

BspNr: A0611

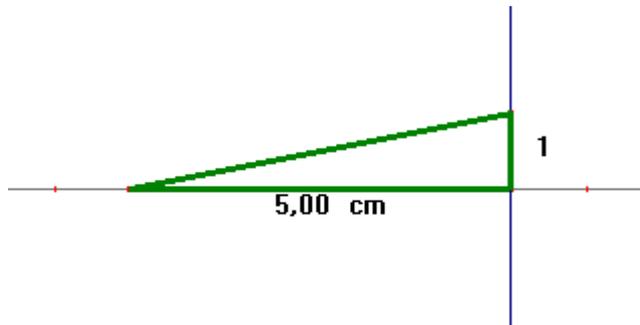
Themenbereich	
Ebene analytische Geometrie, Ortskurven	
Ziele	vorhandene Ausarbeitungen
• Geometrische Zusammenhänge entdecken	Cabri und TI-92 (A0611a)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	A0610
Lehrplanbezug (Österreich):	7. Klasse
Quelle: Franz Hauser	

Ortskurve des Kreismittelpunktes

Angabe und Fragen:

Welches ist die Ortslinie der Mittelpunkte aller Kreise, die durch den Punkt $F(5 | 0)$ gehen und den Kreis $k: M(-5 | 0), r^2 = 26$ von außen berühren?

Ausarbeitung (System: Cabri und TI-92)

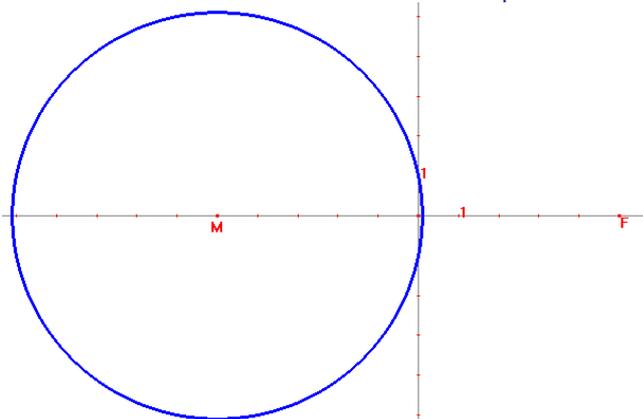


Konstruktion des Radius $r = \sqrt{26}$:

- „Strecke“ der Länge 5 auf der x -Achse
- „Senkrechte“ auf diese Strecke durch den Endpunkt
- „Numerische Eingabe“ : 1
- „Maß übertragen“ von 1 entlang der Senkrechten
- „Strecke“ der Hypotenuse im Dreieck hat Länge $\sqrt{26}$

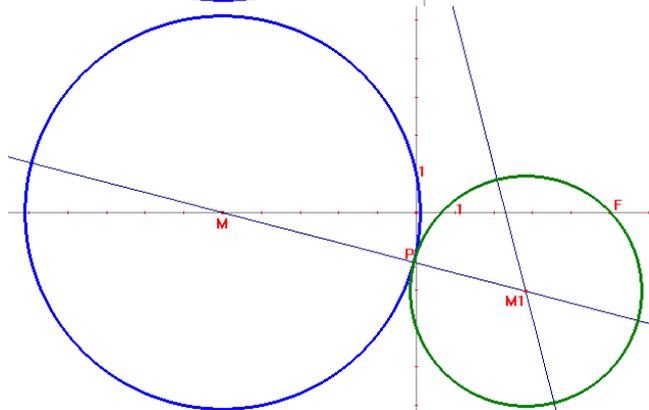
Angaben zeichnen:

- Mit „Zirkel“ wird der Kreis k um M mit Radius r gezeichnet.
- „Punkt“ F zeichnen



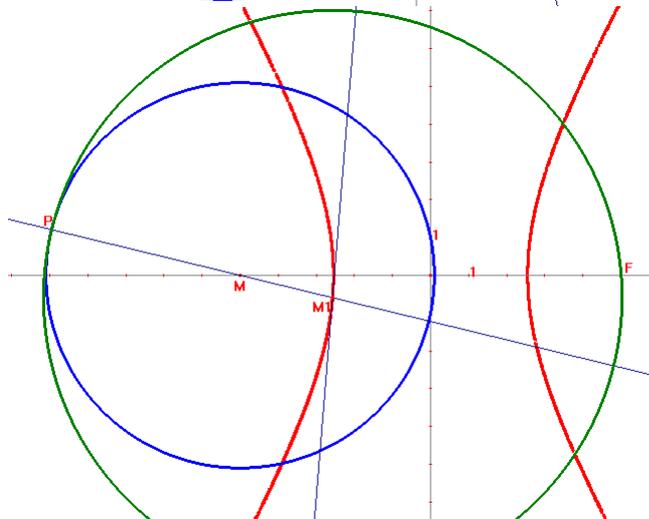
Konstruktion eines Kreises, der k in einem beliebigen Punkt P berührt und durch F geht:

