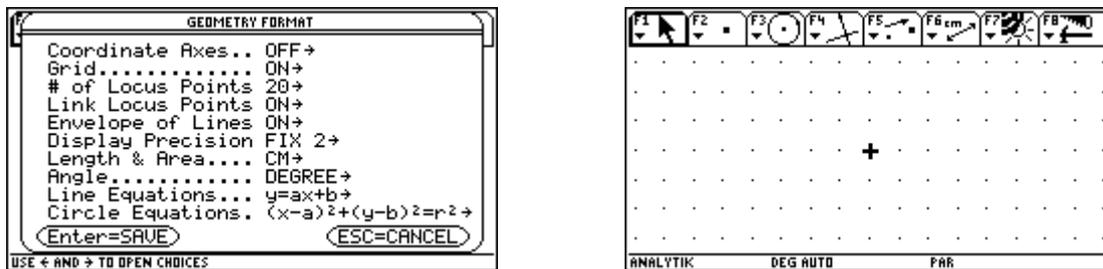


## Ausarbeitung (System: TI-92; Appl. Cabri Geometre)

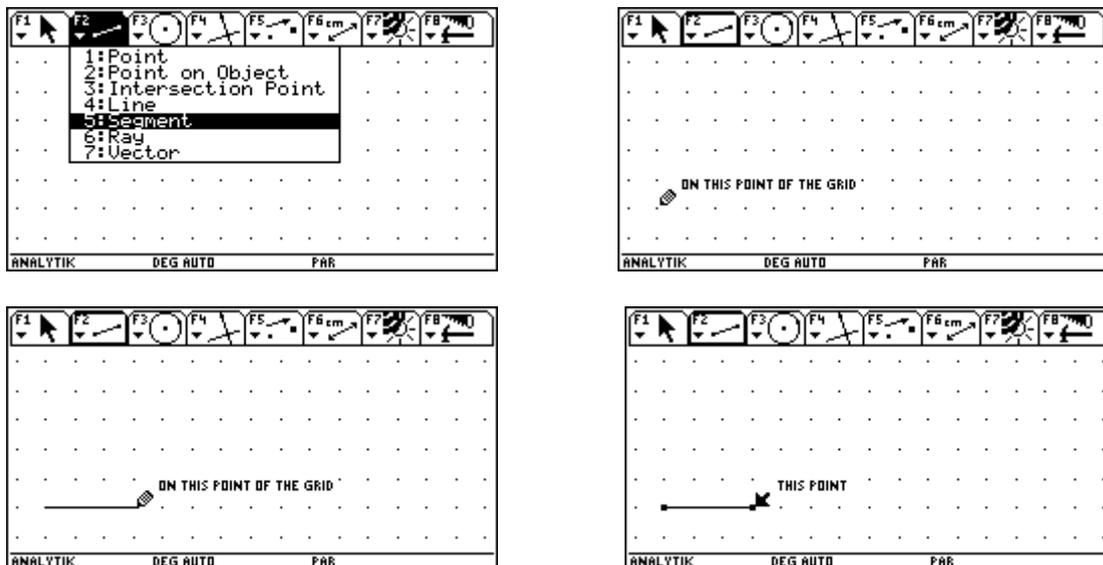
Wir öffnen eine neue Datei mit dem Namen schachte in der Cabri Geometrie.

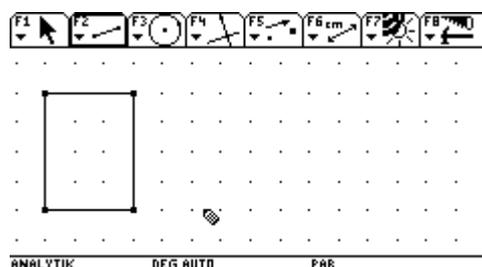
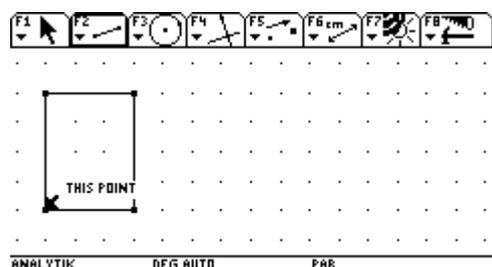
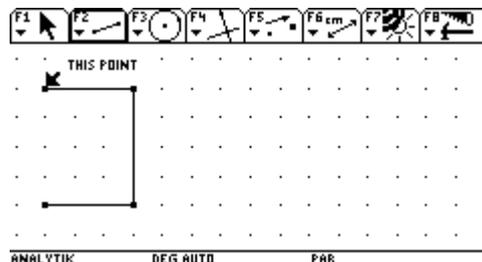
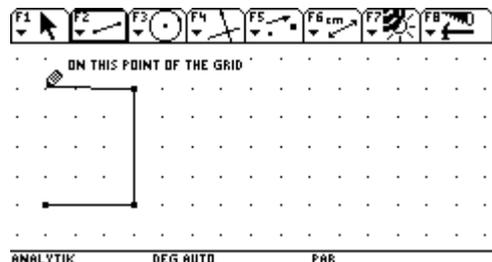
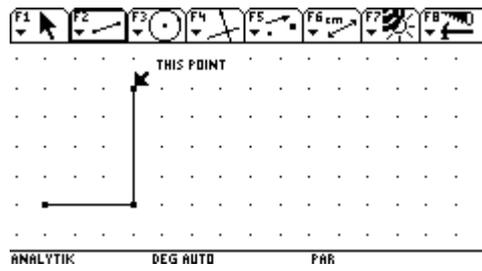
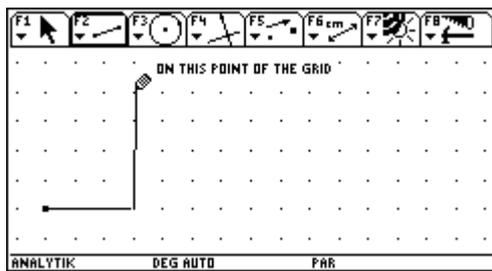


Über  $\square$ F stellen wir im Graphikformat die Gitterpunkte ein. Ihr Abstand beträgt 0,5cm. Damit wir unseren Karton zeichnen können wählen wir einen Maßstab von 1: 20. Damit beträgt die Länge nun 2cm also 4 Gitterabstände und die Breite 1,5cm also 3 Gitterabstände.

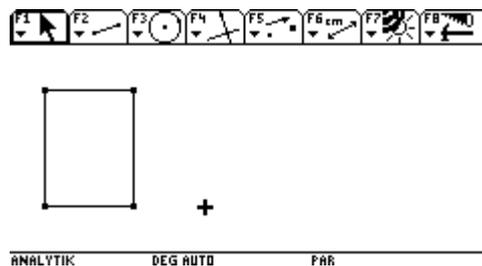
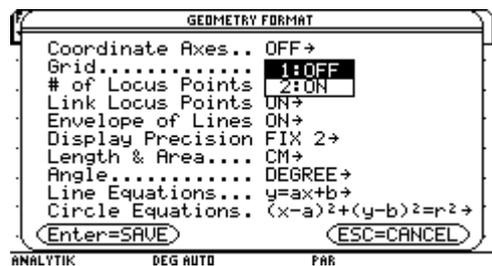


Nun zeichnen wir mit Hilfe der Gitterpunkt 4 Strecken, die unseren Karton darstellen sollen.

