

Themenbereich	
Winkelfunktionen, Parameterform der Kreisgleichung	
Ziele	vorhandene Ausarbeitungen
<ul style="list-style-type: none"> Demonstration von Bewegungen mit Hilfe der Parameterdarstellung von Funktionen 	TI-92 (A0510a)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	
Lehrplanbezug (Österreich):	6. Klasse
Quelle: Dr. Thomas Himmelbauer	

Kreisbewegung

Angabe:

Zwei Körper A und B bewegen sich auf Kreisbahnen um einen gemeinsamen Mittelpunkt.

Bewegungsgleichung von A : $a(t) = \begin{pmatrix} 2 \cdot \cos(2t) \\ 2 \cdot \sin(2t) \end{pmatrix}$ Bewegungsgleichung von B : $b(t) = \begin{pmatrix} 5 \cdot \cos(t) \\ 5 \cdot \sin(t) \end{pmatrix}$

Zum Zeitpunkt $t = \frac{\pi}{4}$ soll vom Körper A aus ein Körper C mit konstanter Geschwindigkeit $v = 0,6$ m/s auf geradliniger Bahn zum Körper B geschickt werden.

Fragen:

- Berechne alle (möglichen) Richtungen für die Bahn des Körpers C und die Orte und Zeiten des Eintreffens bei B !
- Stelle die Bewegungen der drei Körper mit Hilfe der Parameterdarstellung von Funktionen dar!

Ausarbeitung (System: TI-92)

ad 1)

Zuerst werden die Bewegungsgleichungen der beiden Körper A und B definiert. Dann wird die Startzeit ts für den Körper C eingegeben und sein Startpunkt ps berechnet.

Um die Position des Körpers C unabhängig von seiner Flugrichtung anzugeben, wählen wir eine Kreisgleichung um den Startpunkt ps mit einem Radius $v \cdot (t - ts)$, der der vom Körper C zurückgelegten Strecke entspricht.

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clean Up
Define a(t)=[2*cos(2*t) Done
            2*sin(2*t)
Define b(t)=[5*cos(t) Done
            5*sin(t)
π/4 → ts π/4
π/4 → ts π/4

```

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clean Up
[5*sin(t)]
π/4 → ts π/4
a(ts) → ps [0
            2
(x - ps[1, 1])^2 + (y - ps[2, 1])^2 = v^2*(t - ts)^2
x^2 + (y - 2)^2 = .0225*(4*t - π)^2
y-ps[2,1]^2=v^2*(t-ts)^2+g1

```

Danach schneiden wir diese Kreisgleichung mit der Bewegungsgleichung des Körpers B. Die so entstandene Gleichung kann näherungsweise nach t gelöst werden. Von den 6 Lösungen kommen nur die drei positiven in Frage.

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clean Up
a(t) → ps
(x - ps[1, 1])^2 + (y - ps[2, 1])^2 = v^2*(t - ts)^2
x^2 + (y - 2)^2 = .0225*(4*t - π)^2
g1 | x = b(t)[1, 1] and y = b(t)[2, 1] → g1
25*(cos(t))^2 + (5*sin(t) - 2)^2 = .0225*(4*t - π)^2
.6 → v .6

```

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clean Up
(x - ps[1, 1])^2 + (y - ps[2, 1])^2 = v^2*(t - ts)^2
x^2 + (y - 2)^2 = .0225*(4*t - π)^2
g1 | x = b(t)[1, 1] and y = b(t)[2, 1] → g1
25*(cos(t))^2 + (5*sin(t) - 2)^2 = .0225*(4*t - π)^2
.6 → v .6
zeros(left(g1) - right(g1), t) → l
7.1036188932 9.26993136208 11.76
os(left(g1) - right(g1), t) → l

```

Durch Einsetzen in die Bewegungsgleichung von Körper B erhalten wir die möglichen 3 Treffpunkte von B und C.