- „Gerade“ durch M und P
- „Mittelsenkrechte“ auf die Strecke PF
- Schnitt„punkt“ dieser beiden Geraden ist Mittelpunkt M_1 eines gesuchten Kreises
- „Kreis“ um M_1 mit Radius M_1P zeichnen

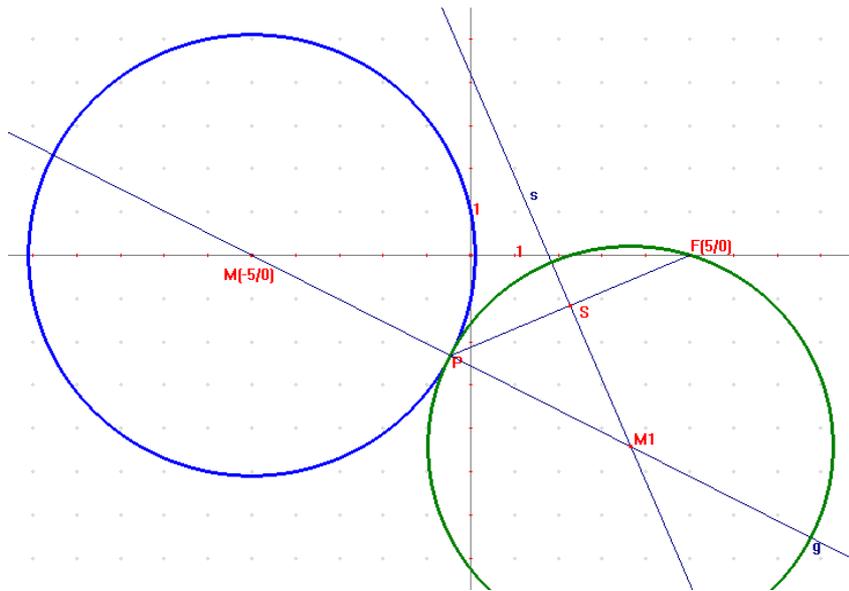


Gesuchte Ortslinie:

- „Spur ein/aus“ des Mittelpunktes M_1
- Der Punkt P wandert mittels des „Zeigers“ am Kreis k .



Die Ortslinie der Mittelpunkte M_1 ist eine Hyperbel.



Speichern der Koordinaten der Punkte M, F, P, S

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clear a-z...
[-5 0] → m : [5 0] → f           [5 0]
[t √(26-(t+5)²)] → P
[t √(-(t²+10·t-1))]
P+f → s           [t+5 √(-(t²+10·t-1))]
  
```

Speichern der Vektoren und der Koordinaten von M_1

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clear a-z...
P/2 → s           [t+5 √(-(t²+10·t-1))]
P-M → MP         [t+5 √(-(t²+10·t-1))]
[[-(t²+10·t-1) -(t+5)] → n
[-(t²+10·t-1) -(t+5)]
[x y] → m1       [x y]
[x,y] → m1
  
```

Gleichungen der Geraden g und s erstellen, speichern

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clear a-z...
[-1] + √(-(t²+10·t-1))·y - (t-5)·(t-5)/2
dotP(n, m1) = dotP(n, m) → gg
√(-(t²+10·t-1))·x - (t+5)·y = -5·√(-(t²+10·t-1))
dotP(fp, m1) = dotP(fp, s) → gs
√(-(t²+10·t-1))·y + (t-5)·x = √(-(t²+10·t-1))
  
```

Gleichungssystem nach y auflösen

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clear a-z...
√(-(t²+10·t-1))·y + (t-5)·x = √(-(t²+10·t-1))
√(-(t²+10·t-1))·y + (t-5)·x = -5·t - 12
solve(gg·-(t-5) + gs·√(-(t²+10·t-1)), y)
y = (37·√(-(t²+10·t-1)))/(2·(5·t+12))
  
```

Variable x durch Einsetzen von y berechnen

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clear a-z...
y = (37·√(-(t²+10·t-1)))/(2·(5·t+12))
solve(gg | y = (37·√(-(t²+10·t-1)))/(2·(5·t+12)), x)
x = (-13·(t-5))/(2·(5·t+12))
t^2+10*t-1)/(2*(5*t+12)), x)
  
```

Das Ergebnis nach t lösen und in den Term von y einsetzen.

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clear a-z...
t = (-24·x - 65)/(10·x + 13)
y = (37·√(-(t²+10·t-1)))/(2·(5·t+12)) | t = (-24·x - 65)/(10·x + 13)
y = (962·(2·x² - 13)·sign(10·x + 13))/26
+12)) | t = (-24*x-65)/(10*x+13)
  
```

Nachdem quadriert wurde erhält man die Hyperbelgleichung:

$$\text{Hyperbelgleichung: } 74x^2 - 26y^2 = 481$$

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clear a-z...
y = (962·(2·x² - 13)·sign(10·x + 13))/26
(y = (962·(2·x² - 13)·sign(10·x + 13))/26)²
y² = (37·(2·x² - 13))/26
  
```