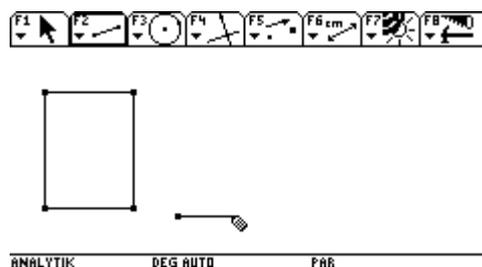
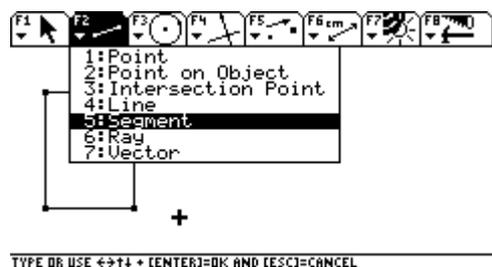




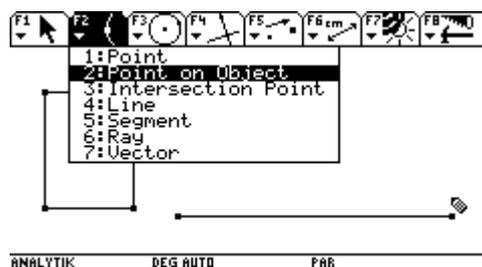
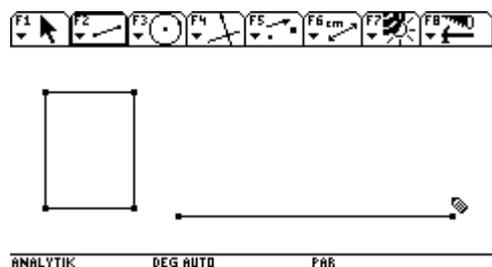
Anschließend schalten wir die Gitterpunkte über  F wieder aus.

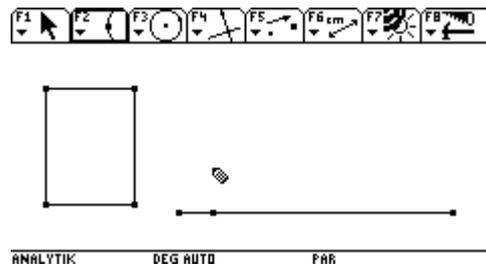
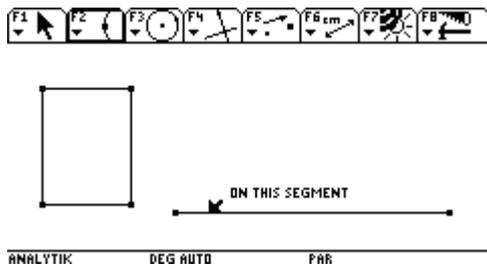


Nun zeichnen wir eine Strecke beliebiger Länge.

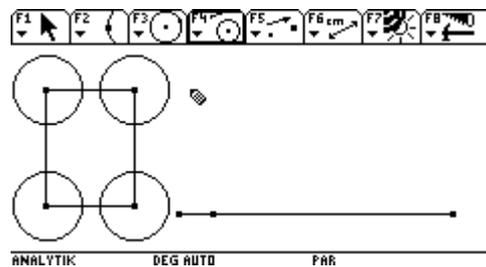
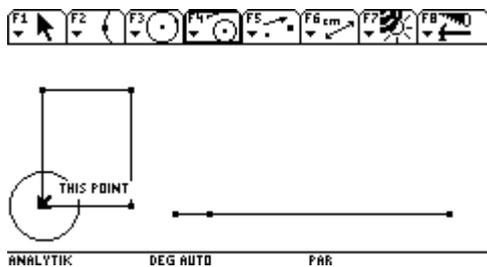
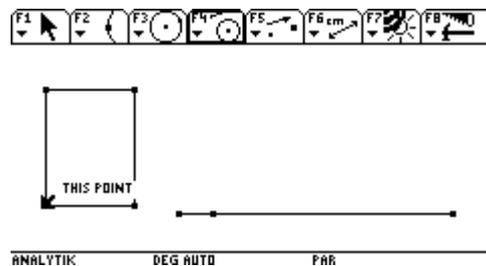
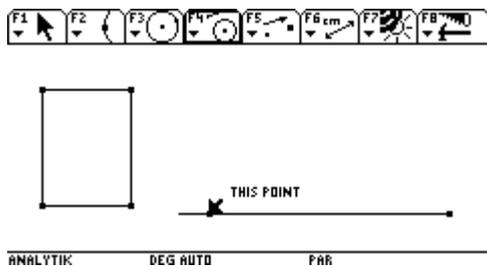
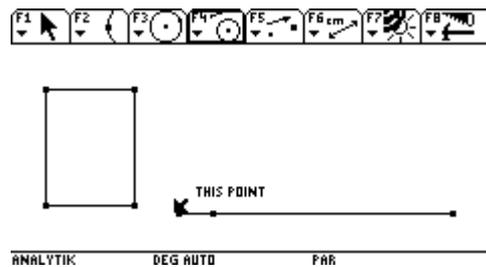
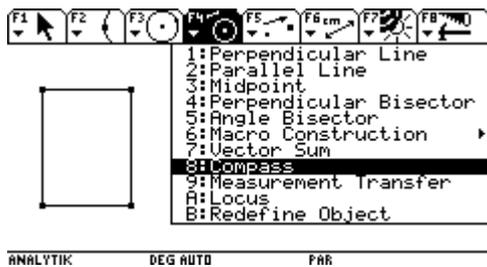


Auf diese Strecke setzen wir einen Punkt. Sein Abstand vom linken Eckpunkt der Strecke wird die Seitenlänge der herausgeschnittenen Quadrate bzw. die Höhe der fertigen Schachtel.