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clean Up
.6 → v
zeros(left(g1) - right(g1), t) → l
7.1036188932 9.26993136208 11.76
l[4] → t1 7.1036188932
l[5] → t2 9.26993136208
l[6] → t3 11.7635148183
b(t1) → e1 [3.40952064279
            3.65720781285

```

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clean Up
.6 → v
zeros(left(g1) - right(g1), t) → l
7.1036188932 9.26993136208 11.76
l[4] → t1 7.1036188932
l[5] → t2 9.26993136208
l[6] → t3 11.7635148183
b(t1) → e1 [3.40952064279
            3.65720781285

```

```

F1 Algebra F2 Calc F3 Other F4 PrgmIO F5 Clean Up
v*(t-ts) → e3 [-3.59671407607
            .539633037305
v*unitV(e1 - ps) → v1 [.262290268688
v*unitV(e2 - ps) → v2 [-.58225666523
            -.144834995066
v*unitV(e3 - ps) → v3 [.31638179402
            -.509806395029

```

ad 2)

```

F1 Zoom F2 Edit F3 All F4 Style F5 P: (P.S...)
PLOTS
y1=a(t)[2,1]
xt2=b(t)[1,1]
yt2=b(t)[2,1]
xt3=ps[1,1]+(t-ts)*v1[1,1]|t ≥ ts and t ≤ t1
yt3=ps[2,1]+(t-ts)*v1[2,1]
xt4=ps[1,1]+(t-ts)*v2[1,1]|t ≥ ts and t ≤ t2
yt4=ps[2,1]+(t-ts)*v2[2,1]
xt5=ps[1,1]+(t-ts)*v3[1,1]|t ≥ ts and t ≤ t3
yt1(t)=a(t)[2,1]

```

```

F1 Zoom F2 Edit F3 All F4 Style F5 P: (P.S...)
PLOTS
yt1=a(t)[2,1]
xt2=b(t)[1,1]
yt2=b(t)[2,1]
xt3=(1)+(t-ts)*v1[1,1]|t ≥ ts and t ≤ t1
yt3=ps[2,1]+(t-ts)*v1[2,1]
xt4=ps[1,1]+(t-ts)*v2[1,1]|t ≥ ts and t ≤ t2
yt4=ps[2,1]+(t-ts)*v2[2,1]
xt5=ps[1,1]+(t-ts)*v3[1,1]|t ≥ ts and t ≤ t3
xt3(t)=ps[1,1]+(t-ts)*v1[1,1]

```

```

F1 Zoom F2 Edit F3 All F4 Style F5 (G.S...)
PLOTS
✓yt1=a(t)[2,1]
✓xt2=b(t)[1,1]
✓yt2=b(t)[2,1]
✓xt3=ps[1,1]+(t-ts)·v1[1,1]|t≥ts and▶
✓yt3=ps[2,1]+(t-ts)·v1[2,1]
✓xt4=1+(t-ts)·v2[1,1]|t≥ts and t≤t2
✓yt4=ps[2,1]+(t-ts)·v2[2,1]
✓xt5=ps[1,1]+(t-ts)·v3[1,1]|t>ts and▶
xt4(t)=ps[1,1]+(t-ts)*v2[1,1]...
APPDL RAD AUTO PAR

```

```

F1 Zoom F2 Edit F3 All F4 Style F5 (G.S...)
PLOTS
✓v1=a(t)[1,1]
✓xt2=b(t)[1,1]
✓yt2=b(t)[2,1]
✓xt3=ps[1,1]+(t-ts)·v1[1,1]|t≥ts and▶
✓yt3=ps[2,1]+(t-ts)·v1[2,1]
✓xt4=ps[1,1]+(t-ts)·v2[1,1]|t≥ts and▶
✓yt4=ps[2,1]+(t-ts)·v2[2,1]
✓xt5=1+(t-ts)·v3[1,1]|t≥ts and t≤t3
xt5(t)=ps[1,1]+(t-ts)*v3[1,1]...
APPDL RAD AUTO PAR

```

```

F1 Zoom F2 Edit F3 All F4 Style F5 (G.S...)
PLOTS
✓yt2=b(t)[2,1]
✓xt3=ps[1,1]+(t-ts)·v1[1,1]|t≥ts and▶
✓yt3=ps[2,1]+(t-ts)·v1[2,1]
✓xt4=ps[1,1]+(t-ts)·v2[1,1]|t≥ts and▶
✓yt4=ps[2,1]+(t-ts)·v2[2,1]
✓xt5=ps[1,1]+(t-ts)·v3[1,1]|t≥ts and▶
✓yt5=ps[2,1]+(t-ts)·v3[2,1]
yt5(t)=ps[2,1]+(t-ts)*v3[2,1]
APPDL RAD AUTO PAR

```

```

F1 Zoom
tmin=0.
tmax=12.5663706144
tstep=.15707963267949
xmin=-14.
xmax=14.
xsc1=1.
ymin=-6.
ymax=6.
ysc1=1.
APPDL RAD AUTO PAR

```

