

BspNr: A0411

Themenbereich	
Ebene analytische Geometrie, Kreisgleichung	
Ziele	vorhandene Ausarbeitungen
<ul style="list-style-type: none">• Verbindung von CAS mit Dynamischer Geometrie• Analytische Überprüfung klassischer Sätze der Geometrie	TI-92 (A0411a)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	A0410
Lehrplanbezug (Österreich):	6. Klasse
Quelle: Dr. Thomas Himmelbauer	

Simsonsche Gerade

Angabe:

Fällt man von einem beliebigen Punkt P des Umkreises eines Dreiecks die Normalen n_{ab} , n_{ac} und n_{bc} auf die Trägergeraden der Dreiecksseiten, so liegen die Schnittpunkte P_{ab} , P_{ac} und P_{bc} dieser Normalen mit den Trägerseiten auf einer Geraden, der Simsonschen Geraden. Diese Gerade wurde vom englischen Mathematiker Robert Simson (1687 – 1768) entdeckt.

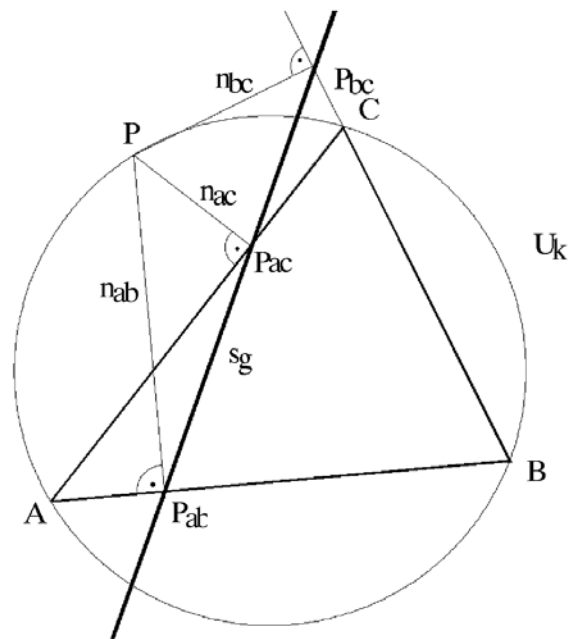
Angabe des Dreiecks:

$$A = (-5 \mid 2)$$

$$B = (6 \mid -1)$$

$$C = (2 \mid 7)$$

Überprüfe anhand dieser Angabe die Richtigkeit des Lehrsatzes!



Ausarbeitung (System: TI-92)