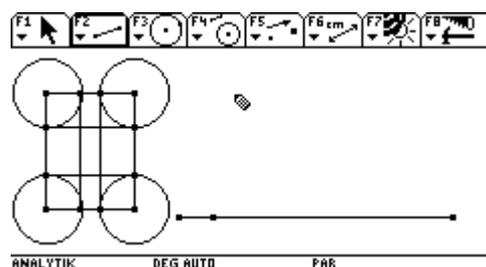
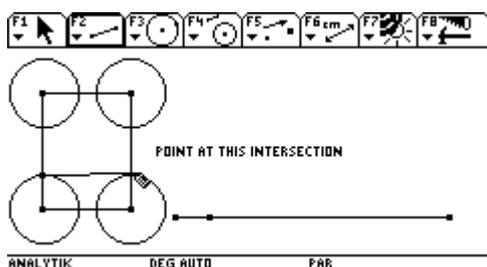
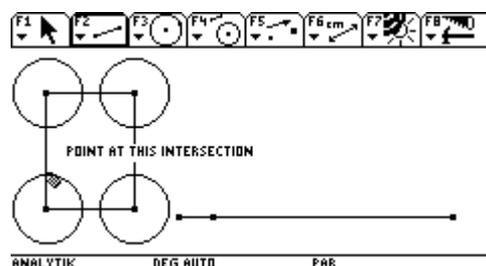
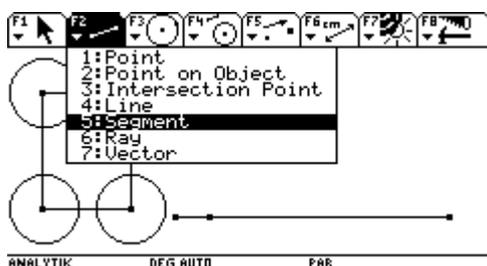




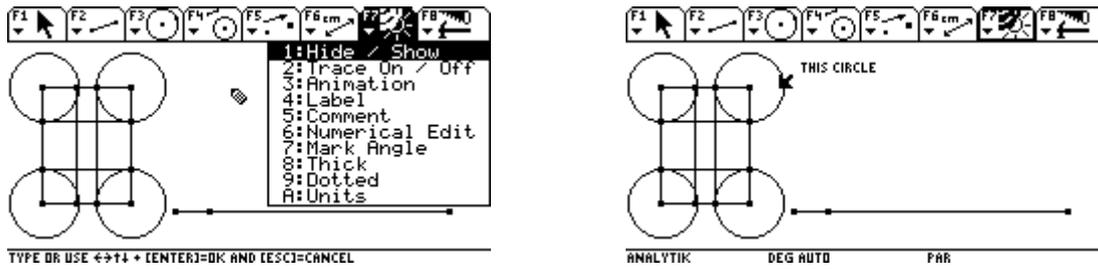
Nun zeichnen wir mit dem ebenen beschriebenen Abstand als Radius und den Eckpunkten des Kartons als Mittelpunkte vier Kreise. Dazu wird zunächst der Radius festgelegt, indem man den Anfangspunkt und den Endpunkt der entsprechenden Strecke auswählt. Zum Schluß wird der Mittelpunkt des Kreises festgelegt.



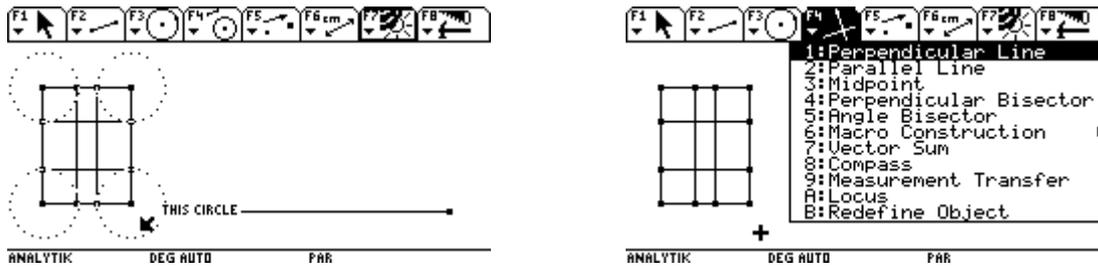
Nun verbinden wir die Schnittpunkte der Kreise und der Kartonseiten miteinander, wodurch die wegfallenden Quadrate entstehen.



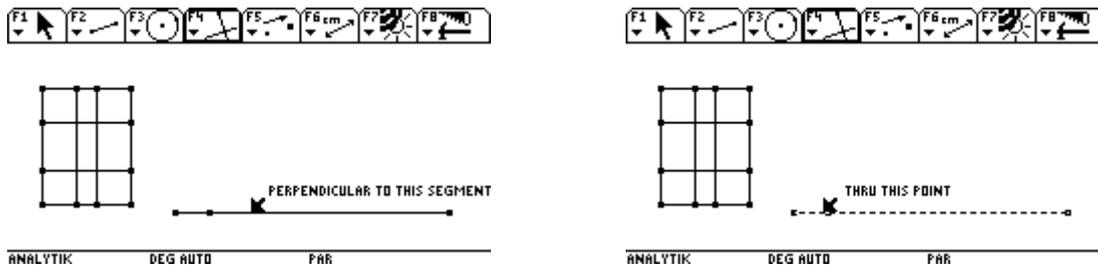
Dann blenden wir die Kreise aus.



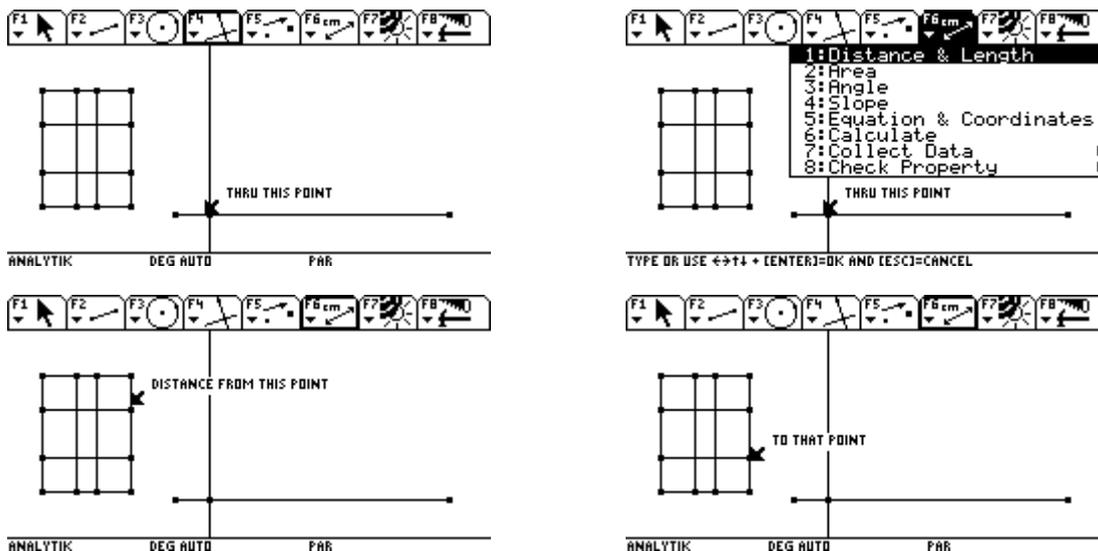
Nun zeichnen wir eine Normale durch den Punkt auf unserer Strecke.

