

Mag. Gerhard Hainscho

TI-89 Workshop



Themenbereich	
Einführung in den Gebrauch des TI-89	
Inhalte	Ziele
<ul style="list-style-type: none">• Grundlagen / Typische Schülerprobleme• Gleichungen / (Un)Gleichungssysteme• Funktionen• Potenzen und Wurzeln• Winkelfunktionen• Logarithmen• Wachstumsmodelle• Analysis• Stochastik• Data/Matrix Editor• Text Editor• Program Editor• Numeric Solver• Cabri Geometrie• Datenübertragung• Adressen	<ul style="list-style-type: none">• Den Gebrauch des TI-89 sowie einige seiner Besonderheiten anhand von Arbeitsblättern und Aufgaben der Schulmathematik kennenlernen.• Anregungen zu eigenem Experimentieren.
Begleittext eines Anfängerseminars, auch zum Selbststudium geeignet.	

Grundlagen

Nr	Angabe	Eingabe	Ergebnis
1	$8 \cdot 24 =$	8 [X] 24 [ENTER]	
2	$\frac{8}{24} =$	8 [÷] 24 [ENTER]	
		8 [÷] 24 [♦] [ENTER]	
3	$\sqrt{8} =$	[2nd] [√] (8) [ENTER]	
		[2nd] [√] (8) [♦] [ENTER]	
4	$\sqrt[3]{-8} =$	[() (-) 8] [^] [() 1 ÷ 3] [ENTER]	
5	$24! =$	24 [♦] [÷] [ENTER]	

- **Drittbelegungen** ([♦])

: [♦] [EE]



- **Griechische Schriftzeichen** (α , β , ...)
oder
oder

: [♦] [(] [alpha] A, [♦] [(] [alpha] B, ...
: [alpha] [alpha] [♦] [(] A, [♦] [(] B, ..., [alpha]
: [2nd] [CHAR] ...

- **Abbruch** von Berechnungen / Plots
Pause / weiter

: [ON]
: [ENTER]

- **Kontrast** (Bildschirm dunkler / heller)

: [♦] [+] / [♦] [-]

- **Bewegung des Cursors**

- Zeichen für Zeichen (Schritt für Schritt)
- schnelle Bewegung (seitenweises Blättern)
- an den Anfang / ans Ende
- History-Bereich → Eingabezeile

: [⊕]
: [2nd] [⊕]
: [♦] [⊕]
: [ESC]

- **Weiterrechnen mit letztem Ergebnis** (ans(1))

: [2nd] [ANS]

- **Löschen**
 - **in der Eingabezeile** nach links / rechts : \leftarrow / \blacklozenge [DEL]
 - **ganze Eingabezeile** ab Cursor nach rechts - links : [CLEAR] [CLEAR]
 - **Einfügen / Überschreiben** (dünner / dicker Cursor) : 2^{nd} [INS]
 - **im History-Bereich** (Eingabe-Antwort-Paar) : [CLEAR]
 - **ganzer History-Bereich** : [F1] - 8: Clear Home
 - **Variable** : DELVAR ... oder 2^{nd} [VAR-LINK] ...
 - Variable mit 1-Charakter-Namen : 2^{nd} [F6] *Clean Up* - 1: Clear a-z...
 - **Reset** : 2^{nd} [MEM] - [F1] *RESET* ...
 - Tastenkombination : \updownarrow 2^{nd} [ON]

- **Ausschalten**
 - nächstes Einschalten \rightarrow HOME : 2^{nd} [OFF]
 - nächstes Einschalten \rightarrow aktueller Zustand : \blacklozenge [OFF]

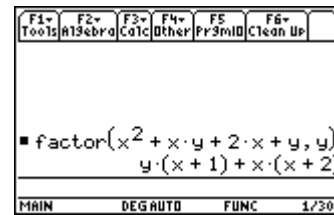
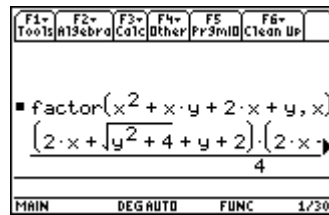
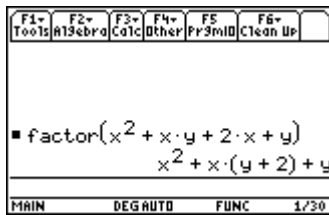
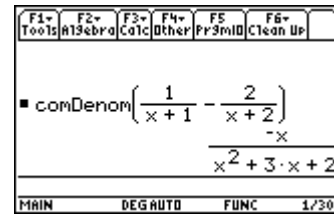
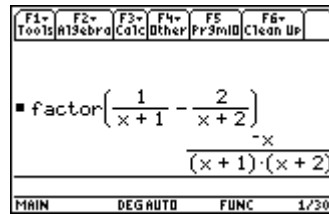
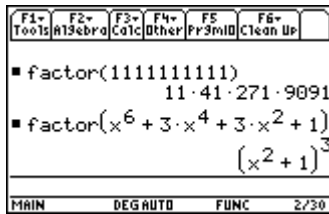
- **Version** : [F1] - A: About...



- **Klammern**
 - **Rechenklammern** : ()
 - **Matrizen** : []
 - **Listen** : { }
- **GGT** (engl.: Greatest Common Divisor) : GCD (...)
- **KGV** (engl.: Least Common Multiple) : LCM (...)
- **Vorkomma-Anteil** einer reellen Zahl : IPART (...)
- **Nachkomma-Anteil** einer reellen Zahl : FPART (...)
- **Größte ganze Zahl** \leq ... (Gauß-Klammer) : FLOOR (...)
- $x = \text{FLOOR}(a \div b) * b + \text{MOD}(a, b)$
- **Integer-Division** : INTDIV (... , ...)
- $x = \text{INTDIV}(a, b) * b + \text{REMAIN}(a, b)$
- **Dezimalzahl** \rightarrow Bruch : EXACT (...)

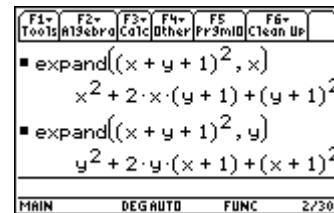
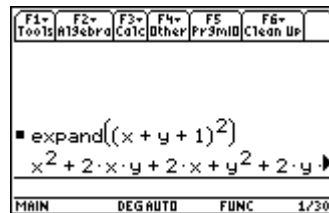
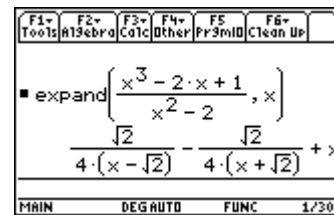
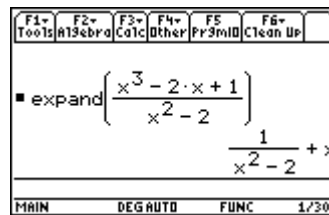
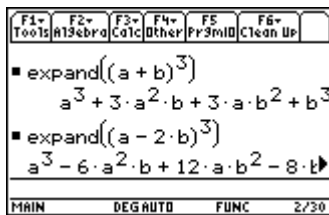
• **FACTOR (...)**

: Verwandlung in ein Produkt:
 Faktorisierung / auf gemeinsamen Nenner bringen; falls eine Variable angegeben ist, wird nach dieser sortiert.



• **EXPAND (...)**

: Verwandlung in eine Summe:
 Ausmultiplizieren / Dividieren (Partialbruchzerlegung); falls eine Variable angegeben ist, wird nach dieser sortiert.



Typische Schülerprobleme

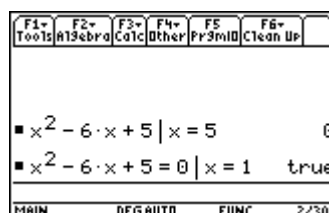
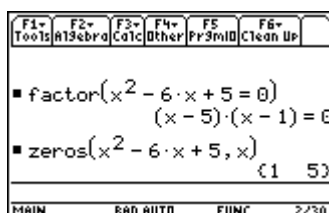
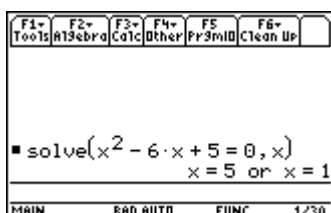
- Klammersetzung
- Klammernarten: $() \neq [] \neq \{ \}$
- Vorzeichenminus \neq Rechenminus: $(-)$ \neq $-$
- $0. \neq 0$
- $2a = 2 \cdot a$, aber $ab \neq a \cdot b$; $a^{-1}b = a^{-1} \cdot b$, aber $ab^{-1} \neq a \cdot b^{-1}$; ...
- Interpretation von Ergebnissen mit Formvariablen ($\frac{1}{x}$...)
- mit Werten belegte Variable
- veränderte Grundeinstellungen
- voller Speicher

Gleichungen

Bsp.: $x^2 - 6x + 5 = 0$

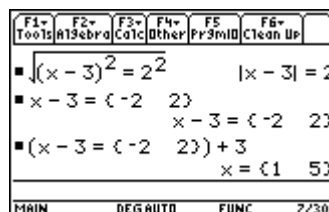
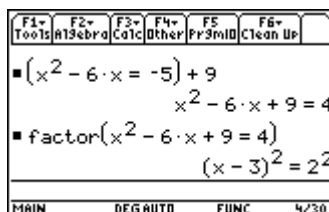
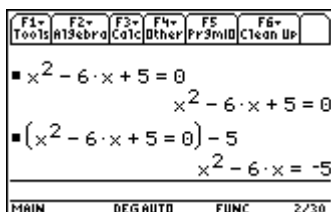
1. Schnelle Lösung mit SOLVE oder FACTOR oder ZEROS

$x^2 - 6x + 5 = 0$ | Lösung(en) berechnen : **SOLVE (... , x)**
 $x = 5 \vee x = 1$



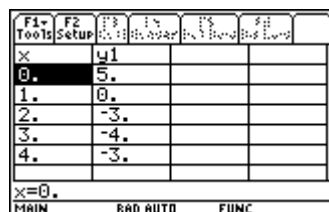
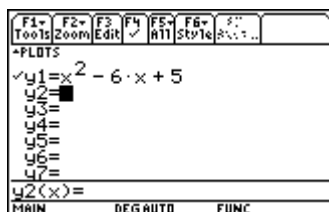
2. Lösung durch Äquivalenzumformungen

$x^2 - 6x + 5 = 0$ | x auf der linken Seite isolieren : **(...) - 5**
 $x^2 - 6x = -5$ | quadratische Ergänzung : **(...) + 9**
 $x^2 - 6x + 9 = 4$ | Zerlegung in Quadrate : **FACTOR (...)**
 $(x - 3)^2 = 2^2$ | Wurzel : **√(...)**
 $|x - 3| = 2$ | Lösungsliste erstellen : **x - 3 = {-2 , 2}**
 $x - 3 = \{-2 \ 2\}$ | x auf der linken Seite isolieren : **(...) + 3**
 $x = \{1 \ 5\}$



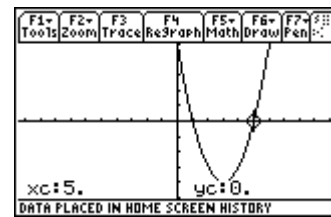
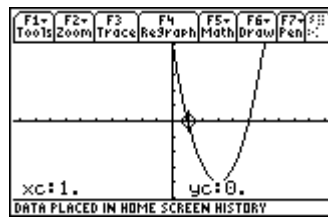
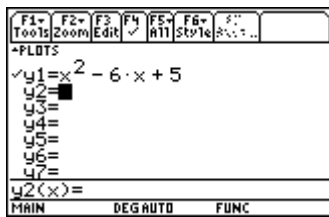
3. Tabellarische Lösung

$x^2 - 6x + 5 = 0$ | linke Seite als f(x) definieren : **Y=**
 | Wertetabelle betrachten : **TABLE**



4. Grafische Lösung

- $x^2 - 6x + 5 = 0$
| linke Seite als f(x) definieren
:
 \blacklozenge [Y=]
- | Funktionsgraphen betrachten
:
 \blacklozenge [GRAPH]
- | Nullstellen berechnen
:
[F5] Math - 2: Zero ...



