

BspNr: A0710

Themenbereich	
Ebene analytische Geometrie, Kreisgleichung	
Ziele	vorhandene Ausarbeitungen
• Anwendung des Sekantensatzes	TI-92 (A0710a)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	A0711
Lehrplanbezug (Österreich):	6. Klasse
Quelle: Dr. Thomas Himmelbauer	

Sekantensatz

Angabe:

Gegeben sind die beiden Punkte $A = (-3 | 3)$ und $B = (1 | 11)$ und die Gerade $ta : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Fragen:

- Berechne die Gleichung des Kreises, der durch A und B verläuft und die Gerade t berührt!

Ausarbeitung (System: TI-92)

Zunächst werden die Angaben eingeben und dann die Gleichung der Sekanten durch A und B aufgestellt.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow a$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 11 \end{bmatrix} \rightarrow b$ $\begin{bmatrix} 0+t \\ 1+0 \cdot t \end{bmatrix} \rightarrow ta$					
$\begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ 1 \\ 11 \\ t \\ 1 \end{bmatrix}$					
$[[0+t][1+0*t]] \rightarrow ta$					
MAIN DEG AUTO FUNC 3/50					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$b - a \rightarrow vab$ $a + s \cdot vab \rightarrow se$ $ta - se$					
$\begin{bmatrix} 4 \cdot s - 3 \\ 8 \cdot s + 3 \\ -4 \cdot s + t + 3 \\ -8 \cdot s - 2 \\ 1 \ 0 \ -4 \end{bmatrix}$					
$\text{rref}([1 \ -4 \ -3])$					
$ta t = -4 \rightarrow sp$					
MAIN DEG AUTO FUNC 5/8					

Die Tangente und Sekante werden geschnitten und mit Hilfe des Schnittpunktes das für den Sekantensatz entscheidende Produkt errechnet. Dann werden durch Abtragen der entsprechenden Länge auf der Tangente die beiden möglichen Berührungspunkte bestimmt. Es folgt das Aufstellen der Streckensymmetralen auf die Strecke AB.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\text{rref}(\begin{bmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 0 & -8 & 2 \end{bmatrix})$ $ta t = -4 \rightarrow sp$ $\sqrt{\text{norm}(sp - a) \cdot \text{norm}(sp - b)} \rightarrow d$ $sp + 5 \cdot \text{unitV}(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}) \rightarrow t1$					
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -1/4 \\ -4 \\ 1 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$					
$\dots [x][y]] \gg ^2 - (\text{norm}(m2 - a)) \gg ^2 = 0$					
MAIN DEG AUTO FUNC 15/23					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$sp - 5 \cdot \text{unitV}(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}) \rightarrow t2$ $\frac{a+b}{2} \rightarrow mab$ $mab + t \cdot \begin{bmatrix} 8 \\ -4 \end{bmatrix} \rightarrow stab$					
$\begin{bmatrix} -9 \\ 1 \\ -1 \\ 7 \\ 8 \cdot t - 1 \\ 7 - 4 \cdot t \\ 1 \end{bmatrix}$					
$\dots [x][y]] \gg ^2 - (\text{norm}(m2 - a)) \gg ^2 = 0$					
MAIN DEG AUTO FUNC 12/23					

Man stellt die Gleichungen der Normalen auf die Tangente durch die beiden Berührungspunkte auf und berechnet deren Schnittpunkte mit der Streckensymmetralen auf AB, womit man zu den Mittelpunkten der gesuchten Kreise gelangt.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$t1 + s \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow n1$ $t2 + s \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow n2$ $stab - n1$					
$\begin{bmatrix} 1 \\ s+1 \\ -9 \\ s+1 \\ 8 \cdot t - 2 \\ -s - 4 \cdot t + 6 \\ 1 \ 0 \ 1/4 \end{bmatrix}$					
$\dots [x][y]] \gg ^2 - (\text{norm}(m2 - a)) \gg ^2 = 0$					
MAIN DEG AUTO FUNC 8/23					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\text{rref}(\begin{bmatrix} 8 & 0 & 2 \\ -4 & -1 & -6 \end{bmatrix})$ $stab t = 1/4 \rightarrow m1$ $stab - n2$					
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 1 & 5 \\ 1 \\ 6 \\ 8 \cdot t + 8 \\ -s - 4 \cdot t + 6 \\ 1 \ 0 \ -1 \end{bmatrix}$					
$\dots [x][y]] \gg ^2 - (\text{norm}(m2 - a)) \gg ^2 = 0$					
MAIN DEG AUTO FUNC 5/23					

Zuletzt werden noch die beiden Kreisgleichungen aufgestellt.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\text{rref}(\begin{bmatrix} 8 & 0 & -8 \\ -4 & -1 & -6 \end{bmatrix})$ $stab t = -1 \rightarrow m2$ $\text{norm}(m1 - \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix})^2 - (\text{norm}(m1 - a))^2 = 0$					
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 10 \\ -9 \\ 11 \end{bmatrix}$					
$\dots [x][y]] \gg ^2 - (\text{norm}(m2 - a)) \gg ^2 = 0$					
MAIN DEG AUTO FUNC 2/23					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\text{norm}(m1 - \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix})^2 - (\text{norm}(m1 - a))^2 = 0$ $x^2 - 2 \cdot x + y^2 - 12 \cdot y + 12 = 0$ $\text{norm}(m2 - \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix})^2 - (\text{norm}(m2 - a))^2 = 0$ $x^2 + 18 \cdot x + y^2 - 22 \cdot y + 102 = 0$					
$\dots [x][y]] \gg ^2 - (\text{norm}(m2 - a)) \gg ^2 = 0$					
MAIN DEG AUTO FUNC 23/50					