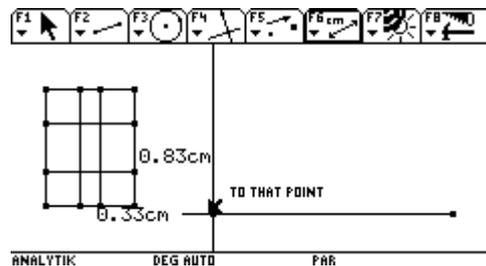
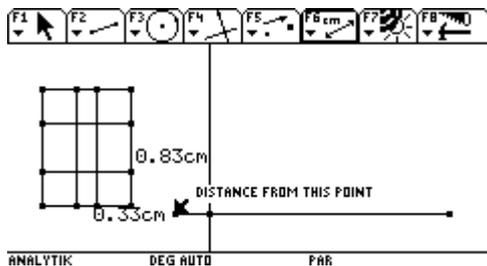
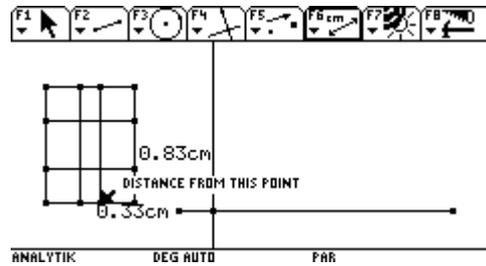
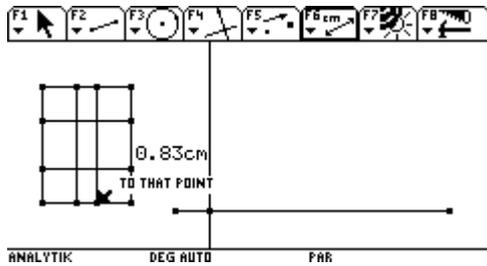
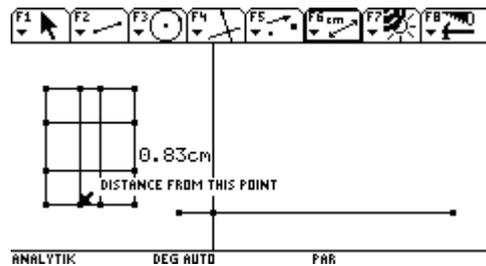
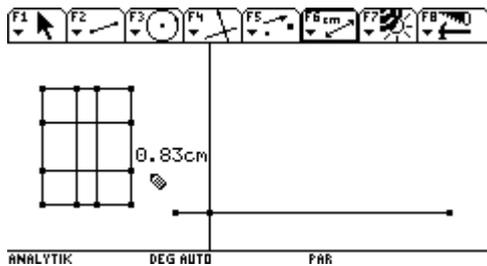


Dazu müssen wir zunächst die Strecke und dann den Punkt auswählen.

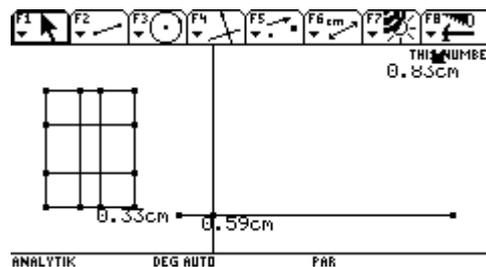
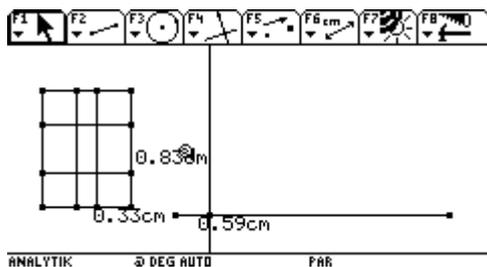
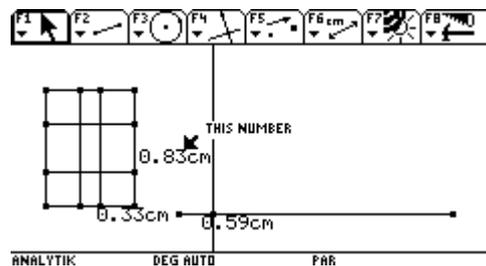
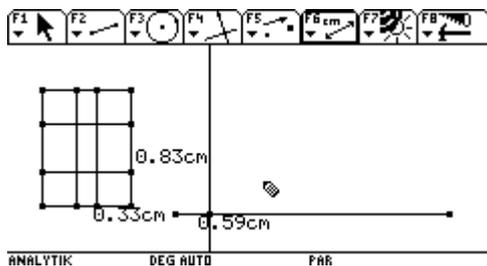


Nun bestimmen wir hintereinander die Länge, die Breite und die Höhe unserer Schachtel.  
Dazu muß jeweils der Anfangspunkt und der Endpunkt der entsprechenden Strecke ausgewählt werden.

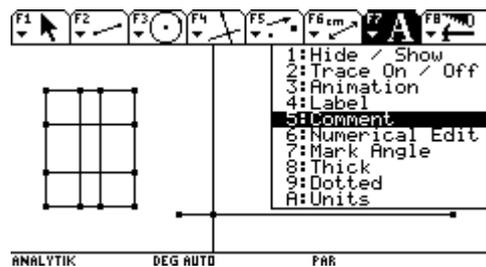
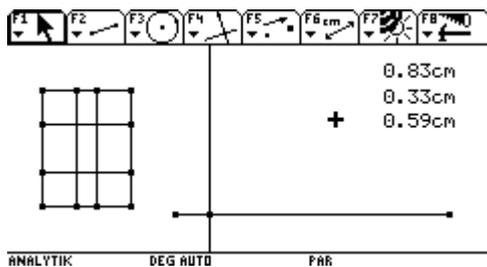


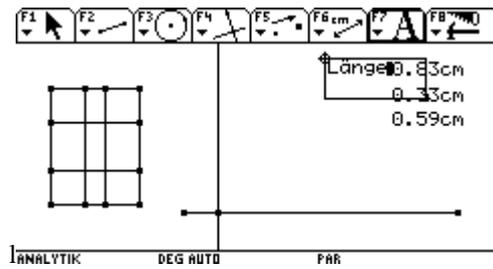
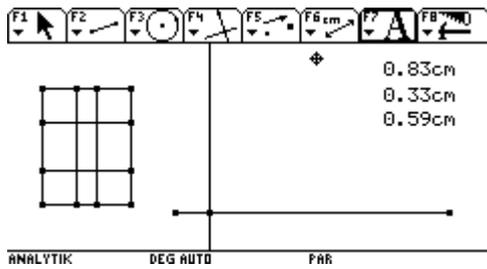


Mit Hilfe des Zugmodus erreichbar über [ESC] können wir nun die Maßangaben bei gedrückter  Handtaste mit den  verschieben.