WINDOW (ZoomSqr): $x = -10,39..10,39$ / $y = -5..5$

- \blacklozenge [2nd] kopiert die Ergebnisse numerischer Berechnungen in den HOME-Screen:



Aufgaben aus dem Schulbuch

Nr	Angabe	Lösung(en)	Anmerkung
1	$(3x - 1)^2 + (4x + 2)^2 = (5x + 1)(5x - 1)$		
2	$x^2 - 2x + 2 = 0$		
3	$ax^2 + bx + c = 0$		
4	$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-a} = \frac{a+1}{a}$		
5	$\frac{3x-2}{6} - \frac{x+8}{9} \leq 0$		
6	$\frac{1}{x-1} < \frac{2}{3}$		
7	$\sqrt{x+15} + \sqrt{x+3} = 2 \cdot \sqrt{x+8}$		
8	$6^{x+1} - 7^x = 5 \cdot 6^x - 6^{x-1}$		
9	$\ln(5x+12) + \ln(5x-12) = \ln 81$		
10	$\ln(\ln(\ln x)) = 0$		

Historische Aufgaben

1. Aus dem Papyrus Rhind (so genannt nach einem schottischen Antiquitätenhändler, der Teile des Textes in Luxor erwarb - erst nach seinem Tod wurden in New York die fehlenden Teile entdeckt, sodaß dieses älteste bekannte mathematische Hand"buch" vollständig vorliegt: eine 5,25 m lange Rolle mit 84 Aufgaben, als Abschrift eines älteren Textes (19. Jh. v. Chr.) vom Schreiber Ahmes um 1650 v. Chr. verfaßt.)

a) Haufen; sein $\frac{2}{3}$, sein $\frac{1}{2}$, sein $\frac{1}{7}$, sein Ganzes, es beträgt 33.

$$\left[\frac{2}{3} \cdot x + \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{7} \cdot x + x = 33; x = \frac{1386}{97} \right]$$

b) $\frac{2}{3}$ hinzu, $\frac{1}{3}$ weg, 10 ist der Rest.

$$\left[x + \frac{2}{3} \cdot x - \frac{1}{3} \cdot x = 10; x = \frac{15}{2} \text{ oder } x + \frac{2}{3} \cdot x - \frac{1}{3} \cdot \left(x + \frac{2}{3} \cdot x \right) = 10; x = 9 \right]$$

2. Über Diophantos von Alexandria (3. Jh. n. Chr. ?)

Hier dies Grabmal deckt Diophantos. Schaut das Wunder!
 Durch des Entschlafenen Kunst lehret sein Alter der Stein.
 Knabe zu sein gewährte ihm Gott ein Sechstel des Lebens;
 Noch ein Zwölftel dazu, sproßt' auf der Wange der Bart;
 Dazu ein Siebentel noch, da schloß er das Bündnis der Ehe,
 Nach fünf Jahren entsprang aus der Verbindung ein Sohn.
 Wehe, das Kind, das vielgeliebte, die Hälfte der Jahre
 Hatt' es des Vaters erreicht, als es dem Schicksal erlag.
 Drauf vier Jahre hindurch durch der Größen Betrachtung den Kummer
 Von sich scheidend kam auch er an das irdische Ziel.

$$\left[\frac{1}{6} \cdot x + \frac{1}{12} \cdot x + \frac{1}{7} \cdot x + 5 + \frac{1}{2} \cdot x + 4 = x; x = 84 \text{ oder } \frac{1}{6} \cdot x + \frac{1}{12} \cdot x + \frac{1}{7} \cdot x + 5 + \frac{1}{2} \cdot (x - 4) + 4 = x; x = 65 \frac{1}{3} \right]$$

3. Wir drei Liebenden stehen hier und gießen Wasser zum Baden aus, wobei wir Ströme von Wasser in das Becken fließen lassen. Ich auf der rechten Seite fülle es mit meinen langen Füßen im sechsten Teil eines Tages; ich auf der linken Seite mit meinem Krug in vier Stunden und ich in der Mitte mit meinem Bogen in genau einem halben Tag.
 Sag mir, in welcher kurzer Zeit wir das Becken füllen würden, wenn wir drei gleichzeitig Wasser eingießen!

$$\left[1 \text{ Tag} = 12 \text{ Stunden} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x}; x = \frac{12}{11} \right]$$

4. Eine Goldmünze Konstantins des Großen (Abb. 1) zeigt die Siegesgöttin Viktoria, in der Linken einen Palmzweig, in der Rechten ein Siegesmal (Tropaion) haltend. Im sogenannten Abschnitt der Münze, d.h. unter der Bodenlinie, befindet sich die Signatur der Münzstätte Antiochia in Syrien, rechts neben der Göttin die Zahl LXXII, die angibt, wie viele derartige Münzen ein römisches Pfund = 324 g ergeben.
 Wie schwer müßte die Münze sein?



Abb. 1

$$\left[x = \frac{324}{72} = 4,5 \text{ g} \right]$$

5. Es sei ein Rohr zuerst senkrecht an eine Mauer gelehnt, dann wird die Spitze um 3 Ellen gesenkt, sodaß sich der Fuß des Rohres um 9 Ellen von der Mauer entfernt.
 Wie lang ist das Rohr?

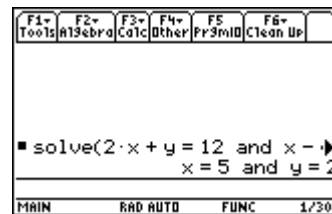
$$\left[x^2 = (x - 3)^2 + 9^2; x = 15 \right]$$

Gleichungssysteme

Bsp.: $2x + y = 12$
 $x - 4y = -3$

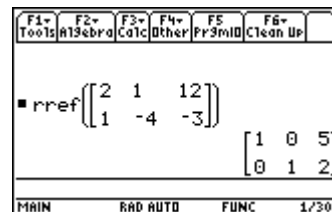
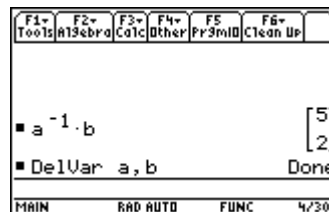
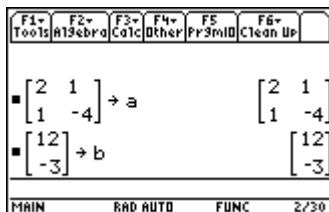
1. Schnelle Lösung mit SOLVE

$2x + y = 12$
 $x - 4y = -3$ | Lösung(en) berechnen : **SOLVE (... AND ..., {x, y})**
 $x = 5$ \wedge $y = 2$

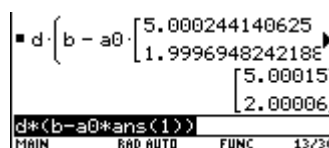
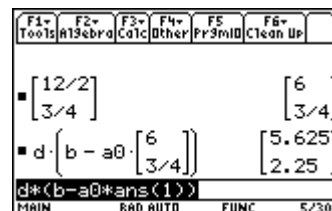
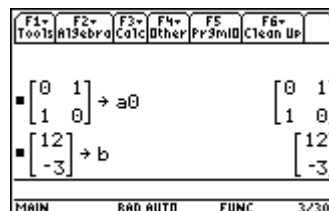
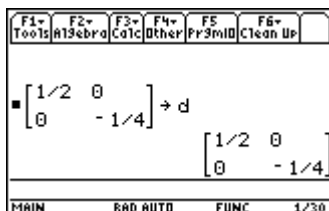


2. Lösung mit Matrizen

$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \cdot x = \begin{bmatrix} 12 \\ -3 \end{bmatrix}$ | Eingabe der Koeffizientenmatrix : **[2, 1; 1, -4] [STO] A**
 | und des konstanten Vektors : **[12; -3] [STO] B**
 | x berechnen : **A⁻¹ B**
 $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ | belegte Variable löschen : **DELVAR A, B**

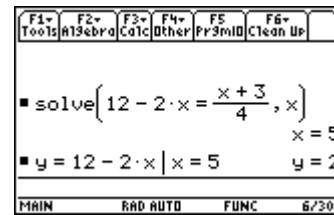
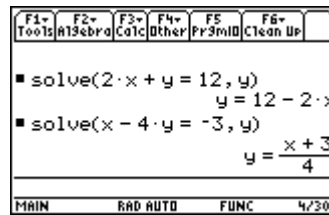
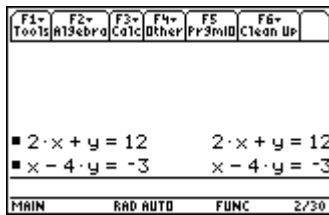


Iterative Lösung (nur bei Matrizen mit Diagonaldominanz): $x_n = D \cdot (b - A_{(0)} \cdot x_{n-1})$



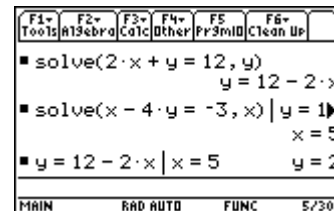
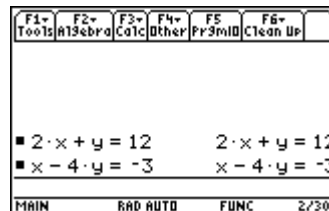
3. Lösung durch Gleichsetzungsverfahren

- $2x + y = 12$ (1) | y aus (1) berechnen : **SOLVE (...), y**
 $y = -2x + 12$ (1*)
 $x - 4y = -3$ (2) | y aus (2) berechnen : **SOLVE (...), y**
 $y = \frac{x+3}{4}$ (2*)
 $-2x + 12 = \frac{x+3}{4}$ | x aus (1*) = (2*) berechnen : **SOLVE (...), x**
 $x = 5$ | x in (1*) oder (2*) rücker einsetzen : ... | **x = 5**
 $y = 2$



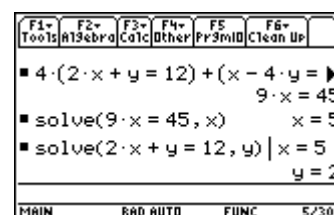
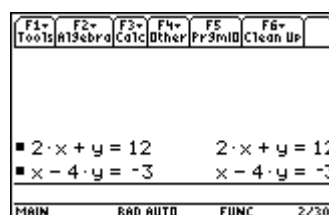
4. Lösung durch Einsetzungsverfahren