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\begin{bmatrix} -5 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow a \quad \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow b \quad \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix} \rightarrow c \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$					
[2;7]→c					
MAIN DEG AUTO FUNC 3/60					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\frac{a+b}{2} \rightarrow mab \quad \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{bmatrix}$ $\frac{b+c}{2} \rightarrow mbc \quad \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ $\text{dotP}\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, b-a\right) = \text{dotP}(b-a, mab) \rightarrow \text{stab}$ $11 \cdot x - 3 \cdot y = 4$					
...x;y], b-a)=dotp(b-a, mab)→stab					
MAIN DEG AUTO FUNC 6/60					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\text{dotP}\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, b-a\right) = \text{dotP}(b-a, mab) \rightarrow \text{stab}$ $11 \cdot x - 3 \cdot y = 4$ $\text{dotP}\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, b-c\right) = \text{dotP}(b-c, mbc) \rightarrow \text{stbc}$ $4 \cdot x - 8 \cdot y = -8$ $\text{exp}\rightarrow\text{list}(\text{solve}(\text{stab and stbc}, \langle x \ y \rangle), \rightarrow)$ $\begin{bmatrix} 14/19 \\ 26/19 \end{bmatrix}$					
...tab and stbc, <x,y>), <x,y>))→l					
MAIN DEG AUTO FUNC 8/60					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$4 \cdot x - 8 \cdot y = -8$ $\text{exp}\rightarrow\text{list}(\text{solve}(\text{stab and stbc}, \langle x \ y \rangle), \rightarrow)$ $\begin{bmatrix} 14/19 \\ 26/19 \end{bmatrix}$ $1^T \rightarrow um \quad \begin{bmatrix} 14/19 \\ 26/19 \end{bmatrix}$ $\text{norm}(um - a) \rightarrow rum \quad \frac{5 \cdot \sqrt{481}}{19}$					
MAIN RAD AUTO FUNC 10/60					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\text{norm}(um - a) \rightarrow rum \quad \frac{5 \cdot \sqrt{481}}{19}$ $um + rum \cdot \begin{bmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{bmatrix} \rightarrow p$ $\begin{bmatrix} \frac{5 \cdot \sqrt{481} \cdot \cos(t)}{19} + 14/19 \\ \frac{5 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t)}{19} + 26/19 \end{bmatrix}$					
MAIN RAD AUTO FUNC 11/60					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\text{dotP}\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, b-a\right) = \text{dotP}(b-a, p) \rightarrow nab$ $11 \cdot x - 3 \cdot y = \frac{55 \cdot \sqrt{481} \cdot \cos(t)}{19} - \frac{15 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t)}{19}$ $\text{dotP}\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, b-c\right) = \text{dotP}(b-c, p) \rightarrow nbc$ $4 \cdot x - 8 \cdot y = \frac{20 \cdot \sqrt{481} \cdot \cos(t)}{19} - \frac{40 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t)}{19}$					
...[x][y]], b-c)=dotP(b-c, p)→nbc					
MAIN RAD AUTO FUNC 13/60					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\text{dotP}\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, a-c\right) = \text{dotP}(a-c, p) \rightarrow nac$ $-7 \cdot x - 5 \cdot y = \frac{-35 \cdot \sqrt{481} \cdot \cos(t)}{19} - \frac{25 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t)}{19}$ $b-a \rightarrow vab \quad \begin{bmatrix} 11 \\ -3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 \\ 11 \end{bmatrix} \rightarrow nvab \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 11 \end{bmatrix}$					
[3;11]→nvab					
MAIN RAD AUTO FUNC 16/60					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\begin{bmatrix} 5 \\ -7 \end{bmatrix} \rightarrow nvac \quad \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \end{bmatrix}$ $c-b \rightarrow vbc \quad \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} \rightarrow nvbc \quad \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$					
[8;4]→nvbc					
MAIN RAD AUTO FUNC 20/60					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$8 \cdot x + 4 \cdot y = 44$ $\text{exp}\rightarrow\text{list}(\text{solve}(\text{nab and gab}, \langle x \ y \rangle), \rightarrow)$ $\begin{bmatrix} \frac{121 \cdot \sqrt{481} \cdot \cos(t) - 33 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t) + 247}{494} \\ \frac{-(33 \cdot \sqrt{481} \cdot \cos(t) - 9 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t) - 247)}{494} \end{bmatrix}$					
... and gab, <x,y>), <x,y>))T→pab					
MAIN RAD AUTO FUNC 24/60					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\text{exp}\rightarrow\text{list}(\text{solve}(\text{nac and gac}, \langle x \ y \rangle), \rightarrow)$ $\begin{bmatrix} \frac{245 \cdot \sqrt{481} \cdot \cos(t) + 175 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t) - 2109}{1406} \\ \frac{175 \cdot \sqrt{481} \cdot \cos(t) + 125 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t) + 6327}{1406} \end{bmatrix}$					
... and gac, <x,y>), <x,y>))T→pac					
MAIN RAD AUTO FUNC 25/60					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\text{exp}\rightarrow\text{list}(\text{solve}(\text{nbc and gbc}, \langle x \ y \rangle), \rightarrow)$ $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{481} \cdot \cos(t) - 2 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t) - 38}{19} \\ \frac{-(2 \cdot \sqrt{481} \cdot \cos(t) - 4 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t) - 57)}{19} \end{bmatrix}$					
... and gbc, <x,y>), <x,y>))T→pbc					
MAIN RAD AUTO FUNC 26/60					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$pab - pac \rightarrow rvs1$ $\begin{bmatrix} \frac{34 \cdot \sqrt{481} \cdot \cos(t)}{481} - \frac{92 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t)}{481} + 2 \\ \frac{-92 \cdot \sqrt{481} \cdot \cos(t)}{481} - \frac{34 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t)}{481} - 4 \end{bmatrix}$					
MAIN RAD AUTO FUNC 27/60					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	

$$\begin{bmatrix} rvs[2,1] \\ -rvs[1,1] \end{bmatrix} \rightarrow nrvs$$

$$\frac{-92 \cdot \sqrt{481} \cdot \cos(t) - 34 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t) - 4}{481}$$

$$\frac{2 \cdot (46 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t) - 481) - 34 \cdot \sqrt{481} \cdot \cos(t)}{481}$$

[rvs[2,1];-rvs[1,1]]→nrvs

MAIN RAD AUTO FUNC 28/60

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	

$$\frac{2 \cdot (46 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t) - 481) - 34 \cdot \sqrt{481} \cdot \cos(t)}{481}$$

$$\text{dotP}\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, nrvs\right) = \text{dotP}(nrvs, pab) \rightarrow si$$

$$\cos(t) \cdot \left(\frac{-92 \cdot \sqrt{481} \cdot x - 34 \cdot \sqrt{481} \cdot y}{481} \right) + \sin(t)$$

[...;y],nrvs)=dotp(nrvs,pab)→s...

MAIN RAD AUTO FUNC 29/60

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	

$$\frac{2 \cdot (46 \cdot \sqrt{481} \cdot \sin(t) - 481) - 34 \cdot \sqrt{481} \cdot \cos(t)}{481}$$

$$\text{dotP}\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, nrvs\right) = \text{dotP}(nrvs, pab) \rightarrow si$$

$$\cos(t) \cdot \left(\frac{-92 \cdot \sqrt{481} \cdot x - 34 \cdot \sqrt{481} \cdot y}{481} \right) + \sin(t)$$

si | x = pbc[1,1] and y = pbc[2,1] true

si|x=pbc[1,1] and y=pbc[2,1]

MAIN RAD AUTO FUNC 30/60