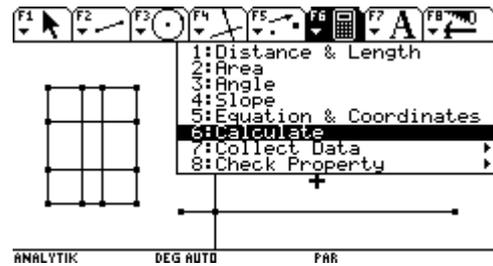
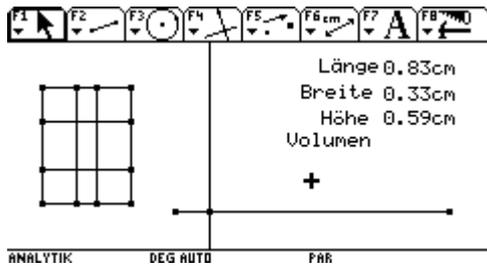


Dann setzen wir vor unsere Maßangaben einen Kommentar.

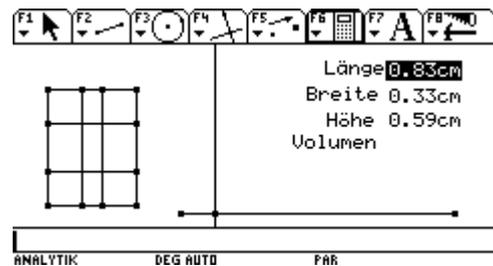
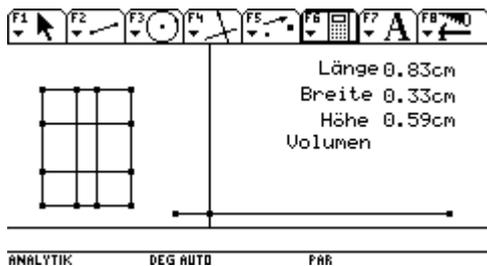




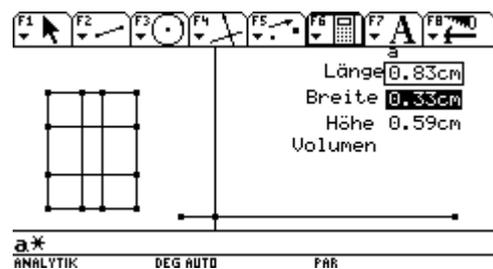
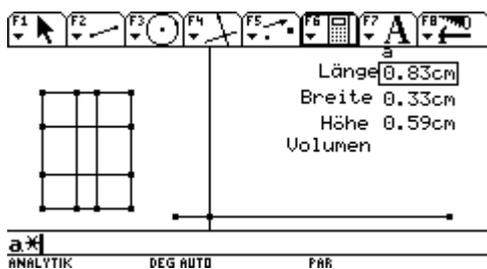
Einen Kommentar schreiben wir auch gleich für das noch zu berechnende Volumen. Dann wenden wir uns der Volumsberechnung zu.



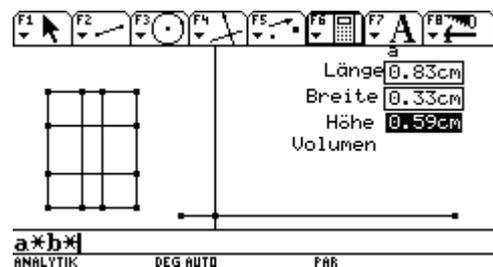
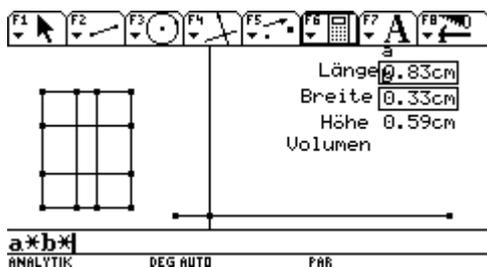
Eine Rechenzeile erscheint am unteren Bildschirmrand. Mit  $\odot$  können wir die Länge auswählen und mit  $\text{[ENTER]}$  als  $a$  in die Rechenzeile bringen und ein Malzeichen ergänzen.



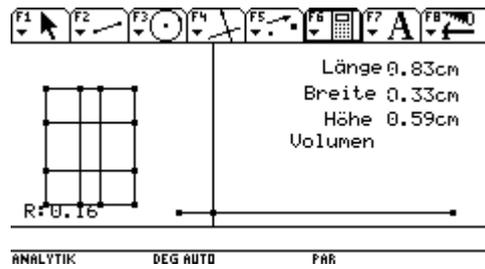
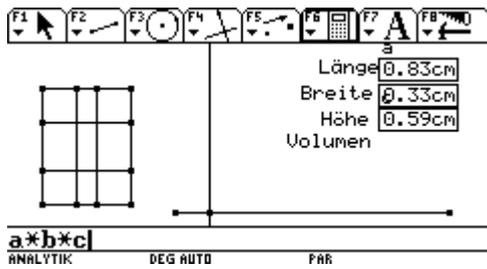
Mit  $\odot\odot$  wir die Breite ausgewählt und ebenfalls mit  $\text{[ENTER]}$  als  $b$  in die Rechenzeile gebracht und ein Malzeichen ergänzt.



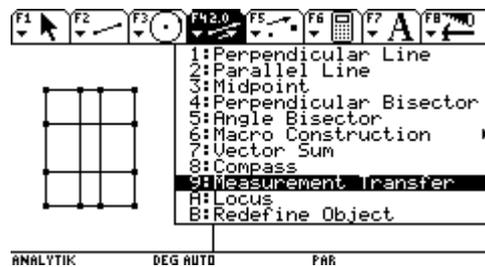
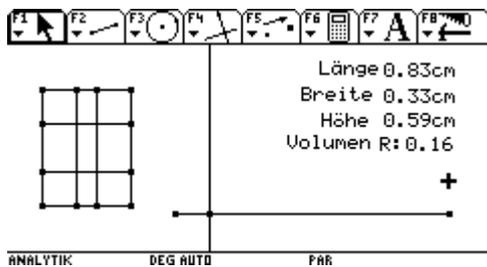
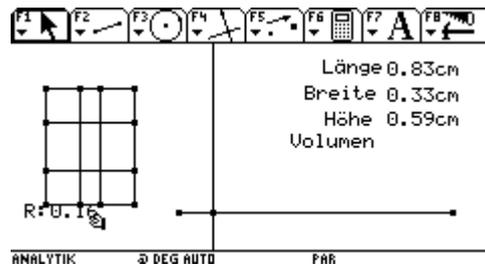
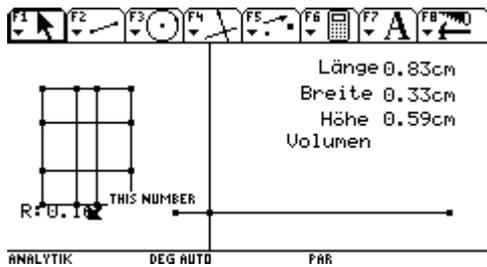
Mit  $\odot\odot\odot$  wir die Breite ausgewählt und ebenfalls mit  $\text{[ENTER]}$  als  $c$  in die Rechenzeile gebracht.