- $2x + y = 12$ (1) | y aus (1) berechnen : **SOLVE (...), y**
 $y = -2x + 12$ (1*)
 $x - 4y = -3$ (2) | (1*) einsetzen und x berechnen : **SOLVE (...), x** | y = ...
 $x = 5$ | x in (1*) rücker einsetzen : ... | **x = 5**
 $y = 2$



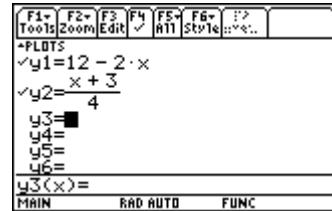
5. Lösung durch Eliminationsverfahren

- $2x + y = 12$ (1)
 $x - 4y = -3$ (2) | $4 \cdot (1) + (2)$: **4(...) + (...)**
 $9x = 45$ | x berechnen : **SOLVE (...), x**
 $x = 5$ | x in (1) einsetzen und y berechnen : **SOLVE (...), y** | **x = 5**
 $y = 2$

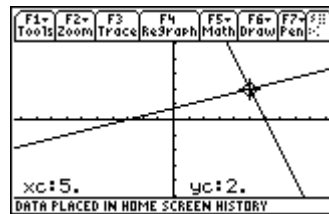


6. Grafische Lösung

$2x + y = 12$	y berechnen	:	SOLVE (...), y
$y = -2x + 12$	Ausdruck als $f_1(x)$ definieren	:	◆ [Y=]
$x - 4y = -3$	y berechnen	:	SOLVE (...), y
$y = \frac{x+3}{4}$	Ausdruck als $f_2(x)$ definieren	:	◆ [Y=]



Funktionsgraphen betrachten	:	◆ [GRAPH]
Schnittpunkt berechnen	:	[F5] Math - 5: Intersection ...
Wertetabelle betrachten	:	◆ [TABLE]



x	y1	y2
1.	10.	1.
2.	8.	1.25
3.	6.	1.5
4.	4.	1.75
5.	2.	2.

WINDOW (ZoomSqr): $x = -10,39..10,39$ / $y = -5..5$

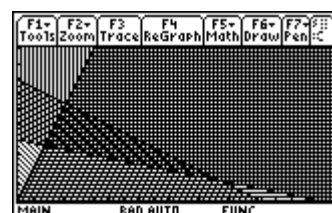
◆ [⇐] kopiert die Ergebnisse numerischer Berechnungen in den HOME-Screen:

■ [5. 2.]	[5. 2.]
-----------	---------

Systeme von Ungleichungen

Bsp.: $x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge y \geq -\frac{1}{5}x + 4 \wedge y \leq 2x \wedge y \leq -\frac{1}{2}x + 8$

Grafische Lösung

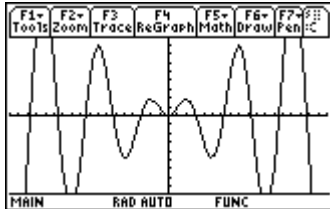


WINDOW (ZoomSqr): $x = 0..20,789$ / $y = 0..10$

Funktionen

1. xy-Darstellung: MODE - Graph = FUNCTION

- Bsp.: $f(x) = x \cdot \sin x$

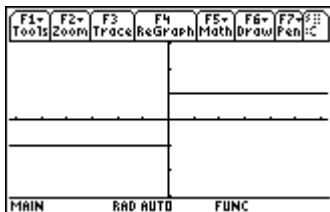


F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
Tools	Zoom	Trace	ReGraph	Math	Draw	Pen	C
x	y1						
0.	0.						
1.	.84147						
2.	1.8186						
3.	.42336						
4.	-3.027						
x=0.							
MAIN	RAD	AUTO	FUNC				

WINDOW (ZoomSqr): $x = -18..18 / y = -8,658..8,658$

Achtung: MODE - Angle = RADIAN

- Stückweise definierte Funktionen, Bsp.: $f(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$

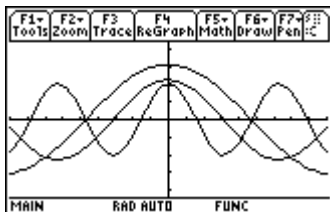


F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
Tools	Zoom	Edit	Attn	Style	Rel	Ans	...
+PLOTS							
√y1=0·x-1 x < 0							
√y2=0·x x = 0							
√y3=0·x+1 x > 0							
y4=							
y5=							
y6=							
y4(x)=							
MAIN	RAD	AUTO	FUNC				

WINDOW (ZoomSqr): $x = -6,237..6,237 / y = -3..3$

Achtung: der | -Operator arbeitet nur, wenn die Variable x im Funktionsterm vorkommt.

- Funktionenscharen, Bsp. 1: $f(x) = \left(a + \frac{1}{a^2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x}{a}\right)$



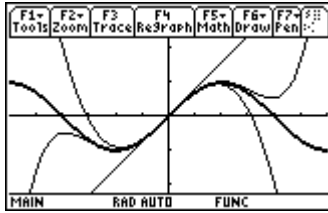
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
Tools	Attn	Calc	Other	Pr3mD	Clean Up		
■ {1 2 3} → a {1 2 3}							
MAIN	RAD	AUTO	FUNC	1/30			

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
Tools	Zoom	Edit	Attn	Style	Rel	Ans	...
+PLOTS							
√y1 = $\left(a + \frac{1}{a^2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x}{a}\right)$							
y2=							
y3=							
y4=							
y5=							
y2(x)=							
MAIN	RAD	AUTO	FUNC				

WINDOW (ZoomSqr): $x = -9..9 / y = -4,329..4,329$

Achtung: MODE - Angle = RADIAN

- **Funktionenscharen, Bsp. 2:** Taylorentwicklung von $\sin x$



```

F1→ F2→ F3→ F4→ F5→ F6→ F7→
Tools Tools Tools Tools Tools Tools Tools
seq(taylor(sin(x),x,i),i)
Done
f(x)
{x x - x^3/6 x^5/120 - x^3/6 + x}
MAIN RAD AUTO FUNC 2/30
  
```

```

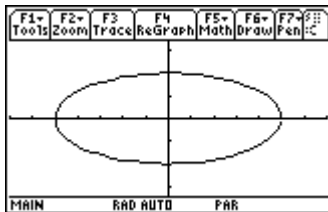
F1→ F2→ F3→ F4→ F5→ F6→ F7→
Tools Tools Tools Tools Tools Tools Tools
+PLOTS
✓y1=sin(x)
✓y2=f(x)
y3=
y4=
y5=
y6=
y7=
y3(x)=
MAIN RAD AUTO FUNC
  
```

WINDOW (ZoomSqr): $x = -\frac{3\pi}{2} \dots \frac{3\pi}{2}$ / $y = -2,267 \dots 2,267$

Achtung: Plot sehr zeitaufwendig.

2. Parameterdarstellung: MODE - Graph = PARAMETRIC

- **Bsp.:** $f(t) = \begin{pmatrix} 5 \cdot \cos t \\ 2 \cdot \sin t \end{pmatrix}$



t	xt1	yt1
0.	5.	0.
1.	2.7015	1.6829
2.	-2.081	1.8186
3.	-4.95	.2824
4.	-3.268	-1.514

t=0.

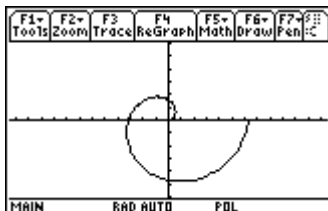
```

F1→ F2→ F3→ F4→ F5→ F6→ F7→
Tools Tools Tools Tools Tools Tools Tools
+PLOTS
✓xt1=5*cos(t)
✓yt1=2*sin(t)
xt2=
yt2=
xt3=
yt3=
xt4=
yt4=
xt2(t)=
MAIN RAD AUTO PAR
  
```

WINDOW (ZoomSqr): $t = 0 \dots 2\pi$ / $x = -7.7$ / $y = -3,367 \dots 3,367$

3. Polardarstellung: MODE - Graph = POLAR

- **Bsp.:** $f(\theta) = \theta$



θ	r1
0.	0.
1.	1.
2.	2.
3.	3.
4.	4.

θ=0.

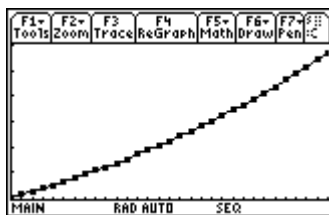
```

F1→ F2→ F3→ F4→ F5→ F6→ F7→
Tools Tools Tools Tools Tools Tools Tools
+PLOTS
✓r1=θ
r2=
r3=
r4=
r5=
r6=
r7=
r8=
r2(θ)=
MAIN RAD AUTO POL
  
```

WINDOW (ZoomSqr): $\theta = 0 \dots 2\pi$ / $x = -12,474 \dots 12,474$ / $y = -6 \dots 6$

4. Folgen: MODE - Graph = SEQUENCE

- **Bsp. 1:** $f(n) = f(n-1) \cdot 1,03$ bzw. $f(n) = 1000 \cdot 1,03^n$... exponentielles Wachstum (Zinsen)
 $f(0) = 1000$



n	u1	u2
0.	1000.	1000.
1.	1030.	1030.
2.	1060.9	1060.9
3.	1092.7	1092.7
4.	1125.5	1125.5

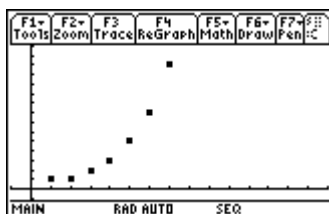
```

F1 Tools F2 Zoom F3 Trace F4 ReGraph F5 Math F6 Draw F7 Pen: C
+PLOTS
✓ u1=u1(n-1)·1.03
u1=1000
✓ u2=1000·(1.03)^n
u2=
u3=
u4=
u3(n)=
  
```

WINDOW: $n = 0..30$ / $x = 0..30$ / $y = 1000..2500$

Achtung: Funktionen ohne ✓ werden nicht dargestellt, aber trotzdem berechnet.

- **Bsp. 2:** $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$... Fibonacci-Folge
 $\{f(2), f(1)\} = \{1, 1\}$



n	u1	u2
1.	1.	
2.	1.	
3.	2.	
4.	3.	
5.	5.	

