BspNr: B0011

Themenbereich	
Quadratische Gleichung, Inneres Produkt	
Ziele	**vorhandene Ausarbeitungen**
• Umsetzung praxisnaher Aufgabenstellungen • Verknüpfung von Vektorrechnung und Differentialrechung	TI-92 (B0011a)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	B0010, B0012, B0013
Lehrplanbezug (Österreich):	8. Klasse
Quelle: Dr. Thomas Himmelbauer	

Der Zug und der Reiter (allgemein)

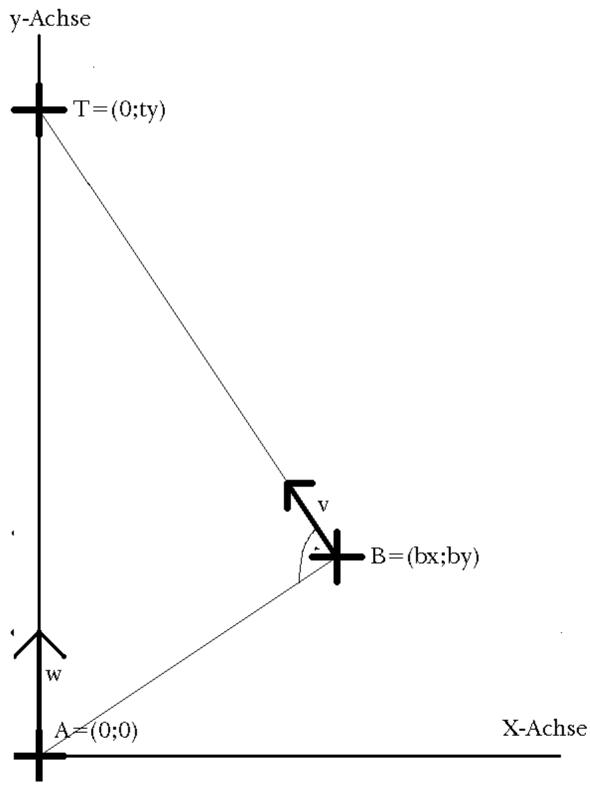
Angabe:

Zum Zeitpunkt t=0 befindet sich ein Güterzug im Punkt $A=(0 \mid 0)$ und ein Reiter im Punkt $B=(bx \mid by)$.

Der Güterzug bewegt sich mit der Geschwindigkeit *w* in Richtung der positiven *y*-Achse. Bestimme die kleinste Geschwindigkeit *v* mit der der Reiter zugleich mit dem Zug einen Punkt *T* der Bahnstrecke erreichen kann in Abhängigkeit von *w*, *bx* und *by*.

Fragen:

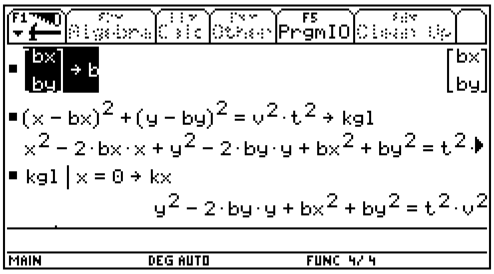
Bestimme die Zeit *tr*, die der Reiter bist zum Treffpunkt *T* benötigt und die *y*-Koordinate *ty* des Treffpunktes auch in Abhängigkeit von *w*, *bx* und *by*. Zeige ferner, dass der Vektor $\overrightarrow{BA}$ und der Vektor $\overrightarrow{BT}$ einen rechten Winkel miteinander einschließen.

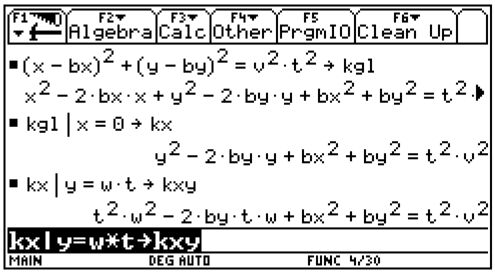


BspNr: B0011a

Ausarbeitung (System: TI-92)

Zunächst wird der Punkt *B* eingegeben, an dem sich der Reiter zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet. Danach wir eine Kreisgleichung *kgl* mit Mittelpunkt *b* und variablen Radius $r = v \cdot t$ eingegeben.. Die Punkt dieses Kreises sind jene Punkte, die der Reiter nach der Zeit *t* erreicht haben könnte. Nun setzen wir in die Gleichung die Koordinaten ($x = 0, y = w \cdot t$) jenes Punktes ein, den der Gütterzug nach der Zeit *t* erreicht hat.

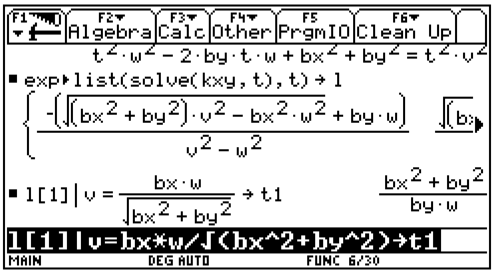


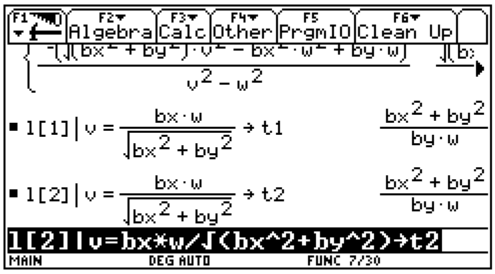


Die entstehende Gleichung ist quadratisch in *t*. Wir lösen sie nach *t* auf und erhalten zwei mögliche Zeiten, zu denen der Reiter mit dem Zug am Bahndamm zusammentreffen könnte.

Diese Zeiten müssen aber reell sein, daher darf die Diskriminante der Wurzel höchstens Null sein. Daher darf die Geschwindigkeit *v* des Reiters den Wert $\dfrac{bx \cdot w}{\sqrt{\left(bx^2 + by^2\right)}}$ nicht unterschreiten.

Dieser Wert ist daher die gesuchte kleinste Geschwindigkeit. Durch Einsetzen dieses Wertes für *v* in den beiden Lösungen erhalten wir zwei Zeiten *t1* und *t2*, die gleich sind. Es liegt eine Doppellösung vor.





Nun kann die *y*-Postion *ty* des Treffpunktes mit Hilfe der Zeit *t1* und der Geschwindigkeit *w* des Zuges leicht bestimmt werden.

Dann werden die Punkte *A* und *T* eingegeben und die Vektoren $\overrightarrow{BA}$ und $\overrightarrow{BT}$ bestimmt. Mit Hilfe des Inneren Produktes zeigen wir, dass die beiden Vektoren einen rechten Winkel einschließen.