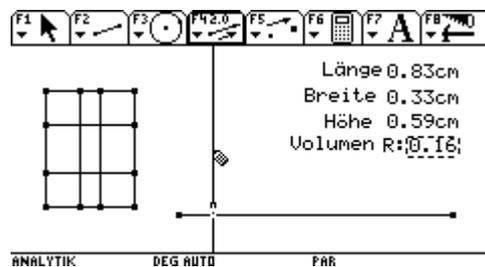
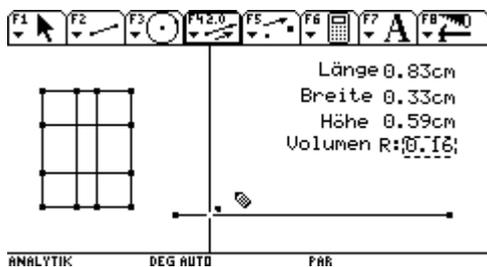
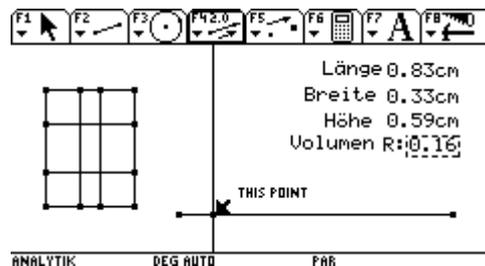
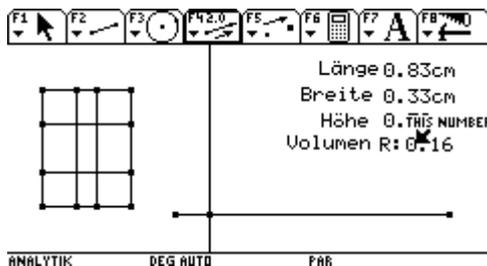
Mit  $\text{[ENTER]}$  wird die Berechnung des Volumens durchgeführt.



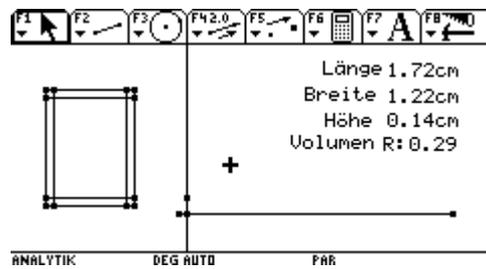
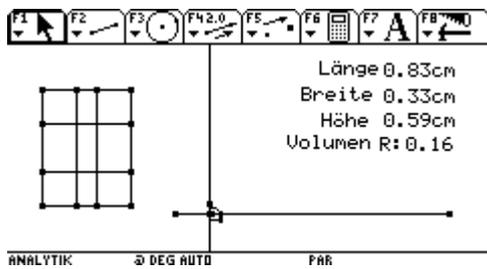
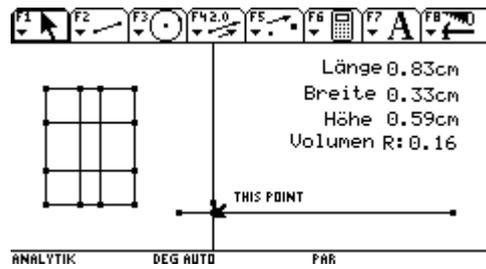
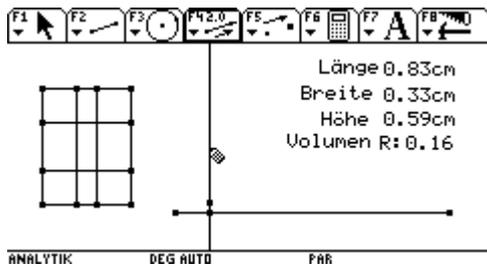
Mit **[ESC]** verlassen wir die Berechnung, gelangen in den Zugmodus und schieben bei gedrückter **[⇧]** Taste das berechnete Volumen mit dem **[↶]** an seinen Platz.



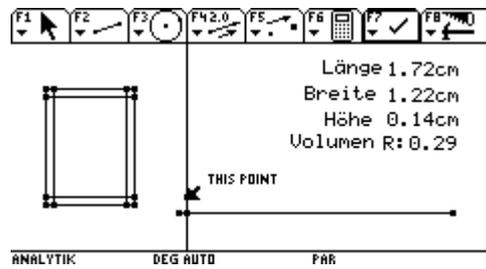
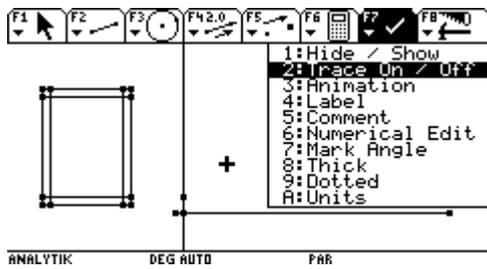
Nun übertragen wir das Volumen auf die Normale, um die Abhängigkeit des Volumens von der Seitenlänge des ausgeschnittenen Quadrates beobachten zu können. Wir wählen das Volumen aus, dann den Punkt auf der Strecke. Das abzutragende Volumen hängt nun als Strecke am Cursor und kann mit **[ENTER]** auf der Normalen fixiert werden.



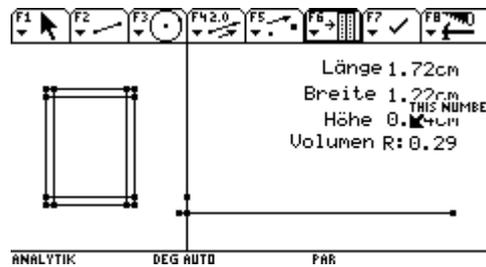
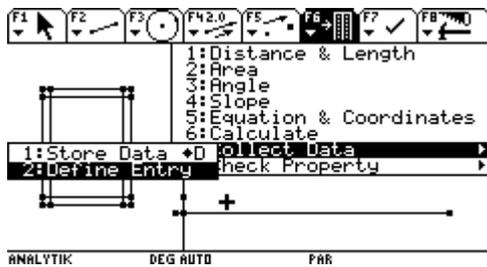
Dann verschieben wir den Punkt auf der Strecke im Zugmodus mit gedrückter **[⇧]** Taste mit dem **[↶]** zum linken Endpunkt der Strecke. Achte dabei aber, dass die beiden Punkte nicht zur Deckung kommen!



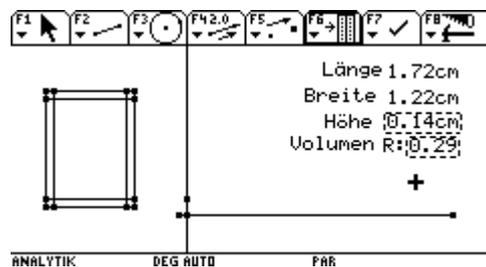
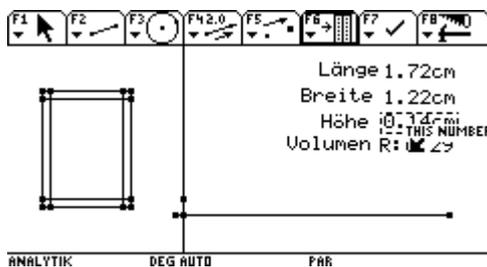
Danach schalten wir für den auf der Normalen abgetragenen Punkt den Spurmodus ein.