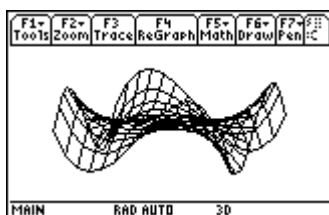
```

F1 Tools F2 Zoom F3 Trace F4 ReGraph F5 Math F6 Draw F7 Pen: C
+PLOTS
✓ u1=u1(n-1)+u1(n-2)
u1={1 1}
u2=
u3=
u4=
u2(n)=
  
```

WINDOW: $n = 1..10$ / $x = -1..15$ / $y = -1..15$

5. 3D-Darstellung: MODE - Graph = 3D

- **Bsp.:** $f(x,y) = \frac{x^3 y - y^3 x}{400}$



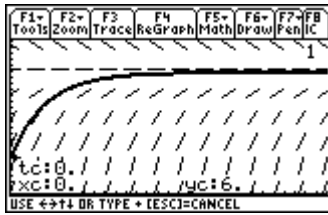
```

F1 Tools F2 Zoom F3 Trace F4 ReGraph F5 Math F6 Draw F7 Pen: C
+PLOTS
✓ z1=x^3·y-y^3·x
z1=
z2=
z3=
z4=
z5=
z6=
z2(x,y)=
  
```

WINDOW: $x = -10..10$ / $y = -10..10$ / $z = -10..10$ / $\Theta = 20^\circ$ / $\Phi = 70^\circ$

6. Differentialgleichungen: MODE - Graph = DIFF EQUATIONS

- Bsp.: $f'(t) = 6 - 0,3 \cdot f(t)$
 $f(0) = 6$



t	y1
0.	6.
1.	9.6292
2.	12.319
3.	14.313
4.	15.791

t=0.

```

+PLOTS
  t0=0.
  ✓y1'=6 - .3·y1
  y1=6
  y2'=
  y2=
  y3'=
  y3=
  y2'(t)=
  
```

WINDOW: $t = 0..30$ / $x = 0..30$ / $y = 0..25$

Ermittlung der Funktionsgleichung: **DESOLVE** (Gleichung AND Anfangsbedingung, t, y)

```

deSolve(y' = 6 - .3·y, t, y)
y = 21 · (.740818220682)t + 2
deSolve(y' = 6 - .3·y and y = 20., - 14. · (.740818220682)t
  
```

Arbeitsblatt **Potenzen**

- Ergänze folgende Tabelle (soweit es sinnvoll erscheint):

Nr	Potenz	Bruch / Wurzel	numerischer Wert
1	3^5		
2	n^{-7}		
3		$\frac{1}{8}$	
4			0,001
5	7^x		
6		$\sqrt[3]{5}$	
7		$\sqrt[4]{x^3}$	
8	$8^{\frac{1}{7}}$		
9	$a^{\frac{r}{s}}$		
10			3
11	$4^{-\frac{1}{2}}$		
12	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$		
13	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$		
14			1
15		$\frac{2}{\sqrt[3]{7}}$	

Arbeitsblatt Potenzen

- Ergänze folgende Tabelle (soweit es sinnvoll erscheint):

Nr	Angabe	Lösung		
		Potenz	Bruch	numerischer Wert
1	$10^{-3} \cdot 10^6 \cdot 10^{-5}$	$10^{-2} = \left(\frac{1}{10}\right)^2$	$\frac{1}{10^2} = \frac{1}{2^2 \cdot 5^2} = \frac{1}{100}$	0,01
2	$0,04^{-2}$			
3	$(0,5^{-1})^{-2}$			
4	$-\left(\left(\frac{3}{2}\right)^3\right)^{-1}$			
5	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{-3}$			
6	$\left(\left(\frac{2}{15}\right)^2\right)^{-3} : \left(\frac{5}{2}\right)^2$			
7	$\frac{3x^4}{6x^{-3}}$			
8	$\frac{b^{5-s}}{b^{-s}}$			
9	$(a^2 - b^2)^4 \cdot (a+b)^{-4}$			
10	$\frac{x^{-2} - y^{-2}}{x^{-2} + y^{-2}}$			
11	$\left(\frac{a}{2} - \frac{2}{b}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{b}{ab-4}\right)^{-2}$			
12	$\frac{5^3 \cdot (-3)^5 \cdot 2^2}{(-6)^{-2} \cdot 2^{-3}}$			
13	$\frac{5abc}{2a^{-2}b} : \frac{10ab^{-1}}{5^{-2}c^{-3}}$			
14	$\left[\frac{5abc}{2a^{-2}b} : \frac{10ab^{-1}}{5^{-2}c^{-3}}\right]^0$			
15	$(y^{-1} - x^{-1})^{-1}$			

Arbeitsblatt **Wurzeln**

1. Rechne mit dem TI-89 und begründe das Ergebnis:

Nr	Angabe	exakte Lösung	Begründung	numerische Lösung
1	$\sqrt{8} =$			
2	$\sqrt{2} + \sqrt{8} =$			
3	$(\sqrt{27} + \sqrt{12}) \cdot \sqrt{3} =$			
4	$\sqrt{3 \cdot \sqrt{3}} =$			
5	$\sqrt[3]{375} =$			
6	$(1 + \sqrt{2})^3 =$			
7	$\frac{1}{\sqrt{2}} =$			
8	$\frac{1}{1 + \sqrt{2}} =$			
9	$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} =$			
10	$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}} =$			

2. Ermittle die ersten Glieder der Folge $\left\langle \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left(\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right) \right\rangle$.

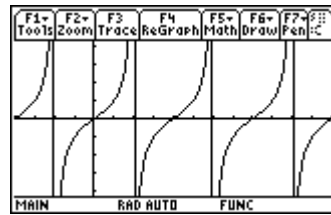
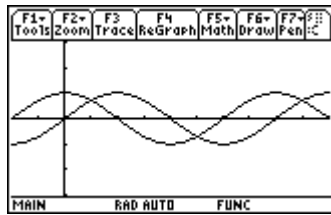
3. Die Zahl $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ heißt „goldener Schnitt“; sie wird üblicherweise zu Ehren des griechischen Bildhauers ΦΙΔΙΑΣ mit Φ bezeichnet.

Zeige: $\Phi^2 = \Phi + 1$
 $\Phi^3 = 2\Phi + 1$
 $\Phi^4 = 3\Phi + 2$

Finde entsprechende Formeln für höhere Potenzen.

$\Phi^{-1} =$

Arbeitsblatt **Winkelfunktionen**



- Berechne folgende Winkelfunktionswerte - wie lassen sich die Ergebnisse begründen?

Nr	Angabe	exakte Lösung	numerische Lösung
1	$\sin 12^\circ =$		
2	$\sin 30^\circ =$		
3	$\sin 15^\circ =$		
4	$\sin 45^\circ =$		
5	$\sin 72^\circ =$		
6	$\sin 123^\circ =$		
7	$\cos 123^\circ =$		
8	$\cos 50^\circ =$		
9	$\tan 50^\circ =$		
10	$\tan 90^\circ =$		

Logarithmen

F1+ Tools	F2+ R13eBrq	F3+ Calc	F4+ Other	F5 Pr3mID	F6+ Clean Up
$\frac{\ln(x)}{\ln(a)} \rightarrow \text{alog}(a, x)$ Done $\frac{\ln(7)}{\ln(10)}$ $\text{alog}(10, 7)$.845098040014 $\text{alog}(10, 7)$.845098040014 $\log(7)$.845098040014					
MAIN		DEG AUTO		FUNC 4/30	

Bsp.: Wie viele Ziffern hat 2000! ?

Überlegung: wir wissen sofort die Zifferanzahl von 10er-Potenzen:

$$100 = 10^2 \Rightarrow 3 \text{ Ziffern}$$

$$10000 = 10^4 \Rightarrow 5 \text{ Ziffern}$$

$$10505 = 10^{4,0214} \Rightarrow 5 \text{ Ziffern}$$

Idee: $2000! = 10^x \quad | \log$

$$\log 2000! = x \cdot \underbrace{\log 10}_1$$

$$x = \log 2000! = \log(1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2000) = \log 1 + \log 2 + \dots + \log 2000 = \sum_{i=1}^{2000} \log i = 5735,52 \Rightarrow \mathbf{5736 \text{ Ziffern}}$$

F1+ Tools	F2+ R13eBrq	F3+ Calc	F4+ Other	F5 Pr3mID	F6+ Clean Up
2000 $\sum_{i=1} \log(i)$ 5735.52 $\Sigma(\log(i), i, 1, 2000)$					
MAIN		RND AUTO		FUNC 1/30	

Achtung:  [ENTER] / lange Rechenzeit

Zusatzfrage: Wie lautet die Einerziffer von 2000! ?

→ 0, denn:

$0! = 1, 1! = 1, 2! = 2, 3! = 6, 4! = 24, 5! = 120, \dots$
 ab 5! enden alle Fakultäten auf 0 ($0 \cdot x = 0$)

Zusatzfrage: Auf wie viele Nullen endet 2000! ?

→ 499, denn:

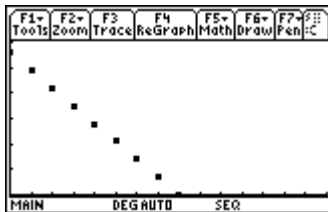
Jede der Endnullen entsteht letztlich durch Multiplikation mit $10 = 2 \cdot 5$; da jede zweite Zahl gerade ist und damit den Faktor 2 enthält, sind lediglich jene Zahlen zu ermitteln, die den Faktor 5 enthalten:

$$\begin{aligned} \text{IntDiv}(2000, 5) &= 400 && (400 \text{ Zahlen enthaltenden den Faktor } 5) \\ \text{IntDiv}(400, 5) &= 80 && (80 \text{ weitere Zahlen enthalten den Faktor } 5^2) \\ \text{IntDiv}(80, 5) &= 16 && (16 \text{ weitere Zahlen enthalten den Faktor } 5^3) \\ \text{IntDiv}(16, 5) &= 3 && (3 \text{ weitere Zahlen enthalten den Faktor } 5^4) \\ \text{Insgesamt} &: \mathbf{499} && \mathbf{Nullen} \end{aligned}$$

Wachstumsmodelle

Lineares Wachstum: $f(n) = f(n-1) + d = f(0) + n \cdot d$

- Bsp.:** Der Buchwert eines Firmenwagens (Neupreis 280 000,-) sinkt jährlich um 1/8 des Neupreises (= lineare Abschreibung in 8 Jahren).



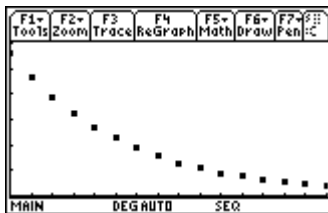
```

F1- F2- F3- F4- F5- F6- F7-
Tools Zoom Edit All Style Axes...
+PLOTS
✓ u1=u1(n-1)-35000
u1=280000
u2=
u3=
u4=
u2(n)=
MAIN DEG AUTO SEQ
    
```

WINDOW: $n = 0..15$ / $x = 0..15$ / $y = 0..300000$

Exponentielles Wachstum: $f(n) = f(n-1) + r \cdot f(n-1) = f(n-1) \cdot q = f(0) \cdot q^n$

- Bsp.:** Der Listenpreis eines Gebrauchtwagens (Neupreis 280 000,-) sinkt jährlich um 1/6 seines Zeitwertes.



```

F1- F2- F3- F4- F5- F6- F7-
Tools Zoom Edit All Style Axes...
+PLOTS
✓ u1=u1(n-1)-1/6·u1(n-1)
u1=280000
u2=
u3=
u4=
u2(n)=
MAIN DEG AUTO SEQ
    
```

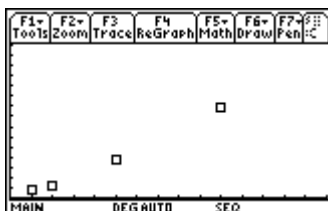
WINDOW: $n = 0..15$ / $x = 0..15$ / $y = 0..300000$

Logistisches Wachstum: $f(n) = f(n-1) + r \cdot f(n-1) \cdot \frac{K - f(n-1)}{K}$

- Bsp.:** Der Durchmesser d (in cm) einer Fichte hängt von ihrem Alter ab. Es wurden folgende Werte gemessen [Dateneingabe im Data/Matrix Editor]:

Alter in Jahren	10	20	40	50	80	100	120
Durchmesser d in cm	8	12		38		88	

Welchen Durchmesser hat eine 40 / 80 / 120 Jahre alte Fichte?

