BspNr: A0210

Themenbereich	
Analytische Geometrie im Raum, Abstand windschiefer Geraden	
Ziele	**vorhandene Ausarbeitungen**
• Abstand windschiefer Geraden • Verbindung von Vektorrechnung und Differentialrechnung	TI-92 (A0210a)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	
Lehrplanbezug (Österreich):	7. Klasse
Quelle: G. Schmidt, Mathematik erleben mit dem TI-92, Lehrerhandreichung Texas Instruments	

Flugrouten zweier Flugzeuge

Angabe:
Ein Sportflugzeug und ein Transportflugzeug befinden sich jeweils auf geradlinigem Kurs. Im Koordinatensystem (Koordinatenangaben in km) des Flughafens werden die Positionen zum Zeitpunkt 0 Minuten und dann 6 Minuten später festgehalten.

	Ort zum Zeitpunkt 0 Minuten	Ort zum Zeitpunkt 6 Minuten
Sportflugzeug	$A = (0 \mid 4 \mid 2)$	$A^* = (20 \mid -6 \mid 2)$
Transportflugzeug	$B = (3 \mid 0 \mid 3)$	$B^* = (3 \mid 50 \mid -7)$

Fragen:
1) Bestimmen Sie jeweils die Richtung und den Betrag der Geschwindigkeit der Flugzeuge!

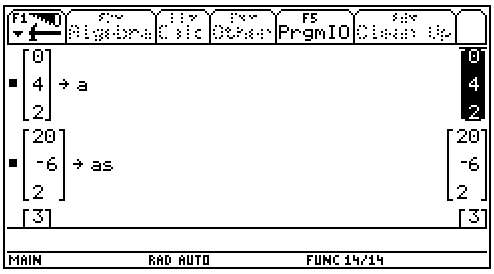
2) Bestimmen Sie die kleinste Entfernung der Flugzeuge!

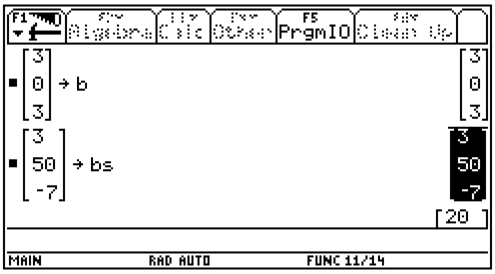
3) Zu welchem Zeitpunkt *t* ist diese erreicht und in welchen Positionen befinden sich dann die Flugzeuge?

BspNr: A0210a

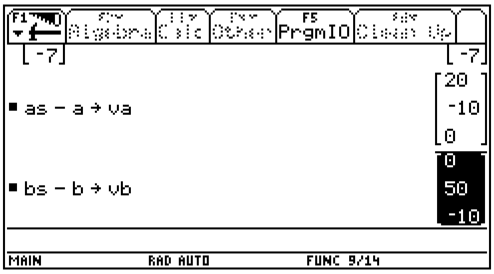
Ausarbeitung (System: TI-92)

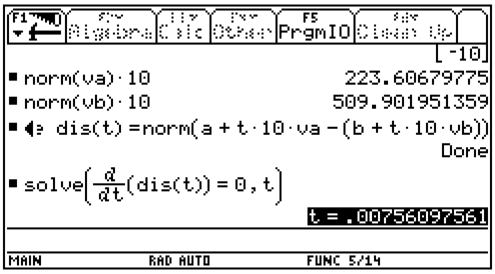
Zunächst werden die angegebenen Koordinaten eingeben.



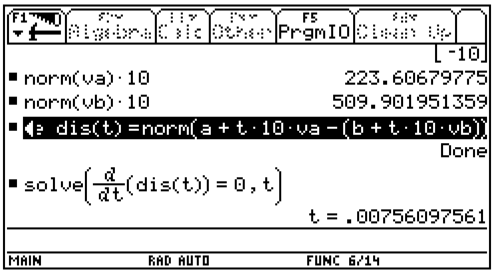


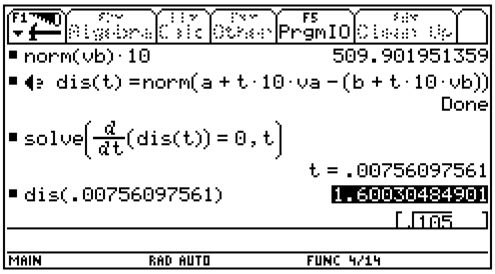
Dann werden die Geschwindigkeitsvektoren berechnet, die die zurückgelegte Strecke in 6min beschreiben. Diese Streckenlänge mal 10 ergibt die Kilometer pro Stunde (Einheiten stehen ja für Stunden). Dann können wird über die `norm` die Distanzfunktion der beiden Flieger aufstellen, differenzieren und Null setzen (oder Graphisch das Minimum bestimmen) und erhalten die gesuchte Zeit für den minimalen Abstand. Die Einheit der berechneten Zeit sind Stunden.





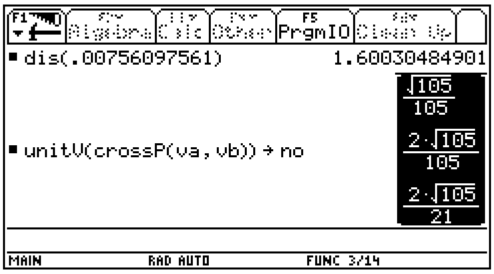
Durch Einsetzen in die Distanzfunktion erhalten wir den minimalen Abstand in km.

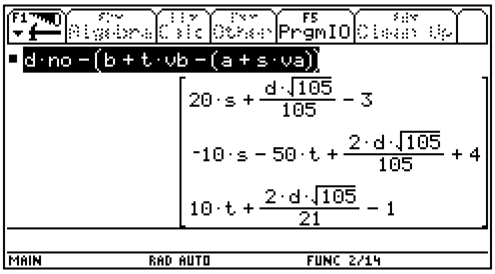




Nun wollen wir die kürzeste geometrische Distanz zwischen den beiden Flugrouten berechnen. Diese steht normal auf beide Kurse. Daher berechnen wir den Einheitsvektor *no* des Kreuzproduktes der beiden Geschwindigkeitsvektoren. Sei d nun der kürzeste Abstand, dann können wir untersuchen, für welche Zeiten t und s die Flugzeuge den geometrisch kürzesten Abstand erreichen. Dazu setzen wir den Differenzenvektor der beiden Position-Zeit-Gesetze:
$b+t\cdot vb-(a+s\cdot va)$ gleich $d\cdot no$

Wir erhalten 3 Gleichungen mit 3 Unbekannten.





Diese lösen wir mit `rref` und erhalten die Distanz *d* und die Zeiten *s* und *t*. Die Zeiten sind verschieden. Daher ist der kürzeste Abstand der Flugzeuge nicht der geometrisch kürzeste. Die geometrisch kürzeste Distanz beträgt 0,4879km.