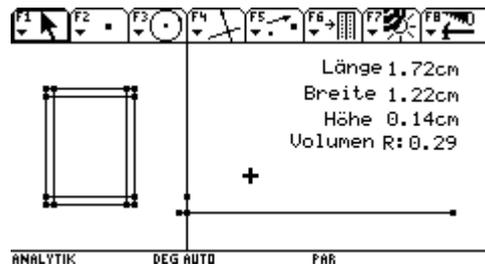
Weiters wollen wir die Daten (welches Volumen, gehört zu welcher Seitenlänge des ausgeschnittenen Quadrates) in den Data/Matrix Editor übertragen, um mit ihnen arbeiten zu können.



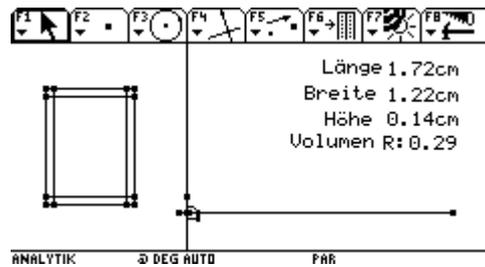
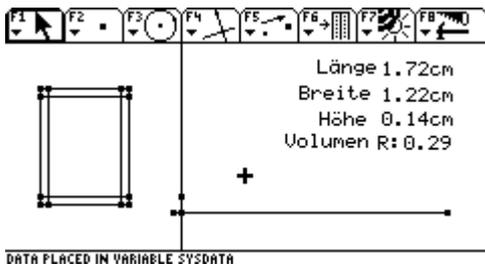
Wir wählen hintereinander die Höhe und das Volumen aus.



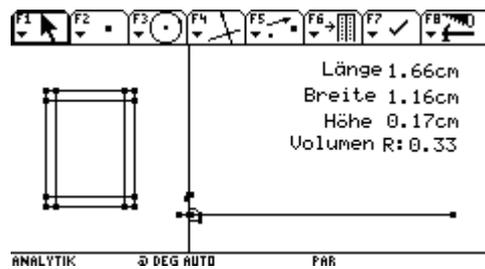
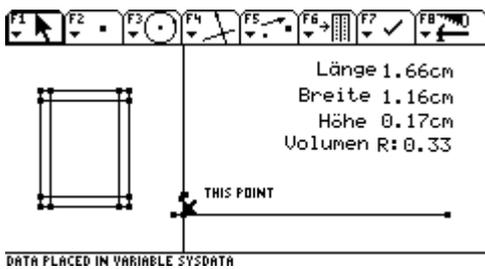
Da die Daten in der Variablen sysdata gespeichert werden, muß diese vor dem folgenden Vorgang auf jedenfalls gelöscht sein! Am besten im Var-Link zu erledigen.



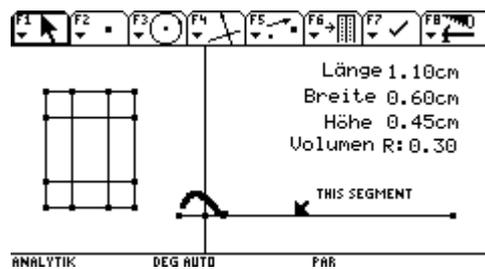
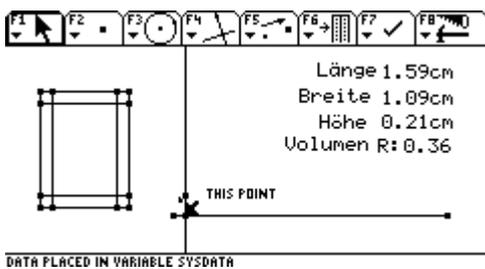
Mit  $\diamond$ D übertragen wir das erste Datenpaar. Dann verschieben wir den Punkt über den Zugmodus etwas nach rechts. (Vergrößerung des ausgeschnittenen Quadrates)



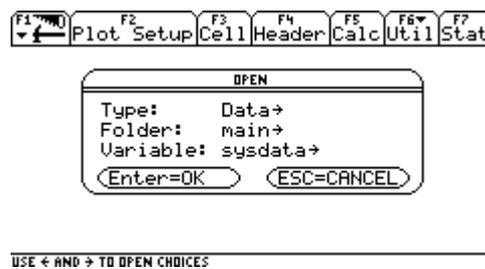
Dann speichern wir wieder mit  $\diamond$ D das nächste Datenpaar ab. Dann verschieben wir den Punkt wieder ein wenig nach rechts.



Dann speichern wir wieder mit  $\diamond$ D das nächste Datenpaar ab. Dann verschieben wir den Punkt wieder ein wenig nach rechts usw. Dabei entsteht auch der Graph der Funktion, die das Volumen in Abhängigkeit von der Größe des ausgeschnittenen Quadrates zeigt.



Wir wechseln in den Data/Matrix-Editor und öffnen die Variable sysdata.



Hier befinden sich die von uns gespeicherten Datenpaare. Diese wollen wir nun durch einen Plot darstellen. Dazu wählen wir  $\square$  und dann  $\square$ .

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA	N1	R:				
	c1	c2	c3	c4	c5	
1	.13793	.29111				
2	.17241	.32966				
3	.2069	.35647				
4	.24138	.37254				
5	.27586	.37886				
6	.31034	.3764				
7	.34483	.36615				
<b>ric1 = .13793103448275</b>						
ANALYTIK		RAD AUTO		PAR		

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Define	Copy	Clear				
Plot 1:						
1	Plot					
2	Plot					
3	Plot					
4	Plot					
5	Plot					
6	Plot					
7	Plot					
<b>ric1 = .13793103448275</b>						
ANALYTIK		RAD AUTO		PAR		

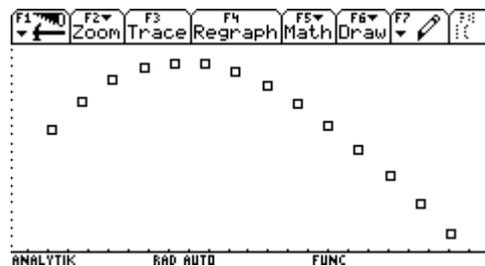
Nach Durchführung der Einstellung kehren wir mit wiederholtem **ENTER** zurück.