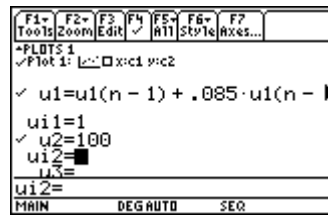
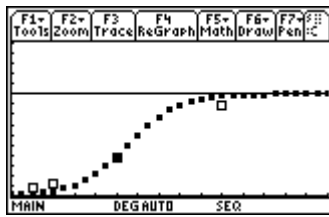


```

F1- F2- F3- F4- F5- F6- F7-
Tools Plot Setup Cell Header Calc Util Stat
DATA
Alter d
c1 c2 c3
1 10 8
2 20 12
3 50 38
4 100 88
r1c1=10
MAIN DEG AUTO SEQ
    
```

Plot Type = Scatter; $x = c1$, $y = c2$; WINDOW: $n = 0..150$ / $x = 0..150$ / $y = 0..150$

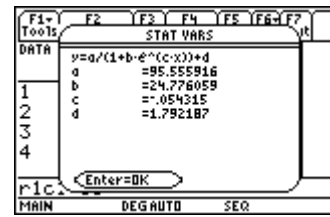
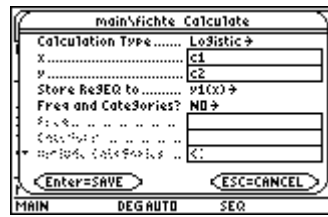
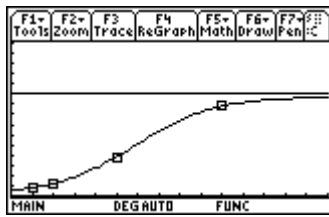
$$u_1(n) = u_1(n-1) + 0,085 \cdot u_1(n-1) \cdot \frac{100 - u_1(n-1)}{100}$$



WINDOW: $n = 0..150$ / $x = 0..150$ / $y = 0..150$

Regression:

F5 Calc - Calculation Type = Logistic; $x = c1$, $y = c2$; Store RegEQ to $y1(x)$

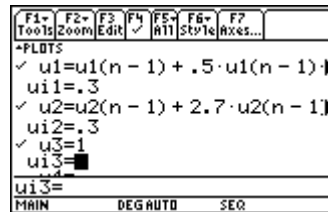
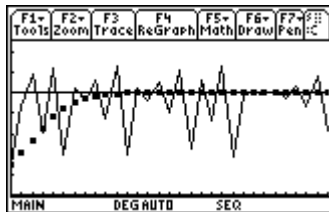


WINDOW: $x = 0..150$ / $y = 0..150$

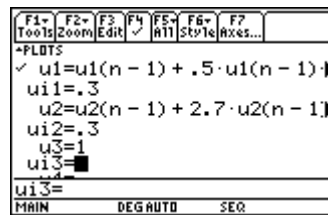
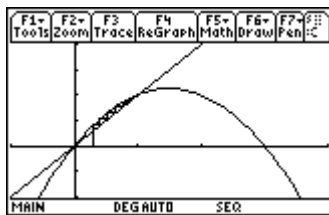
- Achtung:** hohe Wachstumsraten erzeugen chaotisches Verhalten.

$$u_1(n) = u_1(n-1) + 0,5 \cdot (1 - u_1(n-1))$$

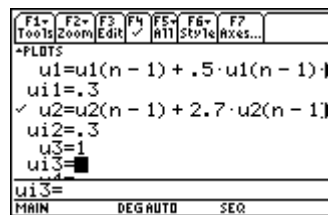
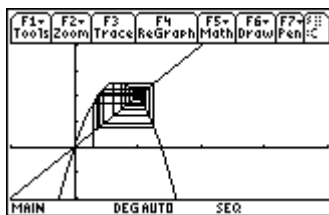
$$u_2(n) = u_2(n-1) + 2,7 \cdot (1 - u_2(n-1))$$



WINDOW: $n = 0..30$ / $x = 0..30$ / $y = 0..1,5$; $[Y=]$ - $[2nd]$ $[F7]$ Axes... - Axes = TIME



WINDOW: $n = 0..30$ / $x = -1..4$ / $y = -1..2$; $[Y=]$ - $[2nd]$ $[F7]$ Axes... - Axes = WEB

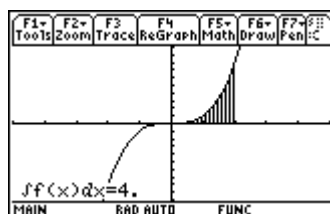


WINDOW: $n = 0..30$ / $x = -1..4$ / $y = -1..2$; $[Y=]$ - $[2nd]$ $[F7]$ Axes... - Axes = WEB

Arbeitsblatt Analysis

- Berechne:

Nr	Angabe	Eingabe	Ergebnis
1	$f(x) = \tan x; f'(x) =$	<code>d<tan(x),x></code>	
2	$f(x) = \tan x; f'(0) =$	<code>d<tan(x),x> x=0</code>	
3	$f(x) = \tan x; f''(x) =$	<code>d<tan(x),x,2></code>	
4	$\frac{\partial}{\partial x}(f(x) \cdot g(x)) =$	<code>d<f(x)*g(x),x></code>	
5	$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) =$	<code>comDenom<d<f(x)/g(x)>,x></code>	
6	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln(x)}{h} =$	<code>limit<<ln(x+h)-ln(x)>/h,h,0></code>	
7	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n =$	<code>limit<<1+1/n>^n,n,w></code>	
8	$1 + 2 + 3 + \dots + 100 = \sum_{i=1}^{100} i =$	<code>Σ<i,i,1,100></code>	
9	$\sum_{i=1}^n i =$	<code>Σ<i,i,1,n></code>	
10	$\sum_{i=1}^n i^3 =$	<code>Σ<i^3,i,1,n></code>	
11	$\left(\frac{x}{n}\right)^4 \cdot \sum_{i=1}^n i^3 =$	<code><x/n>^4*Σ<i^3,i,1,n></code>	
12	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(n+1)^2 \cdot x^4}{4n^3}\right) =$	<code>limit<<(n+1)^2*x^4/(4*n^2)>,n,w></code>	



WINDOW: $x = -5.5 / y = -10..10$

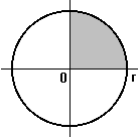
Arbeitsblatt Integral

- Berechne folgende Integrale:

Nr	Angabe	Eingabe	Ergebnis
1	$\int \frac{1}{x^2} dx =$	$f(1/x^2, x)$	
2	$\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx =$	$f(1/x^2, x, 1, 2)$	
3	$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx =$	$f(1/x^2, x, 1, \infty)$	
4	$\int \sin x dx =$ MODE - Angle = DEGREE	$f(\sin(x), x)$	
	$\int \sin x dx =$ MODE - Angle = RADIAN	$f(\sin(x), x)$	
5	$\int \sin^{-1} x dx =$	$f(\sin^{-1}(x), x)$	
6	$\int (\sin x)^{-1} dx =$	$f(\sin(x)^{-1}, x)$	
7	$\int \sinh x dx =$	$f(\sinh(x), x)$	
8	$\int \ln x dx =$	$f(\ln(x), x)$	
9	$\int \log x dx =$	$f(\log(x), x)$	
10	$\int e^{x^2} dx =$	$f(e^{(x^2)}, x)$	
11	$\int_0^1 e^{x^2} dx =$	$f(e^{(x^2)}, x, 0, 1)$	
12	$\int f(x) + g(x) dx =$	$f(f(x)+g(x), x)$	

Bestimmtes Integral

1. Berechne die Fläche eines Kreises.



• **zu Fuß:**

$$A = 4 \cdot \int_0^r y \, dx = \quad (\text{eigentlich: } A = 4 \cdot \lim_{x_1 \rightarrow r} \int_0^{x_1} y \, dx)$$

$$= 4 \cdot \int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} \, dx =$$

Substitution:

$$x = r \cdot \sin t$$

$$\Rightarrow x^2 = r^2 \cdot \sin^2 t$$

$$r^2 - x^2 = r^2 \cdot (1 - \sin^2 t) = r^2 \cdot \cos^2 t$$

$$\sqrt{r^2 - x^2} = r \cdot \cos t$$

$$\Rightarrow \underline{dx = r \cdot \cos t \, dt}$$

$$= 4r^2 \cdot \int \cos^2 t \, dt =$$

partielle Integration:

$$\int \underbrace{\cos t}_u \cdot \underbrace{\cos t}_v \, dt =$$

$$= \sin t \cdot \cos t + \int \sin^2 t \, dt =$$

$$= \sin t \cdot \cos t + \int 1 - \cos^2 t \, dt =$$

$$= \sin t \cdot \cos t + t - \int \cos^2 t \, dt$$

$$2 \cdot \int \cos^2 t \, dt = \sin t \cdot \cos t + t$$

$$\underline{\int \cos^2 t \, dt = \frac{1}{2} \cdot (\sin t \cdot \cos t + t)}$$

$$= 2r^2 \cdot (\sin t \cdot \cos t + t) =$$

Rücksubstitution:

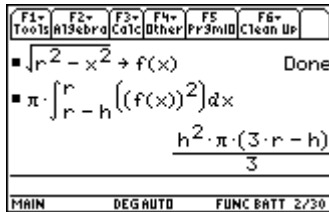
$$x = r \cdot \sin t \Rightarrow \underline{\sin t = \frac{x}{r}} \quad \underline{t = \sin^{-1}\left(\frac{x}{r}\right)}$$

$$\cos t = \sqrt{1 - \sin^2 t} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}} = \sqrt{\frac{r^2 - x^2}{r^2}} \Rightarrow \underline{\cos t = \frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{r}}$$

$$= 2r^2 \cdot \left(\frac{x}{r} \cdot \frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{r} + \sin^{-1}\left(\frac{x}{r}\right) \right) \Bigg|_0^r = 2r^2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 0 \right) = \underline{\underline{\pi r^2}}$$

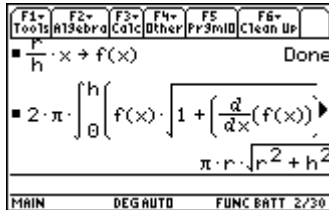
- **mit TI-89:**
 - 1. Versuch:** $\blacksquare 4 \cdot \int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} \, dx \quad \pi \cdot r \cdot |r|$
 - 2. Versuch:** $\blacksquare 4 \cdot \int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} \, dx \mid r > 0 \quad \pi \cdot r^2$

2. Berechne das Volumen einer Kalotte.



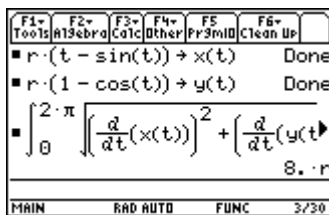
$$\pi * \int \langle (f(x))^2, x, r-h, r \rangle$$

3. Berechne die Mantelfläche eines Drehkegels.



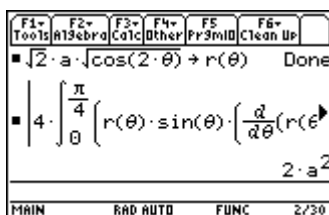
$$2 * \pi * \int \langle f(x) * \sqrt{1 + \langle d(f(x), x) \rangle^2}, x, 0, h \rangle | h > 0$$

4. Berechne die Bogenlänge einer gespitzten Zyklode.



$$\int \langle \sqrt{\langle d(x(t), t) \rangle^2 + \langle d(y(t), t) \rangle^2}, t, 0, 2 * \pi \rangle | r > 0$$

5. Berechne die von einer Lemniskate eingeschlossene Fläche.



$$\text{abs} \langle 4 * \int \langle r(\theta) * \sin(\theta) * \langle d(r(\theta), \theta) * \cos(\theta) - r(\theta) * \sin(\theta) \rangle, \theta, 0, \pi/4 \rangle \rangle$$

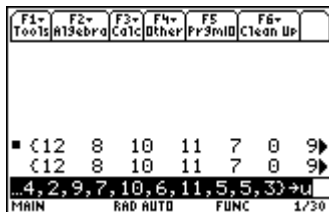
Stochastik

Bsp.: Anzahl der schwerverletzten Unfallopfer pro Tag für die letzten 30 Tage in einer bestimmten Stadt [Dateneingabe im HOME-Screen, Übernahme in den Data/Matrix Editor]:

{12, 8, 10, 11, 7, 0, 9, 9, 8, 10, 5, 8, 3, 6, 13, 9, 4, 11, 2, 6, 4, 2, 9, 7, 10, 6, 11, 5, 5, 3} $\boxed{\text{STO}}$ u

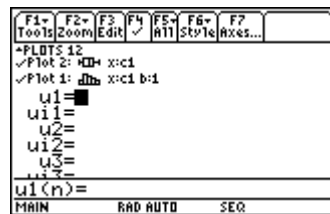
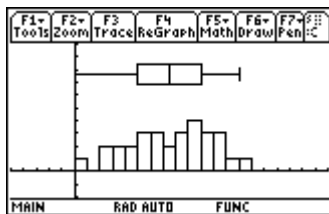
Berechnung statistischer Parameter:

$\boxed{\text{F5}}$ **Calc** - Calculation Type = OneVar; x = c1



Grafische Darstellung als Histogramm / Box Plot:

$\boxed{\text{F2}}$ **Plot Setup** - $\boxed{\text{F1}}$ **Define** - Plot Type = Histogram (Hist. Bucket Width = 1) / Box Plot; x = c1



WINDOW: $x = -5..20$ / $y = -2..10$

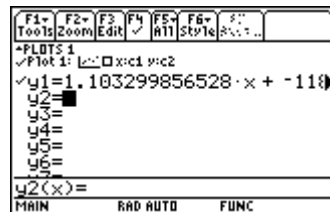
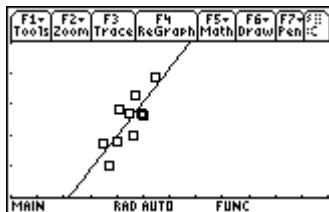
Bsp.: Zusammenhang von Körpergröße und Gewicht [Dateneingabe im Data/Matrix Editor]:

Körpergröße : 170 176 165 171 177 167 179 185 175 180
Gewicht : 68 70 67 78 83 60 77 89 77 76

Regressionsgerade:

$\boxed{\text{F5}}$ **Calc** - Calculation Type = LinReg; x = c1, y = c2; Store RegEQ to y1(x)

F1- Tools	F2- Plot Setup	F3- Cell	F4- Header	F5- Calc	F6- Util	F7- Stat
DATA	C1	C2	C3			
1	170	68				
2	176	70				
3	165	67				
4	171	78				



WINDOW: $x = 130..250$ / $y = 50..100$

Bsp.: Wahrscheinlichkeitsverteilungen

- **Hypergeometrische Verteilung $Hyp(n, m, s, k)$**

F1+	F2+	F3+	F4+	F5	F6+
Tools	Algebra	Calc	Other	Pr3mID	Clean Up
$\frac{nCr(n, k) \cdot nCr(n - m, s - k)}{nCr(n, s)}$					
Done					
$hyp(45, 6, 6, 6) \quad \frac{1}{8145060}$					
MAIN	RAD	AUTO	FUNC	2/30	

F1+	F2+	F3+	F4+	F5	F6+
Tools	Algebra	Calc	Other	Pr3mID	Clean Up
$nCr(n, k) \quad \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$					
MAIN	RAD	AUTO	FUNC	1/30	

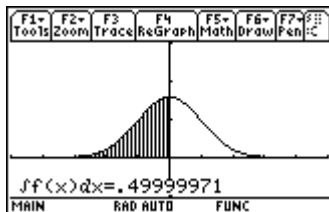
- **Binomialverteilung $Bin(p, s, k)$**

F1+	F2+	F3+	F4+	F5	F6+
Tools	Algebra	Calc	Other	Pr3mID	Clean Up
$nCr(s, k) \cdot p^k \cdot (1 - p)^{s - k}$					
Done					
$bin(.5, 100, 50) \quad .079589237387$					
MAIN	RAD	AUTO	FUNC	2/30	

- **Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2, x)$**

F1+	F2+	F3+	F4+	F5	F6+
Tools	Algebra	Calc	Other	Pr3mID	Clean Up
$\frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2}} \cdot e^{-\frac{1}{2 \cdot \sigma^2} \cdot (x - \mu)^2}$					
Done					
$*\sigma^2*(x-\mu)^2 \rightarrow g(\mu, \sigma, x)$					
MAIN	RAD	AUTO	FUNC	1/30	

F1+	F2+	F3+	F4+	F5	F6+
Tools	Algebra	Calc	Other	Pr3mID	Clean Up
$\int_{-\infty}^0 g(\mu, \sigma, x) dx \quad .499999999526$					
$\int_{.6}^{.7} g(\mu, \sigma, x) dx \quad .032289465527$					
MAIN	RAD	AUTO	FUNC	2/30	



F1+	F2+	F3	F4	F5+	F6+	F7+
Tools	Zoom	Edit	All	Style	Styl...	
+PLOTS $y_1 = g(\mu, \sigma, x)$ $y_2 =$ $y_3 =$ $y_4 =$ $y_5 =$ $y_6 =$ $y_7 =$ $y_8 =$						
$\int_2(x) =$						
MAIN	RAD	AUTO	FUNC			

WINDOW: $x = -5..5 / y = -0.25..0.75$

Data/Matrix Editor

[APPS] - 6: Data/Matrix Editor

Der Data/Matrix Editor dient der bequemen Eingabe von Daten (im Sonderfall von Matrizen und Listen), die für weitere Berechnungen und Plots zur Verfügung stehen.

Bsp.: Notenverteilung einer Schularbeit

Note	1	2	3	4	5
Anzahl	2	3	5	9	10

Die Daten werden in den entsprechenden Zellen des Data/Matrix Editors (r1c1, r1c2, ..., r2c1, r2c2, ...) manuell eingegeben. Die Anordnung erfolgt zweckmäßigerweise in Spalten, da jederzeit auf einzelne Spalten (und Elemente), nicht aber auf einzelne Zeilen zugegriffen werden kann.

	c1	c2	c3
1	1	2	3
2	2	3	5
3	3	5	9
4	4	9	10

```

noten[1] {1 2 3 4 5}
noten[2] {2 3 5 9 10}
(noten[2])[5] 10
noten[2][5]
    
```

- Grafische Darstellung als Histogramm / Box Plot:

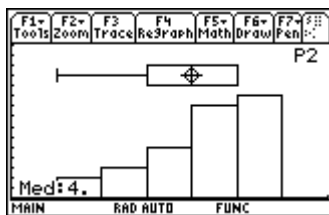
[F2] **Plot Setup** - [F1] **Define** - Plot Type = Histogram (Hist. Bucket Width = 1) / Box Plot; x = c1;

Use Freq and Categories = Yes, Freq = c2

Die Stabhöhen des Histogramms bzw. die relevanten Daten des Box Plots (Median, Quartile, Minimum und Maximum) können mit [F3] **Trace** abgelesen werden.

- Berechnung statistischer Parameter:

[F5] **Calc** - Calculation Type = OneVar; x = c1; Use Freq and Categories = Yes, Freq = c2



	STAT VARS
x	=3.758621
Σx	=109.
Σx ²	=483.
Sx	=1.243703
nStat	=29.
minX	=1.
q1	=3.
medStat	=4.

WINDOW: x = 0 .. 7 / y = 0 .. 15

Bsp.: Vergleich von linearem und exponentiellem Wachstum am Beispiel der Folgen

$$u_1(n) = 280 - n \cdot 35 \quad \text{und} \quad u_2(n) = 280 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

Die Formel für eine bei 0 beginnende Numerierung, die Bildungsgesetze für die ersten 10 Elemente der beiden Folgen (je zweimal, um ein Element versetzt) sowie die Formeln zur Berechnung der absoluten und relativen Änderung werden jeweils in den Spaltenköpfen (c1, c2, ...) eingegeben, die Daten in den Zellen des Data/Matrix Editors werden dann automatisch generiert (Formateinstellung: - Auto-calculate = ON):

```

c1=seq(n,n,0,9)
c2=seq(280-n*35,n,0,9)
c3=seq(280-n*35,n,1,10)
c4=c3-c2
c5=(c3-c2)/c2*100.
    
```

```

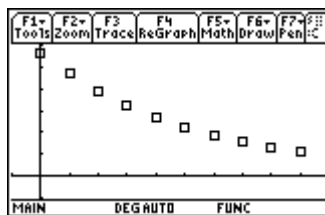
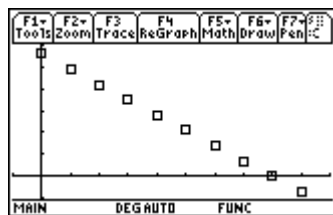
c1=seq(n,n,0,9)
c2=seq(280.*(5/6)^n,n,0,9)
c3=seq(280.*(5/6)^n,n,1,10)
c4=c3-c2
c5=(c3-c2)/c2*100.
    
```

F1- Tools	F2- Plot Setup	F3- Cell Header	F4- Calc	F5- Util	F6- Stat
DATA	n	u(n)	u(n+1)	Δabs	Δrel
	c1	c2	c3	c4	c5
1	0	280	245	-35	-12,5
2	1	245	210	-35	-14,29
3	2	210	175	-35	-16,67
4	3	175	140	-35	-20.
c1=seq(n,n,0,9)					
MAIN		DEG AUTO		FUNC	

F1- Tools	F2- Plot Setup	F3- Cell Header	F4- Calc	F5- Util	F6- Stat
DATA	n	u(n)	u(n+1)	Δabs	Δrel
	c1	c2	c3	c4	c5
1	0	280.	233.33	-46.67	-16.67
2	1	233.33	194.44	-38.89	-16.67
3	2	194.44	162.04	-32.41	-16.67
4	3	162.04	135.03	-27.01	-16.67
c1=seq(n,n,0,9)					
MAIN		DEG AUTO		FUNC	

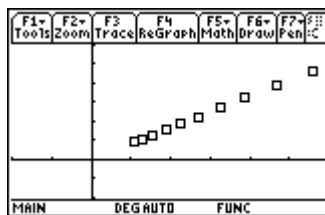
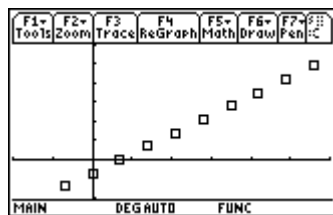
Grafische Darstellung:

- **[F2] Plot Setup - [F1] Define** - Plot Type = Scatter; x = c1, y = c2



WINDOW: x = -1.. 10 / y = -50 .. 300

- **[F2] Plot Setup - [F1] Define** - Plot Type = Scatter; x = c2, y = c3



WINDOW: x = -100 .. 300 / y = -100 .. 300

Text Editor

APPS - 8: Text Editor

Der Text Editor dient zur Eingabe von Texten (Notizen, „Schwindelzettel“, ...), aber auch von ausführbaren Befehlen ($F2$ *Command* - 1: Command), die gegebenenfalls ergänzt und abgearbeitet ($F4$ *Execute*) werden können.