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA	N1	R:				
	c1	c2	c3	c4	c5	
1	.13793	.29111				
2	.17241	.32966				
3	.2069	.35647				
4	.24138	.37254				
5	.27586	.37886				
6	.31034	.3764				
7	.34483	.36615				
<b>ric1 = .13793103448275</b>						
ANALYTIK		RAD AUTO		PAR		

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA	N1	R:				
	c1	c2	c3	c4	c5	
1	.13793	.29111				
2	.17241	.32966				
3	.2069	.35647				
4	.24138	.37254				
5	.27586	.37886				
6	.31034	.3764				
7	.34483	.36615				
<b>ric1 = .13793103448275</b>						
ANALYTIK		RAD AUTO		PAR		

Mit **ENTER** öffnen wir das Window und wählen **F2** ZoomData um die Daten entsprechen darstellen zu können.

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Zoom						
xmin:	1: ZoomBox					
xmax:	2: ZoomIn					
xscl:	3: ZoomOut					
ymin:	4: ZoomDec					
ymax:	5: ZoomScr					
yscl:	6: ZoomStd					
xres:	7: ZoomTrig					
	8: ZoomInt					
	9: ZoomData					
	H: ZoomFit					
	B: Memory					
	C: SetFactors...					
<b>ric1 = .13793103448275</b>						
ANALYTIK		RAD AUTO		FUNC		



Wir kehren in den Data/Matix Editor zurück. Wir wollen uns eine Funktion berechnen lassen, die unsere Daten möglichst gut approximiert.

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Applications						
1: FlashApps...	→ APPS					
2: V= Editor						
3: Window Editor						
4: Graph						
5: Table						
6: Data/Matix Editor	→ 1: Current					
7: Program Editor	→ 2: Open...					
8: Text Editor	→ 3: New...					
9: Numeric Solver						
A: Home						
<b>ric1 = .13793103448275</b>						
ANALYTIK		RAD AUTO		PAR		

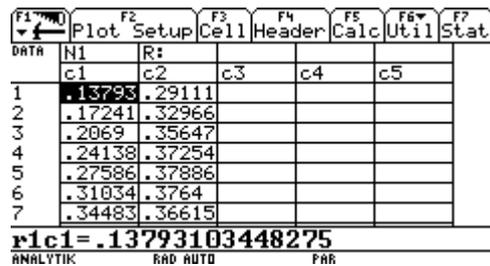
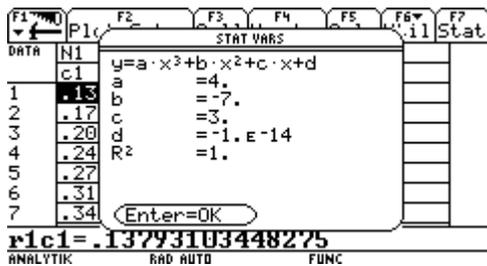
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA	N1	R:				
	c1	c2	c3	c4	c5	
1	.13793	.29111				
2	.17241	.32966				
3	.2069	.35647				
4	.24138	.37254				
5	.27586	.37886				
6	.31034	.3764				
7	.34483	.36615				
<b>ric1 = .13793103448275</b>						
ANALYTIK		RAD AUTO		PAR		

Über **F5** Calc wählen wir bei Calculation Type die Funktion CubicReg. Sie berechnet eine Polynomfunktion 3. Grades durch unsere Daten. Diese wollen wir unter  $y_1(x)$  im  $y=$ Editor gespeichert haben.

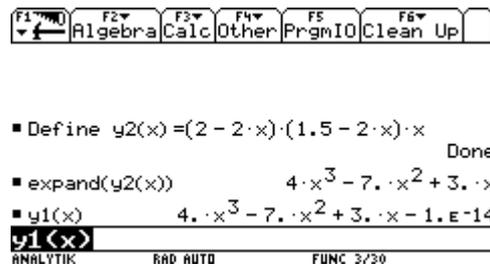
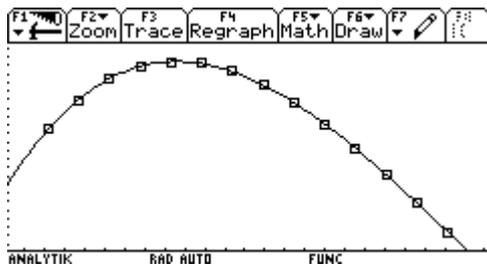
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Calc						
Calculation Type..	1: OneVar					
x.....	2: TwoVar					
y.....	3: CubicReg					
Store RegEQ to...	4: ExpReg					
Use Freq and Catego...	5: LinReg					
Freq.....	6: LnReg					
Category.....	7: MedMed					
(include Categories)	8: PowerReg					
	9: QuadReg					
	0: QuartReg					
	1: SinReg					
	2: Logistic					
<b>ric1 = .13793103448275</b>						
ANALYTIK		RAD AUTO		FUNC		

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Calc						
Calculation Type..	CubicReg					
x.....	c1					
y.....	c2					
Store RegEQ to...	Y1(X)					
Use Freq and Catego...						
Freq.....						
Category.....						
(include Categories)	C					
<b>ric1 = .13793103448275</b>						
ANALYTIK		RAD AUTO		FUNC		

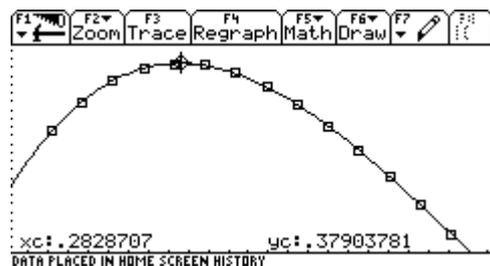
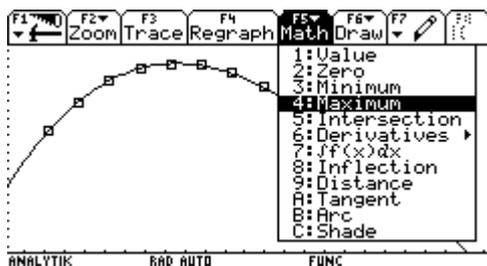
Nach durchgeführter Berechnung betrachten wir den Graphen der berechneten Funktion.



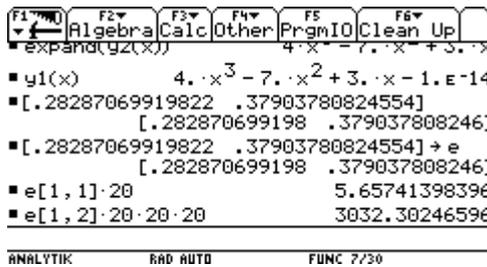
Abschließend definieren wir im Homebereich selbst die Volumsfunktion  $y_2(x)$  der Schachtel und vergleichen sie mit der durch die Daten gewonnenen Funktion.



Zurückgekehrt in die Graphik berechnen wir das gesuchte Maximum. Wir übertragen mit  $\blacklozenge$  H die Daten in den Homebereich.



Zum Schluß müssen wir noch den Maßstab berücksichtigen, der im Volumen zur 3. Potenz vorkommt.



Ergebnis: Schneidet man Quadrate mit einer Seitenlänge von rund 5,7 cm aus, dann erhält man die volumsgrößte Schachtel mit rund 3032,3 cm<sup>3</sup>.