Bsp.: Kurvendiskussion für rationale Funktionen am Beispiel der Funktion $f(x) = \frac{1}{9} \cdot \frac{x^3}{x+2}$

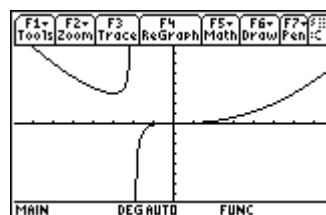
- Für die Abarbeitung empfiehlt es sich, den Schirm in Text- und Home-Fenster zu teilen:
 $MODE$ - $F2$ *Page 2* - Split Screen = TOP-BOTTOM, Split 1 App = Text Editor, Split 2 App = Home
(Wechsel des aktiven Fensters mit $2nd$ $[+/-]$)
- Für die Betrachtung des Graphen dagegen sollte die Teilung rückgängig gemacht werden:
 $MODE$ - $F2$ *Page 2* - Split Screen = FULL, Split 1 App = Graph
- Die Grenzen des Grafik-Fensters (\blacklozenge [WINDOW]) wurden so gewählt, daß ganzzahlige Punkte tatsächlich berechnet werden (insbesondere $x = -2$) und im vorliegenden Bsp. somit keine Verbindungen als „falsche Asymptoten“ auftreten.

```

F1-  F2-  F3-  F4-  F5-
Tools Command View Execute Find...
-----
: Kurvendiskussion
: (f(x) rational)
-----
: 0. Funktion definieren
C: Define f(x)=
:
: 1. Definitionsmenge bzw.
: lotrechte Asymptoten:
: Nenner = 0
:
C: Zeros(GetDenom(f(x)),x)
:
: 2. Andere Asymptoten:
: Polynomdivision
:
C: Expand(f(x))
:
: 3. Nullstellen: f(x)=0
C: Exp>List(Solve(f(x)=0,x)
: ,x)
:
: 4. Lokale Extrema: f'=0
C: Exp>List(Solve(d(f(x),x)
: =0,x),x)+1e
:
: Zugehörige
: Funktionswerte
C: f(x)|x=1e
:
: Probe:
: 2. Ableitung ≠ 0
:
C: Sign(d(f(x),x,2)|x=1e
:
: 5. Wendepunkte
C: Exp>List(Solve(d(f(x),x,
: 2)=0,x),x)+wp
:
: Zugehörige
: Funktionswerte
C: f(x)|x=wp
:
: Probe:
: 3. Ableitung ≠ 0
:
C: Sign(d(f(x),x,3)|x=wp
:
: 6. Graph zeichnen
C: Graph f(x)
:
: und wieder löschen
C: ClrGraph
-----
MAIN      DEGR AUTO      FUNC
  
```

```

F1-  F2-  F3-  F4-  F5-
Tools Command View Execute Find...
-----
:
: C: Define f(x)=(1/9)*(x^3/(
: x+2))
:
:
: Define f(x)=1/9 * x^3
:                               Done
:                               x+2
:
: zeros(getDenom(f(x)),x)
:                               (-2)
:
: expand(f(x))
:                               Done
:                               -8      x^2      -2*x      +4/9
:                               9*(x+2)
:
: exp>List(solve(f(x)=0,x)
:                               (0)
:
: exp>List(solve(d(f(x))=
:                               (-3  0)
:                               0)
:
: f(x)|x=1e                       (3  0)
:
: sign(d^2(f(x))|x=1e
:                               (1 ±1)
:
: exp>List(solve(d^2(f(x))
:                               (0)
:                               0)
:
: f(x)|x=wp                       (0)
:
: sign(d^3(f(x))|x=wp
:                               (1)
:
: Graph f(x)                       Done
: ClrGraph                          Done
-----
MAIN      DEGR AUTO      FUNC
  
```



WINDOW: $x = -7,9 .. 7,9$ / $y = -7,6 .. 7,6$ / xres = 1

Program Editor

[APPS] - 7: Program Editor

Mit dem Program Editor lassen sich Programme oder Funktionen erstellen und bearbeiten.

- Der Aufruf von Programmen erfolgt im HOME-Screen oder aus anderen Programmen heraus durch `name(parameter)` bzw. `name()`. Auch Unterprogramme innerhalb eines Programms sind möglich.

```

F1+ F2+ F3+ F4+ F5 F6+
Tools Control I/O Var Find... Mode
: test()
: Prgm
:
:   Local @ lokale Variable
:
:   ClrIO
:   @ Hauptprogramm
: EndPrgm
MAIN      DEG AUTO  FUNC
    
```

```

F1+ F2+ F3+ F4+ F5 F6+
Tools Control I/O Var Find... Mode
: uptest()
: Prgm
:
:   Local uprogl
:   Define uprogl=Prgm
:   @ Unterprogramm
:   EndPrgm
:
:   @ Hauptprogramm mit
:   Aufruf uprogl()
: EndPrgm
MAIN      DEG AUTO  FUNC
    
```

- Die Programmausgabe erfolgt auf einem eigenen Schirm, der aus dem HOME-Screen mit `[F5] PrgmIO` erreichbar ist. Die Rückkehr aus diesem Schirm kann ebenfalls durch `[F5] PrgmIO` oder `[ESC]` oder `[2nd] [QUIT]` oder `[HOME]` erfolgen.
- „Programme“ können auch als Folge ausführbarer Befehle im Text Editor erstellt werden.
- Funktionen führen Berechnungen aus, deren Ergebnis dargestellt bzw. in Terme eingebaut werden kann. Einfache Funktionen können auch im HOME-Screen erstellt werden, sie werden dann im Program Editor „ohne Struktur“ (Func - EndFunc) dargestellt.

```

F1+ F2+ F3+ F4+ F5 F6+
Tools Control I/O Var Find... Mode
:alog(a,x)
:Func
: ln(x)/ln(a)
:EndFunc
MAIN      DEG AUTO  FUNC
    
```

```

F1+ F2+ F3+ F4+ F5 F6+
Tools A13eBrq Calc Dther Pr3mID Clean Up
■ ln(x) → alog(a, x)      Done
■ alog(7,√7)              1/2
MAIN      DEG AUTO  FUNC  2/30
    
```

```

F1+ F2+ F3+ F4+ F5 F6+
Tools A13eBrq Calc Dther Pr3mID Clean Up
■ alog(7,√7)              1/2
    
```

```

F1+ F2+ F3+ F4+ F5 F6+
Tools Control I/O Var Find... Mode
:alog(a,x)
:ln(x)/ln(a)
    
```

Bsp.: Ermittlung des Wochentags (Algorithmus von Zeller; keine Überprüfung auf Korrektheit der Eingaben)

```

F1+ F2+ F3+ F4+ F5 F6+
Tools Control I/O Var Find... Mode
:wochentag()
:Prgm
:
:   Local tag,monat,jahr,y,
:   c,wtag,tlist
:
:   <"Samstag","Sonntag","M
:   onntag","Dienstag","Mittwo
:   ch","Donnerstag","Freitag
:   ">→tlist
:
:   ClrIO
:   Disp "Wochentagsberechn
:   ung"
:   Disp "(ab 15.10.1582)"
:   Disp "-----"
:
:   Input "Tag (1..31):"
:   ,tag
:   Input "Monat (1..12):"
:   ,monat
:   Input "Jahr (4stellig):"
:   ,jahr
:
:   If monat<3 Then
:   monat+12→monat
:   jahr-1→jahr
:   EndIf
:   mod(jahr,100)→y
:   floor(jahr/100)→c
:
:   mod(tag+floor((monat+1)
:   *13/5)+y+floor(y/4)+floor
:   (c/4)-2*c,7)+1→wtag
:
:   Disp tlist[wtag]
: EndPrgm
MAIN      DEG AUTO  FUNC
    
```

```

F1+ F2+ F3+ F4+ F5 F6+
Tools A13eBrq Calc Dther Pr3mID Clean Up
wochentag()
MAIN      DEG AUTO  FUNC  0/30
    
```

```

F1+ F2+ F3+ F4+ F5 F6+
Tools A13eBrq Calc Dther Pr3mID Clean Up
Wochentagsberechnung
(ab 15.10.1582)
-----
Tag (1..31):
1
Monat (1..12):
1
Jahr (4stellig):
2001
Montag
MAIN      DEG AUTO  FUNC  1/30
    
```

Numeric Solver

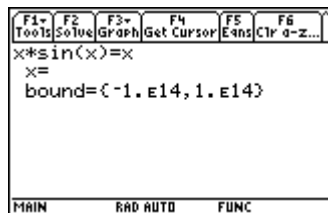
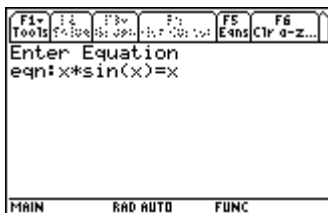
[APPS] - 9: Numeric Solver

Der Numeric Solver dient zur (vergleichsweise raschen) numerischen Lösung von Gleichungen mit oder ohne vorgegebenem Startwert. Die gegebene Gleichung kann zunächst auch mehrere Variable enthalten, die nach der Eingabe (alle bis auf eine) mit Werten belegt werden können.

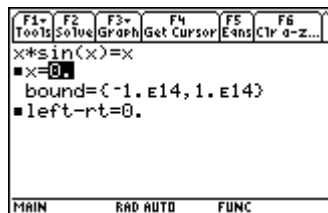
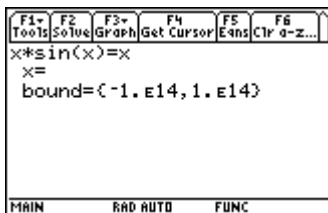
[F5] Eqns liefert eine Liste bereits eingegebener Gleichungen (Anzahl je nach Formateinstellung, Standard: [F1] - 1 - Last Eqns History = 11), einzelne Gleichungen lassen sich auch mit [F1] - 2: Save Copy as... speichern und mit [F1] - Open... wieder öffnen.

Bsp.: Fixpunkte der Funktion $f(x) = x \cdot \sin(x)$

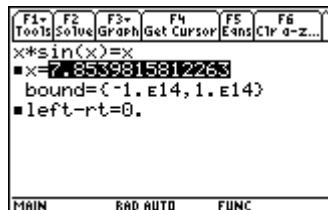
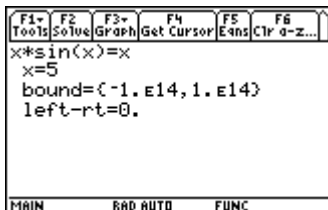
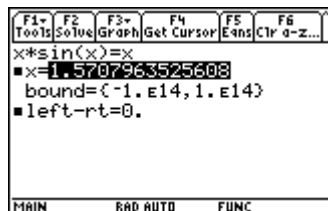
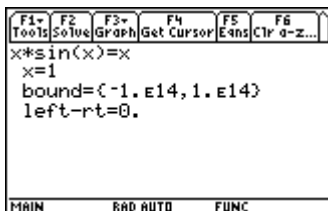
Gleichung eingeben, Eingabe mit \odot oder [ENTER] beenden - vorgegebene Grenzen akzeptieren



• Lösung ohne vorgegebenen Startwert: [F2] Solve



• Lösung mit vorgegebenen Startwert: x = Startwert eingeben - [F2] Solve



• Belegte Variable löschen: DelVar x

Cabri Geometrie

wenn installiert: **[APPS]** - 1: FlashApps... - Cabri Geometry

Mit der Geometrie-Applikation lassen sich geometrische Objekte bzw. Makros erstellen und animieren. Die jeweils letzte Aktion lässt sich mit **[2nd] [F8]** - D: Undo... oder mit **[↶]** Z rückgängig machen. Einzelne Objekte können auch mit **[ENTER]** gewählt und mit **[↵]** gelöscht werden.

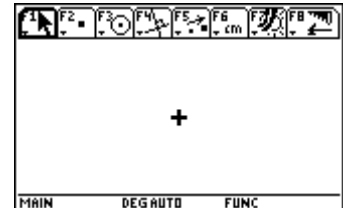
Bsp.: Satz von Thales

- **Neue Geometrie-Sitzung eröffnen und mit „thales“ bezeichnen:**

[APPS] - ... Geometry - New...

Neue Geometrievariable erstellen (hier: „thales“) und mit **[ENTER]** - **[ENTER]** bestätigen.

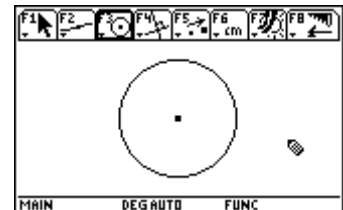
Es erscheint ein leeres Geometriefenster - je nach Formateinstellung (**[↶]** **[I]**) mit oder ohne Koordinatensystem, Gitterpunkten ...



- **Kreis zeichnen:**

[F3] - 1: Circle;

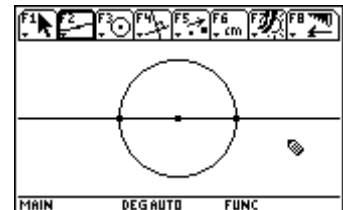
Mittelpunkt mit **[ENTER]** wählen, Kreis mit **[⊕]** aufziehen und mit **[ENTER]** bestätigen.



- **Durchmesser konstruieren:**

[F2] - 4: Line;

Mittelpunkt ansteuern (**THRU THIS POINT**), mit **[ENTER]** bestätigen; Linie mit **[⊕]** aufziehen, mit **[ENTER]** bestätigen.



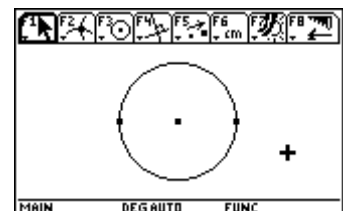
Gerade mit Kreis schneiden: **[F2]** - 3: Intersection Point;

Gerade ansteuern (**THIS LINE**), mit **[ENTER]** bestätigen;

Kreis ansteuern (**THIS CIRCLE**), mit **[ENTER]** bestätigen.

Gerade verstecken: **[2nd] [F7]** - 1: Hide / Show;

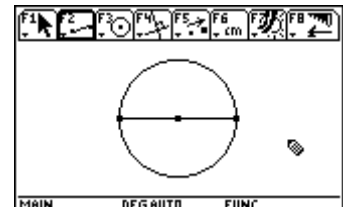
Gerade ansteuern (**THIS LINE**), mit **[ENTER]** bestätigen und mit **[ESC]** verstecken.



Durchmesser zeichnen: **[F2]** - 5: Segment;

Anfangspunkt ansteuern (**THIS POINT**), mit **[ENTER]** bestätigen;

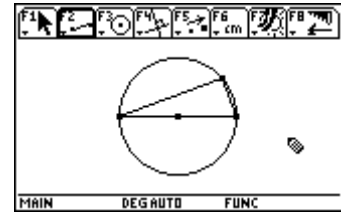
Endpunkt ansteuern (**THIS POINT**), mit **[ENTER]** bestätigen.



- **Punkt am Kreis zeichnen und mit Durchmesserendpunkten verbinden:**

[F2] - 2: Point on Object;
Gewünschten Punkt ansteuern (**ON THIS CIRCLE**), mit **[ENTER]** bestätigen.

Verbindungen zeichnen: **[F2]** - 5: Segment;
Anfangspunkt ansteuern (**THIS POINT**), mit **[ENTER]** bestätigen;
Endpunkt ansteuern (**THIS POINT**), mit **[ENTER]** bestätigen.



- **Winkel und Koordinaten des Scheitels messen:**

Winkel markieren: **[2nd]** **[F7]** - 7: Mark Angle;
Drei Punkte in „richtiger“ Reihenfolge ansteuern (Scheitel als 2. Punkt) und jeweils mit **[ENTER]** bestätigen.
Es erscheint das Symbol für einen rechten Winkel.

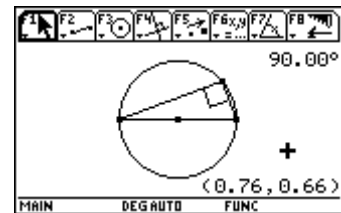
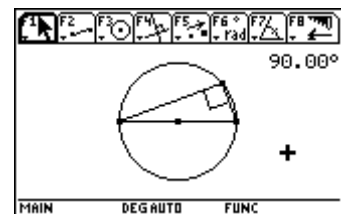
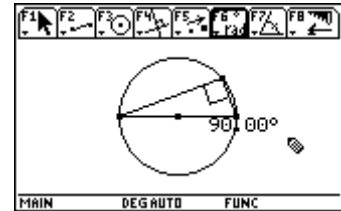
Winkel messen: **[2nd]** **[F6]** - 3: Angle;
Drei Punkte in „richtiger“ Reihenfolge oder Winkelsymbol ansteuern (**THIS MARK** bzw. **THIS ANGLE**) und mit **[ENTER]** bestätigen.

Häufig wird das Meßergebnis an einer ungünstigen Stelle angezeigt, es läßt sich aber leicht verschieben:

[F1] - 1: Pointer;
Meßergebnis ansteuern (**THIS NUMBER**) und mit **[alpha]** an die gewünschte Stelle bewegen.

Koordinaten messen: **[2nd]** **[F6]** - 5: Equation & Coordinates;
Winkelscheitel ansteuern (**COORDINATES OF THIS POINT**) und mit **[ENTER]** bestätigen.

[F1] - 1: Pointer;
Meßergebnis ansteuern (**THIS TEXT**) und mit **[alpha]** an die gewünschte Stelle bewegen.



- **Punkt am Kreis bewegen:**

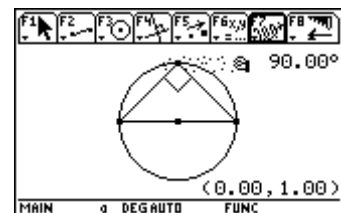
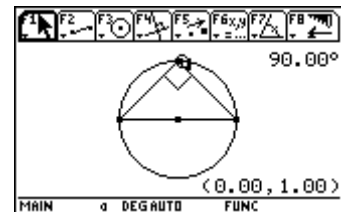
Manuelle Bewegung:

Winkelscheitel ansteuern (**THIS POINT**) und mit **[alpha]** bewegen;
der Punkt bleibt dabei am Kreis, alle Meßwerte werden laufend aktualisiert.

Während sich die Punktkoordinaten ständig ändern, bleibt der Winkel konstant 90°.

Animierte Bewegung:

[2nd] **[F7]** - 3: Animation;
Winkelscheitel ansteuern (**THIS POINT**), mit **[alpha]** die „Feder“ in die Gegenrichtung der beabsichtigten Bewegung ziehen und loslassen. Die Animation kann jederzeit mit **[ENTER]** unterbrochen und ebenso mit **[ENTER]** wieder fortgesetzt werden.



Datenübertragung

TI-89 ↔ TI-89

1. **Verbindungskabel an beide Rechner anschließen.**
2. **Empfänger vorbereiten:**

[2nd] [VAR-LINK] - **[F3]** Link - 2: Receive



In der Statuszeile erscheinen die Meldungen VAR-LINK: WAITING TO RECEIVE sowie BUSY

3. **Sender vorbereiten:**

[2nd] [VAR-LINK] - gewünschte Variable mit \oplus und **[F4]** wählen - **[F3]** Link - 1 bzw. 3: Send to ...



Mit Receive / Send Product SW läßt sich analog das Betriebssystem übertragen.

Auch der History Bereich läßt sich übertragen, allerdings muß er dafür zuerst als Textvariable gespeichert (**[F1]** - 2: Save Copy As...) und nach der Übertragung mit dem Text Editor geöffnet und mit **[F4]** Execute Zeile für Zeile wiederhergestellt werden.

TI-89 ↔ PC

1. **Graph Link Software installieren und Graph Link Kabel an PC und Rechner anschließen.**
2. **TI-89 vorbereiten:** außer bei Screen-Shots muß sich der Rechner im HOME-Screen befinden.
3. **Senden und empfangen** mit dem Graph Link Programm mit Link - ...



Internet Adressen



<http://www.ti.com/>

<http://www.ti.com/calc/oesterreich/oesterreich.htm>

<http://www.ti.com/calc/oesterreich/nachrichten.htm>



<http://www.ticalc.org/>






<http://www.acdca.ac.at/>




<http://www.acdca.ac.at/t3/>

Adresse des Autors

Bild öffnen:  [GRAPH] -  I - Axes = OFF -  F1 - 1: Open... - Type = Picture



Hai.89i

Bild löschen:  [F6] Draw - 1: ClrDraw

Mag. Gerhard Hainscho	
<i>privat:</i> Am Schirm 8 A-9063 Maria Saal Tel. : 042 23 - 30 42 eMail: g.hainscho@yline.com	<i>Schule:</i> BORG Gartenstraße 1 A-9400 Wolfsberg Tel. : 043 52 - 23 42 - 0 Fax : 043 52 - 23 42 - 30